高考快速实效训练系列

（数学分册）

分册主编　沈绍元

今日中国出版社

高考快速实效训练系列

（数学分册）

丛书总主编　赵如云
丛书常务编委　谢宇鸿
分册主编　沈绍元
编写人员　朱瑞剪　吴建宁
胡向东　杨　虎

今日中国出版社

(京)新登字 132 号

责任编辑:董莉
封面设计:广义

高考快速实效训练系列

(按照新大纲、新说明、新方案、新思路编写)

(数学分册)

丛书总主编　赵如云
丛书常务编委　谢宇鸿
分册主编　沈绍元
编写人员　朱瑞剪　吴建宁　胡向东　杨虎

*

今日中国出版社出版
新华书店北京发行所发行
四二二九印刷厂印刷

*

787×1092 毫米　1/16　印张:8　字数:150 千字
1993 年 9 月第一版　1994 年 9 月北京第二次印刷
书号:ISBN7－5072－0646－7/G・127　印数:5000－15000
定价:5.80 元　(全套定价:40.60 元)

序

按照新大纲、新说明、新方案、新思路编写的《高考快速实效训练系列》丛书再版了。

本丛书的对象主要是全国各地参加1995年普通高考的应届毕业生和应考的复读生以及主持高考各科复习的教师。普通高校每年要从二百几十万左右的考生中选拔近百万左右的新生进入大学。本丛书为参加普通高考的广大考生提供服务，同时，也为参加会考的广大高中生提供服务，力求这种服务是快速的、实效的、训练的、系列的服务。

本丛书，按照国家教委颁布新的教学大纲编写，体现普通高考是选拔性考试，也就是常规参照性考试；按照国家教委考试中心颁布的普通高考新说明来编写，既不扩大高考范围，也不缩小高考范围，而且把重点和全面统一起来；按照国家教委公布的新的(3＋2)方案来编写，每科试卷分为两部分，第Ⅰ卷(A卷)为选择题，第Ⅱ卷(B卷)为非选择题，每科合计满分150分；按照新的历史时期改革开放的新思路来编写，充满了时代精神。总之，本丛书是按照新大纲、新说明、新方案、新思路编著的。

本丛书，为考生和老师提供及时的优质服务，努力做到三个"有利于"。即：有利于考生高考和会考考出好成绩，有利于大学选拔深造的人才，有利于中学各科的教学和教改。

本丛书有四个特点：第一，注重形成系列。文科和理科高考必考的科目有语文、数学、外语、物理、化学、历史、政治，共七科成为一套系列丛书；每科编成一个分册，每个分册按新大纲和新考试说明，形成知识体系，长成一棵知识树，突出了整体性、系统性。第二，注重能力训练。努力帮助考生适应"题在书外，理在书内"(这里的书是指教科书)。坚决克服死记硬背，加强理论联系实际，增强灵活运用、准确判断、快速反应、具体分析等能力的训练。第三，注重复习与答题加快速度。本训练系列不是以多取胜，而是注重复习的质量，在较短的时间内完成复习，促使考生从容不迫地复习；本训练系列注重培养考生在确保正确的前题下，快速答题的能力，争取主动权。第四，注重复习和答题的实效性。各分册分为两大部分：答题思路技巧与系列能力练习。练习题后紧接答案与简析，以利考生及时得到信息反馈，查漏补缺，复习重点，解决难点，获得实效。

本丛书是全国各地有水平有名望有经验的教师认真编写的，荟萃精华，搏采众长，尽管如此，也会有不足之处，恳请各位提出宝贵意见。

丛书总主编

1994年8月

目 录

I　答题思路和技巧

高考数学试题的题型，近几年已基本定型。它主要有试卷Ⅰ(客观性试题)和试卷Ⅱ(非客观性试题)构成。要在高考中准确、快速、简捷地解答试题，不仅要求学生牢固掌握中学数学的基本概念，还要加强与其密切相关的数学思想方法的培养和数学诸能力的训练。因此，针对高考数学试卷中的选择题、填空题、解答题三大题型提供明确、易记、实用的答题思路和技巧、帮助学生快速提高解题能力是非常必要的。现对三大题型的答题思路及方法技巧分别介绍如下：

一、选择题：

1. 选择题的特征：

选择题一般有解题指令、题干和选择答案三部分组成。解题指令是一段指令性语言，它指出该选择题答案中符合要求的答案个数(本书只讨论单项选择题)，题干是该题的条件部分，选择答案是供选择的对象。在高考数学试卷中，选择题题量大、概念性强、知识覆盖面广，它既考查学生思维的科学性、严谨性，又考查学生基本的方法技能技巧及快速综合运用知识的能力。

2. 选择题的答题基本思路

由于选择题结构特殊，灵活多变，更需要熟知以下解答选择题的基本思路和技巧。

A. 只要能确定一个选择答案符合题干条件，则自动否定其它三个选择答案，若有两个选择答案符合要求，则为错题。

B. 若能否定三个选择答案，则必有第四个选择答案是符合要求。否则四个全是错误选项，必是错题。

C. 可以从逻辑分析入手，先对选择答案作逻辑分析，缩小求解的范围。例如，若(A)成立(B)也成立，则(A)否；若$\langle A\rangle\Leftrightarrow\langle B\rangle$，则$\langle A\rangle\langle B\rangle$同否；若$\langle A\rangle\langle B\rangle$相矛盾，则$\langle A\rangle\langle B\rangle$中必有一假；若$\langle A\rangle\langle B\rangle$成对立关系，则其中至少有一假。

D. 由于要选出唯一符合要求的答案，不要求理由和过程，这对答题思路提出了更高的要求，不允许概念上丝毫的模糊和计算推理上点滴疏漏。还有相当一部分试题，可利用明显的几何特征或特殊数值的检验，甚至可用直觉思维归纳猜想迅速作答。

E. 选择题提供的选项是该题的重要信息。我们应该充分利用这个信息来答选择题，可利用选项进行推理，从而作出正确的选择，或直接从选项出发逆向推理验证。

3. 解答选择题的常用方法。

***A* 筛选排除法**

排除法主要依据答题思路 A、B、E，从题目的条件或选项入手，把不符合要求的选项逐个排除，缩小范围，从而得到正确答案。

例 1. 参数方程$\begin{cases} x=\left|\cos\dfrac{\theta}{2}+\sin\dfrac{\theta}{2}\right| \\ y=\dfrac{1}{2}(1+\sin\theta)\end{cases}$$(0<\theta<2\pi)$ 表示……(　)

(A) 双曲线的一支，这支过点$(1,\frac{1}{2})$。

(B) 抛物线的一部分，这部分过$(1,\frac{1}{2})$。

(C) 双曲线的一支，这支过点$(-1,\frac{1}{2})$。

(D) 抛物线的一部分，这部分过$(-1,\frac{1}{2})$。

简解：由$x=|\cos\frac{\theta}{2}+\sin\frac{\theta}{2}|\geqslant 0$，立即排除(C)和(D)，再由$x^2=1+\sin\theta$代入$y$中，可得$x^2=2y(x\geqslant 0)$，是抛物线方程，根据思路$A$、$B$应选(B)。如不顾及选择支的提示，用常规法消去$\theta$，解出$(x,y)$，再选择结果，就比较麻烦了。

例 2. 复数$Z=|\cos\theta|+i|\sin\theta|$，$(\frac{9}{2}\pi<\theta<5\pi)$的复角主值是(　　)

〈A〉θ　〈B〉$\theta-5\pi$　〈C〉$5\pi-\theta$　〈D〉$\theta-4\pi$

简解：由$Z=|\cos\theta|+i|\sin\theta|$，$(\frac{9}{2}\pi<\theta<5\pi)$可知，$|\cos\theta|>0$，$|\sin\theta|>0$，则Z所对应的点应在第一象限，$\therefore 0<\arg Z<\frac{\pi}{2}$，而$\frac{9}{2}\pi<\theta<5\pi$，〈A〉排除，又$\because -\frac{\pi}{2}<\theta-5\pi<0$，〈B〉排除，$\frac{\pi}{2}<\theta-4\pi<\pi$，〈D〉排除，应选(C)。

注：排除法的特点①先从明显错误选项入手，逐个判断。要判断某选项不正确，可采用反例说明；②用此法时，若选项之间有包含关系，则外延较大的必是错误的。

B. 特殊值法

特殊值法主要依据答题思路D，可选取若干满足选择题条件的特殊值或特殊图形，通过推理、验算，否定错误选项，找出正确答案。

例 3. 设非负数a、b满足关系式$(a+1)(b+1)=2$…①那么$\mathrm{arctg}a+\mathrm{arctg}b$的弧度数是……(　　)

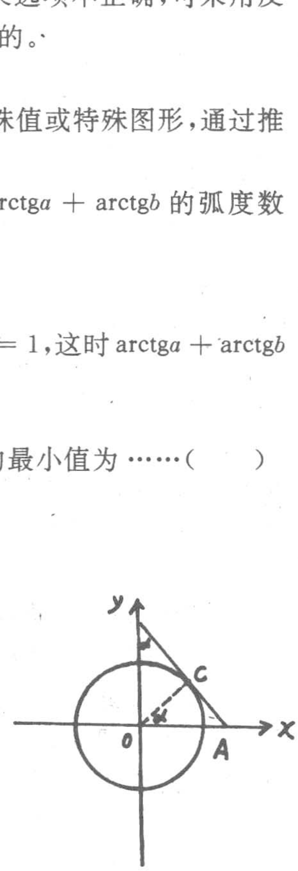
(A) $\frac{\pi}{6}$　(B) $\frac{\pi}{4}$　(C) $\frac{\pi}{3}$　(D) $\frac{\pi}{2}$

简解：依题设a、b是满足①的任意非负数可令$a=0$则由①得$b=1$，这时$\mathrm{arctg}a+\mathrm{arctg}b=\mathrm{arctg}0+\mathrm{arctg}1=\frac{\pi}{4}$，因此，应选(B)。

例 4. 椭圆$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$的切线交$x$轴于$A$，交$y$轴于$B$，则$|AB|$的最小值为……(　　)

(A)$2\sqrt{a^2+b^2}$　(B)$a+b$　(C)$\sqrt{2ab}$　(D)$4\sqrt{ab}$

简解：圆是椭圆的特例，不妨先考察$a=b=1$即单位圆时的情形，如图，设AB切圆O于C，令$\angle AOC=\alpha(\alpha\in(0,\frac{\pi}{2}))$，则$|AC|=\mathrm{tg}\alpha$，$|BC|=\mathrm{ctg}\alpha$，$\therefore |AB|=|AC|+|BC|=\mathrm{tg}\alpha+\mathrm{ctg}\alpha\geqslant 2$这就是说，当$a=b=1$时$|AB|$的最小值是2，而在选择之中有只有$(B)a+b=1+1=2$　因此应选(B)。



(例 4)

注：①该法具有快速简单、结论明了特点；②选用特殊值或特殊图形要符合题意，且使计算过程简单合理，具有明显的结论以便排除其它选项。③特别需要注意的是，用特殊值验算适合的结论有时未必是应选的选项如例4，有时还要适当的变形。如变形后仍达不到选项

要求应予以排除。余者可再取值验证，去伪存真。

C. 代入验证法

代入验证法依据答题思路 E，充分利用选项提供的信息，将选项逐个代入题中，验证各个选项的正确与否，从而得到正确选择。

例 5. 函数 $Y=\sqrt{1-\cos 2x}+\sqrt{1+\cos 2x}$ 的最小正周期是（　　）

(A) $\frac{\pi}{4}$　(B) π　(C) $\frac{\pi}{2}$　(D) $\frac{3}{4}\pi$

简解：用(A)代入：$f(x+\frac{\pi}{4})=\sqrt{1-\cos(\frac{\pi}{2}+2x)}+\sqrt{1+\cos(\frac{\pi}{2}+2x)}=\sqrt{1+\sin 2x}+\sqrt{1-\cos 2x}\neq f(x)$，不合定义，排除(A)，用(C)代入：$f(x+\frac{\pi}{2})=\sqrt{1-\cos 2(x+\frac{\pi}{2})}+\sqrt{1+\cos 2(x+\frac{\pi}{2})}=\sqrt{1-\cos(2x+\pi)}+\sqrt{1+\cos(2x+\pi)}=\sqrt{1+\cos 2x}+\sqrt{1-\cos 2x}=f(x)$，则选(C)　注：本题代入时结合题设特点最小正周期，要从小到大验证。

例 6. 设复数 Z 满足关系式 $Z+|\overline{Z}|=2+i$，那么 Z 等于（　　）

(A) $-\frac{3}{4}+i$　(B) $\frac{3}{4}-i$　(C) $-\frac{3}{4}-i$　(D) $\frac{3}{4}+i$

简解：认真仔细分析四个选项，均有 $|\overline{Z}|=\frac{5}{4}$ 把它直接代入原方程式，得 $Z=2-\frac{5}{4}+i=\frac{3}{4}+i$ 选(D)。

注：该法适用于选项是具体值，并要仔细挖掘四个选项间的隐含条件，尽量减少代入计算次数。

D. 数形结合法：

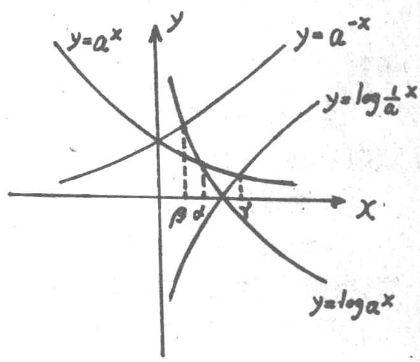
数形结合法依据答题思路 D，按题目条件作出相应的图形，通过对图形的分析观察，进行选项间的类比，以得出正确的结论。

例 7. 已知 α、β、γ 分别是方程 $a^x=\log_a x$，$a^x\cdot\log_a x=1$，$a^x=\log_{\frac{1}{a}}x\ (0<a<1)$ 的根，则 α、β、γ 的大小关系是（　）

(A) $\gamma>\alpha>\beta$　　(B) $\alpha>\beta>\gamma$

(C) $\beta>\gamma>\alpha$　　(D) $\alpha>\gamma>\beta$。

简解：在同一坐标系中，分别作出 $y=\log_a x$、$y=a^x$、$y=\log_{\frac{1}{a}}x$、$y=a^{-x}$ 的图象如图：



(例 7)

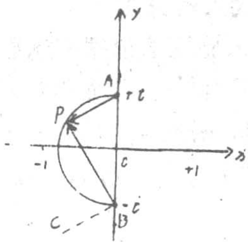
从 $y=a^x$ 与 $y=\log_a x$ 图象得交点的横坐标为 α、$y=a^{-x}$ 与 $y=\log_{\frac{1}{a}}x$ 图象的交点横坐标为 β、$y=a^x$ 与 $y=\log\frac{1}{a}x$ 的图象交点的横坐标 γ，结论是 $\gamma>\alpha>\beta$。选(A)。

例 8. 设 $|Z|=1$ 且 $\arg(Z)\in(\frac{\pi}{2},\frac{3}{2}\pi)$，则 $\arg(\frac{Z-i}{Z+i})$ 的值是 ……（　）

(A) $\frac{\pi}{3}$　(B) $\frac{\pi}{2}$　(C) $\frac{2\pi}{3}$　(D) $\frac{3\pi}{2}$

简解：在直角坐标系中，设 Z、i、$-i$ 在复平面内的对应点为 P、A、B，如图，则 P 在左半个单位圆上，$Z-i$，$Z+i$ 分别对应向量 $\vec{AP}$、$\vec{BP}$。根据复数除法的几何意义，$\arg(\frac{Z-i}{Z+i})$ 即 $\vec{BP}$ 逆时针

转到 $\vec{AP}$ 方向的最小正角，即$\angle PBC$ 的方向，如图示$\angle PBC=\angle APB$，因 AB 是直径，即得$\arg(\frac{Z-i}{Z+i})=\frac{\pi}{2}$，应选$(B)$。



(例 8)

注：① 利用数形结合法时，关键是把题干提供的信息正确地反映到图形上。依据图形特征对照所给选项，选出正确答案；② 该法往往提供较接近选项的答案，但只要所作图形结合题意，即使不能验证，也能肯定所选项是正确的。

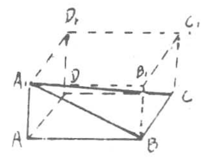
***E*. 构造转化法**：

有些问题就试题提供的信息不能求解时，可以把所要解决的问题转化构造为一个熟知的模型或容易解决的问题，进而得出正确的结论。

例 9. 在四棱锥的四个侧面中，直角三角形最多可有……(　)

(A)1 个　(B)2 个　(C)3 个　(D)4 个

简解：选择支提供的答案与题设距离甚远，必须联想构造空间图形，如图给出长方体 $ABCD—A_1B_1C_1D_1$，从中割取四棱锥 $A_1—ABCD$，则侧面$\triangle AA_1B$、$\triangle A_1AD$、$\triangle A_1DC$ 和$\triangle A_1BC$ 都是直角三角形，应选(D)。



(例 9)

例 10. 已知 $y=\sqrt{1+X}-\sqrt{X}$，则 y 的最大值是(　　)

$(A)\ \frac{1}{2}$　$(B)1$　$(C)\ \sqrt{2}$　(D) 无最大值。

简解：设 $x=\mathrm{ctg}^2t$，$\because x\geqslant 0$，$\therefore 0<t\leqslant\frac{1}{2}\pi$，则 $y=\sqrt{1+\mathrm{ctg}^2t}-\sqrt{\mathrm{ctg}^2x}=\csc t-\mathrm{ctg}t=\frac{1-\cos t}{\sin t}=\mathrm{tg}\,\frac{t}{2}$，($0<\frac{t}{2}\leqslant\frac{\pi}{4}$ 时，$\because$ $\mathrm{tg}\,\frac{t}{2}$ 在$(0,\frac{\pi}{2})$ 上是单调递增函数，当 $0<\frac{t}{2}\leqslant\frac{\pi}{4}$ 时，$(\mathrm{tg}\,\frac{t}{2}\to\frac{t}{2x})_{max}=1$，　$\therefore$ 选(B)。

注：该法适用于一些难度较大的且具有一定转化条件的试题，特别要注意转化时不要忽略原题中隐含条件。

***F*. 推理分析法**：

该法主要依据答题思路 C，针对题设中出现的数学概念、性质、法则进行逻辑推理，通过观察、类比、演绎进行推理辨析、挖掘选项中本质的区别，作出正确的判断。

例 11. 给出下列四个命题：

(1) 异面直线 a 和 b 分别在平面 α 和平面 β 上，且 $\alpha\cap\beta=C$ 则 a 和 b 与 c 都不相交。

(2) 异面直线 a 和 b，过 a 必可作一个平面与 b 平行。

(3) 有两个面平行，其它的面都是梯形的多面体是棱台。

(4) 直线 a 上有两点到平面 β 的距离相等，则 a // 平面 β。其中真命题的个数是(　　)

(A)1 个　(B)2 个　(C)3 个　(D)4 个。

简解：命题(1)$\because\alpha\cap\beta=C$，$\therefore C\subset\alpha$，$C\subset\beta$，由异面直线概念知 a 和 b 与 c 必有一相交，故不真。命题(2) 是教材中提供求异面直线距离的一种方法，是真命题。命题(3) 棱台侧棱应交于一点，则不真。命题(4) 若 $a\cap$ 平面 $\beta\neq A$，则关于 A 的任两对称点也满足条件，故命题不真，应

选(A)。

例 12. 若 $\sin\alpha-\cos\alpha=-\frac{1}{5}$，且 $\alpha\in(0,\pi)$ 那么 $tg\alpha$ 的值等于(　　)

$(A)\ \frac{3}{4}$　$(B)\ \frac{4}{3}$　$(C)\ \frac{3}{4}$ 或 $\frac{4}{3}$　$(D)\ \pm\frac{3}{4}$。

简解：$\because \sin\alpha-\cos\alpha=-\frac{1}{5}<0$，$\therefore \cos\alpha>\sin\alpha>0$。

当 $\alpha\in(0,\pi)$ 时，要 $\cos\alpha>\sin\alpha>0$ 成立，$\alpha\in(0,\frac{\pi}{4})$

$\therefore 0<tg\alpha<1$，分析选项可知应选(A)。

注：① 用该法答题时，一定要准确、严密地应用基本概念及性质来论证推理、分析实质，排除干扰因素；② 分析各命题时，特别要注意题中抽掉和隐藏的部分条件和关系，正确把握好数学概念的内含和外延，作出合理选择。

G **直接求解法**：

直接求解法是直接从题设的条件出发，应用所具备的知识，进行严格的论证和准确的计算，对照选项进行选择。

例 13. 将数字 1,2,3,4 填入标号为 1,2,3,4 的四个方格里，每格填一个数字，则每个方格的标号与所填的数字均不相同的填法有 ……(　)

(A)6 种　(B)9 种　(C)11 种　(D)23 种

简解：该题若用排列、组合的概念和种数公式去解，难度反而大。若用四个数字直接去填排方法，可得到 2143,4123,3142,2413,3412,4312,2341,3421,4321，从而得出应选(B)的正确答案。

例 14. 集合 $M=\left\{x\,|\,x=\frac{k\pi}{2}+\frac{\pi}{2},k\in Z\right\}$，$N=\left\{x\,|\,x=\frac{k\pi}{4}+\frac{\pi}{2},k\in Z\right\}$，则有 ……(　)

$(A)M=N$　$(B)M\supset N$　$(C)M\subset N$　$(D)M\cap N=\varnothing$.

简解：如用 $k=1,2,3,4,\cdots\cdots$ 直接代入 M 和 N 中得 M 分别为 $\frac{3\pi}{4}$，$\frac{5\pi}{4}$，$\frac{7\pi}{4}$，$\frac{9\pi}{4}$……N 分别为 $\frac{3\pi}{4}$，$\frac{4\pi}{4}$，$\frac{5\pi}{4}$，$\frac{6\pi}{4}$…… 直接可判断(C)答案是正确的。

注：该法适用于大部分选择题，尤其是题设和选项无明显逻辑关系时。它的特点是在思考过程中很少受干扰支的影响，把选择题当作常规来求解。但这种解法运算量大，方法不够灵活。

小结：

① 以上提供了选择题的答题思路和答题方法和技巧，在实际操作时，还要特别注意一个问题，就是要认真地审题，弄清楚题目要求解决什么矛盾，题目提供的选项中，有没有联系或启示，并要充分挖掘题目中的隐含条件。在此基础上选择恰当的方法，才能避免无目标地瞎撞而碰壁。

例 15. 用 0、1、2、3、4 五个数字组成不重复的三位数，则这些三位数的个位数之和应是(　)

(A)45　(B)90　(C)180　(D)120。

分析：从题目的条件看，要组成不重复的三位数，肯定是一个排列问题。如果认真仔细审题，它要求的是"这些三位数个位数之和"，其中隐含二个条件，一是个位数是 0 可以不考虑，二是个位数上是 1 或 2、3、4 时，百位和十位上数字交换也要影响个位数之和，实则上问题转化为

有条件的排列问题，当注意到0不能作百位数时就有$(p_4^2-p_3^1)\times 1+(p_4^2-p_3^1)\times 2+(p_4^2-p_3^1)\times 3+(p_4^2-p_3^1)\times 4=(p_4^2-p_3^1)\times 10=90$ 应选(B)，如没想到隐含条件就会是$p_4^2\times 10=120$错选(D)。

② 上面介绍诸方法中，可以独立使用，也可以相互配合使用，在仔细反覆审题的基础上，一般情况下先用排除法，后用概念辨析推理法或借助于特殊值、特殊图形数形结合方法求解，以上都不行时，才用直接法进行求解。

二、填空题

1. 填空题的特征：

高考数学试卷中的填空题，实质是简单的解答题。题干部分提供较单一的数学概念或数据，根据这些条件、数据直接写出答案，不要求有推理和计算过程，所填答案没有任何参照对比，它的正确与否，直接影响得分高低。主要用于考查基础知识、运算能力、推理能力等。

2. 填空题的答题思路及技巧：

由于填空题的特征，要找到它的正确答案，必须要准确理解题目的条件和要求，充分挖掘题目的隐含条件，对每一步论证、计算，要做到思考慎密，立论有据，运算合理、准确，谨防疏漏和遗漏。并要善于运用题目提供信息，进行合乎题意的联想、转化、构造、类比，合理地跳步，巧解填空题。并能用不同的方法验证答案。

3. 解答填空题常用方法

A. **直接法**.

该法要正确把握概念，进行论证推理或列式计算，直接写出答案。

例16. 已知A、B是两个命题，如果A是B的充分条件，那么B是A的________条件，$\overline{A}$是$\overline{B}$的________条件。

分析：该题是考查充要条件及其等价命题的概念。注意到逆命题和否命题等价，即可得出结论，答案都填必要条件。

例17. 在复平面内，与复数$Z=-1-i$的共轭复数对应点位于________象限。

分析：该题考查复数基本概念试题。由复数性质知，$\because z=-1-i$的共轭复数是$z'=-1+i$，它们关于X轴对称，应位于第二象限。

例18. 某商品进货单价为40元，若按50元一个销售，能卖出50个，如果销售单价每涨1元，销售量就减少一个，为获得最大利润，此商品的最佳售价应定为每个______元

简解：设x为售价，据题意直接列出利润函数$y=(x-40)(100-x)=-x^2+140x-4000$，利用二次函数极值的方法，可求出当$x=70$时，能获最大利润。应填70元。

例19. 函数$y=\dfrac{e^x-1}{e^x+1}$的反函数的定义域是________

分析：由函数性质知，反函数的定义域是函数的值域，变形$y=1-\dfrac{2}{e^x+1}$，$\because 0<\dfrac{2}{e^x+1}<2$，$\therefore 0>-\dfrac{2}{e^x+1}>-2$，$-1<y<1$，得出答案是$(-1,1)$。

例20. 已知等比数列$\{a_n\}$的公比$q>1$，且$a_1\neq 0$，则$\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{a_1+a_2+a_3+a_4+a_5+\cdots+a_n}{a_6+a_7+\cdots+a_n}$ $=$ ______。

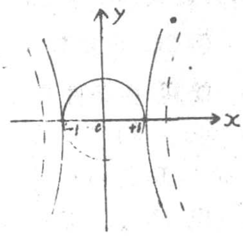
分析：$\because q>1$，当$n\to\infty$时，$S_n\to\infty$，只须把s_n分成$s_6+s_n'(s_n'=a_7+a_8+\cdots+a_n)$两部分，当$n\to\infty$时，$s_n'\to\infty$，而$s_6=a_1+a_2+\cdots+a_6$是一个有限值，$\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{a_1+a_2+\cdots+a_n}{a_6+a_7+\cdots+a_n}=\lim\limits_{n\to\infty}$

$\frac{s_6 + s_n'}{s_n'} = \lim\limits_{n\to\infty}(\frac{s_6}{s_n'} + 1) = 1$　答案应是 1。

B. **数形结合法：**

该法关键把已知条件转化为图形，充分利用图形给我们提供的形象的信息，准确、迅速抓住解决问题的关键，尽力简化解题过程。

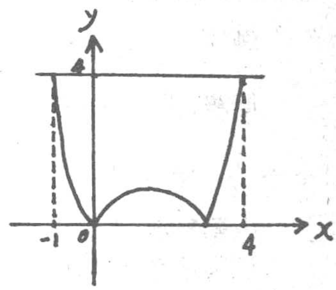
例 21. 若双曲线$\frac{x^2}{9k^2} - \frac{y^2}{4k^2} = 1$与圆 $x^2 + y^2 = 1$ 没有公共点，则实数 k 的取值范围为______。



(例 21)

简解：若把双曲线与圆没有公共点的条件转化成关于 xy 的方程组没有实数解，再用代数方法去求 k 的范围，肯定是十分繁琐的。若用数形结合法，如图画出已知圆和双曲线系，则双曲线(系)的顶点坐标是$(\pm\ |3k|, 0)$，立即可得符合题意应是 $|3k| > 1$，$|k| > \frac{1}{3}$。

例 22. 不等式 $|x^2 - 3x| > 4$ 的解集是________。



(例 22)

简解：在同一坐标系中作出 $y_1 = 4$ 和 $y = |x^2 - 3x|$ 的图象，如图：由方程 $|x^2 - 3x| = 4$ 求出两函数图象交点的横坐标 $x_1 = -1$，$x_2 = 4$，由图可知其解集为$\{x|x < -1$ 或 $x > 4\}$。

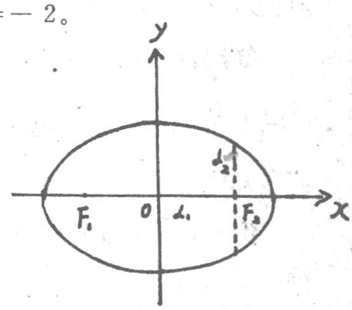
C. **特殊值法：**

解答填空题时，可借用特殊值或特殊图形变抽象为具体，迅速求得答案。

例 23. 已知$(1 - 2x)^7 = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \cdots + a_7x^7$，那么：$a_1 + a_2 + a_3 + \cdots + a_7 =$ ________。

简解：取 x 的一些特殊值，先令 $x = 0$，得 $a_0 = 1$ 再令 $x = 1$ 时，得 $-1 = a_0 + a_1 + a_2 + \cdots + a_7$，故 $a_1 + a_2 + \cdots a_7 = -1 - a_0 = -2$。

例 24. 过椭圆$\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{10} = 1$的焦点作任意两条互相垂直的弦，记它们的长为 L_1、L_2 则$\frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_2} =$ ______。



(例 24)

简解：如图：由于$\frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_2}$隐含结论为定值，∴ 可取特殊情景进行求解。取长轴为 L_1，过 F_2 垂直于 L_1 的弦为 L_2，则有 $L_1 = 10$，$L_2 = \frac{32}{5}$。

$\therefore \frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_2} = \frac{1}{10} + \frac{5}{32} = \frac{41}{160}$，　应答$\frac{41}{160}$。

例 25. 如果 $|x| \leqslant \frac{\pi}{4}$，那么 $f(x) = \cos^2x + \sin x$ 的最小值是______。

简解：先将函数做如下的变形 $f(x) = \cos^2x + \sin x = 1 - \sin^2x + \sin x = -(\sin x - \frac{1}{2})^2 + \frac{5}{4}$，在确定函数值时，要特别注意题目的条件和要求，取特殊值一定要符合题目要求，本题是要求函数最小值，据变形后函数表达式特点，必须在 $\sin x$ 也取最小值，$f(x)$ 才能取得最小值，但 $\sin x$ 最小值是 -1，如不注意题目要求，就会将(-1)代入计算，题目条件 $|x| \leqslant \frac{\pi}{4}$，$\sin x$ 的最小

值只能取 $-\frac{\sqrt{2}}{2}$，正确计算应是 $f(x) \geqslant -(-\frac{\sqrt{2}}{2}-\frac{1}{2})^2+\frac{5}{4}=\frac{1-\sqrt{2}}{2}$，函数最小值应是 $\frac{1-\sqrt{2}}{2}$。在取特殊值时，一定要取符合题意的数值或图形。

D. 挪借法：

充分利用平时学过的或平时证明过的一些题目的结论，可以避免临考时大量的计算和证明，迅速找到填空题的答案。

例 26. 设复数 $\omega=\cos\frac{2}{7}\pi+i\sin\frac{2}{7}\pi$ 则 $\omega+\omega^2+\omega^3+\cdots+\omega^6=$ ______。

简解： 由条件易知 $\omega^7=1$，则有 $\omega^7-1=0$ 即：

$(\omega-1)(1+\omega+\omega^2+\omega^3+\omega^4+\omega^5+\omega^6)=0$ $\because \omega\neq 1$ $\therefore 1+\omega+\omega^2+\omega^3+\omega^4+\omega^5+\omega^6=0$，$\therefore \omega+\omega^2+\omega^3+\omega^4+\omega^5+\omega^6=-1$。

例 27. 设 i 是虚数单位，则 $(1+i)^{1992}$ 的值是______。

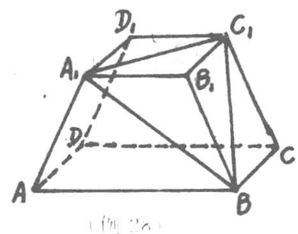
简解： 本题若用三角式直接计算，不仅费时，而且易错，若利用已知结果 $(1+i)^2=2i$，则可很快得到正确结果：$(1+i)^{1992}=[(1+i)^2]^{996}=[2i]^{996}=2^{996}$。

例 28. 求方程 $(\sin x+\cos x)^2=\frac{1}{2}$ 的解集是______。

简解： 课本中有 $\sin x+\cos x=\sqrt{2}\cos(x-\frac{\pi}{4})$，则 $\sqrt{2}\cos(x-\frac{\pi}{4})=\pm\frac{1}{\sqrt{2}}$，$\cos(x-\frac{\pi}{4})=\pm\frac{1}{2}$ 解集是：$\{x|x=n\pi+\frac{7}{12}\pi$ 或 $x=n\pi-\frac{\pi}{12},n\in z\}$。

E. 割补法：

该法是解空间图形体积问题主要方法，要善于假设某些参数，灵活运用等底等高等积的原理，迅速找到正确答案。

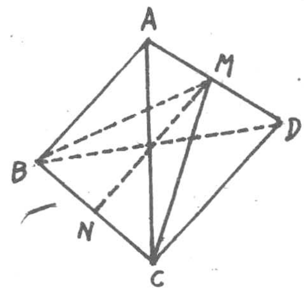


(例 28)

例 28. 已知正四棱台上下底面边长分别为 1 和 2，如图四棱台 $ABCD—A_1B_1C_1D_1$ 与三棱锥 $B—A_1B_1C_1$ 体积之比是______。

简解： 如图：设正四棱台的高为 h，则三棱锥体积 $v_1=\frac{1}{3}h\cdot s_{A_1B_1C_1}=\frac{1}{3}h\frac{1}{2}1^2=\frac{1}{6}h$，正四棱台的体积 $v_2=\frac{1}{3}\cdot h(1^2+2^2+\sqrt{1^2\cdot 2^2})=\frac{7}{3}h$，则 $v_1:v_2=\frac{1}{6}h:\frac{7}{3}h=\frac{2}{7}$。

例 29. 三棱锥有一条棱长等于 4，其余各棱都等于 3，则它的体积是______。



(例 29)

简解： 用割补法，如图设 $AD=4$，取 AD 的中点 M，平面 BCM 把三棱锥分成两个三棱锥，$\because CA=CD=AB=BD=3$，$BM\perp AD$，$CM\perp AD$，$\therefore AD\perp$ 平面 MCB，$AM=MD$，$V_{A-MCB}=V_{D-MCB}$，$\therefore V_{A-BCD}=V_{A-MCB}+V_{D-MCB}=\frac{1}{3}S_{\triangle BCM}\cdot(AM+MD)=\frac{1}{3}S_{\triangle BCM}\cdot AD=\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{2}\cdot 3\cdot\frac{\sqrt{11}}{2}\cdot 4=\sqrt{11}$。

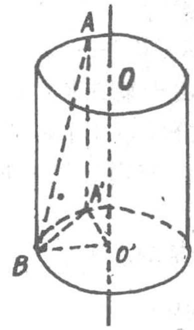
F. 联想转换法：

在认真审题的前提下，抓着问题的数量特征和结构特征，有意识对问题进行难与易的转换，数和形的转换、高次与低次转换、空间与平面的转移，以便达到解决问题的目的。

例 30. 如图，已知圆柱的底面半径是 3，高是 4，A、B 两点分别在两底面的圆周上，并且 AB

$=5$，那么 AB 与 OO' 之间的距离等于______。

简解：将立几问题转化为平面问题，是解立几问题常用的方法，根据本题特点，只要过 A 作 $AA' \parallel OO'$ 交另一底面的圆周于 A'，连结 BA' 则 $OO' \parallel$ 平面 ABA'，再连结 $O'B$、$O'A'$，$\triangle O'A'B$ 中 $A'B$ 上的高，就是 OO' 和平面 ABA' 间的距离，即为两异面直线 OO' 与 AB 间距离，$\because \triangle A'BO'$ 是边长为3的等边三角形，它的高是 $\frac{3\sqrt{3}}{2}$，$\therefore OO'$ 与 AB 间距离是 $\frac{3\sqrt{3}}{2}$。



（例 30）

例 31. 方程 $4^x-2^{x+1}-8=0$ 的解是______。

简解：据方程的特点，只要将它变形为：$(2^x)^2-2\cdot 2^x-8=0$，易得 $2^x=4$ 及 $2^x=-2$（舍），$x=2$。

例 32. 在 $(1+x+x^2)(1-x)^{10}$ 的展开式中 x^5 的系数是______。

简解：如果展开相乘求 x^5 系数太繁，仔细分析数量特征可以转化为 $(1+x+x^2)$ 与 $(1-x)^{10}$ 中前六项乘积即可 $\therefore (1+x+x^2)(1-x)^{10}=(1+x+x^2)(1-10x+45x^2-120x^3+210x^4-252x^5+\cdots)$ $\therefore x^5$ 的系数为：$1\times(-252)+1\times 210+1\times(-120)=-162$。

例 33. 已知 m、r、p 为正数，且 $\operatorname{arctg}m+\operatorname{arctg}r+\operatorname{arctg}p=\frac{\pi}{2}$，则 $mr+rp+pm=$ ______。

简解：$\because m$、r、p 均大于 0，由 $\operatorname{arctg}m$ 联想到它是 $1+mi$ 的辐角的主值，从而把问题转换成复数来解决。$\operatorname{arctg}m+\operatorname{arctg}r+\operatorname{arctg}p=\frac{\pi}{2}$，可看成是复数 $1+mi$，$1+ri$，$1+pi$ 辐角之和是 $\frac{\pi}{2}$。由复数性质可知，这三个复数之积为纯虚数，$(1+mi)(1+ri)(1+pi)=(1-mr-rp-pm)+i(m+r+p-mrp)$ 得 $1-mr-rp-pm=0$ $\therefore mr+rp+pm=1$ 答案应是 1。

小结：

填空题的结构特征是不要过程只求结果。结论的正确性直接影响着试题的得分率。答解填空题时，不仅要有巧的方法（如上介绍的），还要有合理的验算手段。验算时要做到三细一信。一信是要相信自己的理论和方法是正确的，尽可能一次到位，不要轻易反覆。三细是 ① 细查答案是否有重解、漏解或与题设有矛盾的解，要周密分析，及时反思、去杂、补漏。② 细查思路、方法是否符合题意，如果思路、方法对，着重检查运算上是否有错漏疏忽，应从不同角度验算，最好用不同方法验证，不要单纯重复。③ 细思运算论证是否合理，审查解题中所用的概念、性质、公式、推理是否有谬误，失了“理”就失去了答案的正确性，当确认答案后，再思是否有特例，周密慎思，万无一失。

三、解答题

1. 解答题的特征

数学高考试卷中的解答题是由题设和求答两部分组成，题设部分可有实数、复数、式、方程、函数、数列、图形组成。求答部分可以是求计算结果、解决实际问题或推断、归纳、论证组成。主要的形式有论证题、计算题、结合实际的应用题和开放探索题。着重考查学生运算能力、逻辑思维能力、空间想象能力和运用所学知识、方法分析问题和解决问题能力。

2. 解答题的答题思路及技巧：

解答题的答题思路关键是要掌握科学的解题程序，用概括的语言来说，审、想、解、查。

A. 审 —— 认真审题、弄清题意。

由于解答题在知识上具有综合性和渗透性，要想找到解答题的突破口，必须认真审题，主要抓好以下几个环节：

① 审题必须在准确上下功夫，要搞清楚题目要求什么？有什么？缺什么？最后再决定找什么。

例 34. 已知：x、y 都是实数，全集 $I=\{x|x+y^2-4y=0\}$，$A=\{x|\mathrm{arctg}(\mathrm{tg}x)=x\}$，$B=\{x|\sin(\arcsin x)=x\}$，$C=\{x|\dfrac{1}{\arccos(\cos x)}=\dfrac{1}{x}\}$，① 求 $B\cap\overline{C}$；② 求证：$\overline{A}\subset\overline{B}$。

分析：题目求什么是简单的，有什么就不易准确理解。解决此题的首要任务，是准确理解每一集合，对于集合 I，学生往往认为是一条抛物线上点组成的点集，这是不对的。他们没有分清 $\{(x,y)|y=f(x)\}$；$\{x|y=f(x)\}$ 和 $\{y|y=f(x)\}$ 的区别，其原因在于没有认真区分以上各集合中的元素有什么区别，实际上，从函数观点看，I 是 $x=f(y)=-y^2+4y$ 的值域；从方程观点看，是关于 y 的方程 $y^2-4y+x=0$ 有实数解，而决定的 x 的取值集合，因此 $I=\{x|x\leqslant 4\}$，集合 A、B、C 中的 x 有的表示角，有表示正弦或余弦函数的值，如果能认识到作为角的 x 是用弧度制度量所取得量值，那么就会明白 A、B、C 实际上都是实数集的子集，再利用反三角函数的概念，可以得到 $A=\{x|-\dfrac{\pi}{2}<x<\dfrac{\pi}{2}\}$，$B=\{x|-1\leqslant x\leqslant 1,\}$，$C=\{x|0<x\leqslant\pi\}$，要找的找到了，$B\cap\overline{C}=\{x|-1\leqslant x\leqslant 0\}$ 问题也就解决了。

例 35. 已知函数 $f(x)$ 的定义域是实数集 R，且对任意实数 x_1、x_2 都有 $f(x_1+x_2)+f(x_1-x_2)=2f(x_1)f(x_2)$，求证：$f(x)$ 是偶函数。

分析：这是一道通过一般到特殊的变换而进行论证的题目，问题是对可以取任意实数的 x_1、x_2 令其为何值合适。可用综合分析法。这里求证：$f(x)$ 是偶函数，有：①$f(x)$ 的定义域是 R。②$f(x_1+x_2)+f(x_1-x_2)=2f(x_1)f(x_2)$ 对任意实数 x_1、x_2 都成立。缺：$f(-x)=f(x)$ 对任意实数 x 成立，由于给一次 x_1、x_2 的取值，得不到上述所缺的式子，学生就不知怎么去逐渐找这里的“缺”了。实际上可先找一个包含有 $f(-x)$ 和 $f(x)$ 等式作为起步，只要令 $x_1=0$，$x_2=x$，可以得到 $f(x)+f(-x)=2f(0)f(x)\cdots$①，如能求出 $f(0)$① 就只含 $f(-x)$、$f(x)$ 的等式，因此再令 $x_1=x_2=0$ 得到：$f(0)+f(0)=2f(0)\cdot f(0)\cdots$②　由此可解得 $f(0)=1$ 或 $f(0)=0$ 当 $f(0)=1$ 时，由 ① 式立即可得 $f(x)$ 是偶函数，但当 $f(0)=0$ 时由 ① 得 $f(x)$ 是奇函数，据 $f(x)$ 既是奇函数又是偶函数的充要条件是 $f(x)=0$，下面要找的应该是 $f(x)=0$，即应找一个只含 $f(x)$ 和 $f(0)$，$(f(0)=0)$ 的等式，只要令 $x_1=x$，$x_2=0$，可以得到 $f(x)+f(0)=2f(x)f(0)$，这样完成了问题论证。随着审题的深化，问题迎刃而解。要紧紧抓住求什么，有什么，缺什么，认真分析决定找什么审题程序，问题就明朗化了。

② 审题时不仅要精读、细想和熟记题目已给出的条件，更要认真分析挖掘隐含条件，并分析这些条件与题目所求结论之间的关系。

例 36. $\arccos(-x)$ 大于 $\arccos x$ 的充要条件是(　)

(A)$x\in(0,1]$　(B)$x\in(-1,0)$　(C)$x\in(0,1)$　(D)$x\in[0,\dfrac{\pi}{2}]$

分析：这里 $\arccos(-x)>\arccos x$ 是明显条件，对于反函数 $\arccos x$ 还有两个隐含条件，即 $|x|\leqslant 1$ 和 $\arccos x$ 在定义域上是减函数，分析它们与所求结论之间关系，所求充要条件由 $\begin{cases}|x|\leqslant 1\\ -x<x\end{cases}$ 确定。

③ 对综合性较强的解答题，审题时要善于恰当分割，适时转化，力求使综合问题由复杂化

单一。任何一个综合性问题都是由一些基本问题组合而成，因此只要善于恰当分割，把一个综合性问题，分解成若干个基本问题，问题就易解决了。

例 37. 圆台的两底半径分别是 r_1 和 $r_2(r_1 < r_2)$ 平行于底面的截面 α 把圆台截成体积相等的两部分，平行于底面的截面 β 把圆台分成侧面积相等的两部分，试比较截面 α 和 β 截圆台所得截面圆的半径 r_α 和 r_β 的大小。

分析：这是一道涉及圆台的截面、侧面积、体积、圆台的性质以及两个无理式比较大小的综合题，解题关键在于审题时能把它分割成以下几个问题：① 已知圆台上、下底面半径分别为 r_1 和 r_2，截面 α 把这圆台分成体积相等的两部分，求 r_α。② 已知圆台上、下底面半径 r_1 和 r_2，截面 β 把这圆台分成侧面积相等的两部分，求截面圆的半径 r_β。③ 比较 r_α 与 r_β 的大小。这三个都属于基本问题利用圆台性质可得到 $r_\alpha = \sqrt[3]{\dfrac{{r_1}^3 + {r_2}^3}{2}}$，$r_\beta = \sqrt[3]{\dfrac{{r_1}^2 + {r_2}^2}{2}}$，再来比较 r_α 与 r_β 的大小，因为 $r_\alpha > 0, r_\beta > 0$，只要比较 r_α^6 与 r_β^6 大小即可，用比较法证得 $r_\alpha > r_\beta$。

分类讨论也是分割综合问题的又一种方法，审题时要据题目的要求把需要在多种情况下研究的问题，分解成各种单一的情况去处理；把多种不同的表达形式的问题，分别对各种形式作出研究；把不同条件应该采用不同方法的问题，分别对不同条件，用不同方法去解决。分类讨论实际上也是一种分割分解。

④ 对综合性较强的试题，审题时要适时转化，力求使综合问题由难到易，化不常见的问题为常见的问题，化不规范的问题化为规范的，化不熟悉的为熟悉的问题。

例 38. 当实数 K 在什么范围内取值时，能对圆 $(x-1)^2 + y^2 = 1$ 上任意一点 (x,y)，都使不等式 $x + y + k \geqslant 0$ 总成立。

分析：这是一道几何、代数内容综合在一起的问题，求实数 K 的范围。规范的形式是直接或间接给出关于 K 的不等关系，可这里给 $x + y + k \geqslant 0$ 中，x、y、k 都是变量，又怎么研究呢？为了减少所研究量的个数，应该用圆的条件消去 x 或 y 中一个。但从 $(x-1)^2 + y^2 = 1$ 中解得 x，y 是不方便的，改用参数思想，把圆方程转化成 $\begin{cases} x = 1 + \cos\theta \\ y = \sin\theta \end{cases}$ 这样圆上任一点变成 $(1 + \cos\theta, \sin\theta)$，就使 $x + y + k \geqslant 0$ 对圆上任一点 (x,y) 成立转化成 $1 + \cos\theta + \sin\theta + k \geqslant 0$，即 $K \geqslant -1 - \cos\theta - \sin\theta$，对任意 θ 成立。由于 $-1 - \cos\theta - \sin\theta = -1 - \sqrt{2}\sin(\theta + \dfrac{\pi}{4})$，所以 $-1 - \cos\theta - \sin\theta$ 的最大值是 $-1 + \sqrt{2}$，因此，要使 $K \geqslant -1 + \sqrt{2}$，$x + y + K \geqslant 0$ 总成立。审综合性试题作适当转化时，通常遇到的有表达形式的转化（如一般、特殊的转化、数和形的转化），逻辑关系的转化（把找充要条件转化成先找必要条件，把命题转化成等价形式等）等等。在审题中要强化这种转化意识，提高转化的能力。

B. **想 —— 探索解法：**

审题过程中已经进入了酝酿解题思路，为探索解题途径创造了良好条件。探索解题途径主要有由因导果和执果溯因。

① 由因导果：

由因导果是将“已知”推演到“未知”，一般称综合法。它是从问题的条件入手的，如何从问题的条件想开？一般说有三个思维层次：首先要充分利用条件，在解题过程中，不仅要使题目所给条件用上，而且要把隐含条件挖出来并且用上，才叫充分利用条件。（见例 36），其次要善于转化条件解题实际是使条件与结论逐渐接近的过程，转化条件能起促进作用。在数学中提供转化的方法有：等量转换（例如各种式的恒等变形），辅助转换（换元法），等价转换（例如方程或不

等式转换），放缩转换（例如用放缩法解不等式，用相似变换解几何题），形数转换（例如代数、三角、几何题型之间的转换）等等。还要积极创设条件。积极创设与题目相容的条件，可以促使条件更快接近结论。众所周知，论证几何题目时，常常在引入适当辅助线后，就能化难为易，这就是在解题中创设条件的一种表现。在代数里，引入辅助方程，构造辅助函数都是创设条件的方法。但是条件不是凭空而创，思路必须要有依据，凭何依据呢？从题目已给条件或求解目标，去联想与之有关的公式、定理或结论，获得启迪，寻找依据，从而创设解题中所需要的条件：例

39. 解方程组$\begin{cases}\sqrt{\dfrac{x}{y}}+\sqrt{\dfrac{y}{x}}=\dfrac{41}{20}\\ x+y=41\end{cases}$这题已给出“两数之和”的条件，如能创设“两数之积”这个条件，就可以用韦达定理来解。易知：$\sqrt{\dfrac{x}{y}}\cdot\sqrt{\dfrac{y}{x}}=1$，创设这个条件，问题迎刃而解了。

② 执果溯因：

“执果溯因”是将“未知”归结为“已知”的思维方法称为“分析法”，它是从问题的结论入手的。如何从问题的“结论”想开？一般说也有三个思维层次。

首先是回想

根据题目中涉及的主要概念，回想它的定义是怎样的？根据题目的条件，结论及其结构，回想与它有关的公式、定理、法则是什么？

例 40. 三个数 a、b、c 不全为零的充要条件是如下四者中哪一个（　）

(A) a、b、c 都不是零　　(B) a、b、c 中最多有一个是零

(C) a、b、c 中只有一个是零　　(D) a、b、c 中至少有一个不是零。

显然，这题涉及的主要概念是“充要条件”，如果能回想起充要条件的含义，该题就好解了。

回想的思维基础往往是演绎推理，即由一般到特殊的推理，把一般的原理、法则、结论套在特殊的情况上，回想的结果，会出现直接套用现成的定义、公式、定理或法则来解题。

其次是联想：

联想是接通解题思路的桥梁，当我们直接套用现成知识解决不了问题时，就必须进行联想，解题时的联想，就是要求在你的知识仓库里，找出与题目很接近的或很相似的原理、方法结论或命题来，变通使用这些知识，看能否解决问题。

例 41. 求函数 $f(x)=\sqrt{x^2+9}+\sqrt{(x-5)^2+4}$ 的最大值：

分析：从 $f(x)$ 等于两个根式，第一种联想与两点间距离公式相近，于是变形，$f(x)=\sqrt{(x-0)^2+(0-3)^2}+\sqrt{(x-5)^2+(0+2)^2}$ 即表示 x 轴上点 $P(x,0)$ 到两点 $(0,3)$，$(5,-2)$ 的距离和。第二种联想，把两个根式联想到复数的模：

$|z_1|=\sqrt{x^2+9}$，$|z_2|=\sqrt{(x-5)^2+4}$，令 $z_1=x+3i$，$z_2=(5-x)+2i$，利用 $|z_1|+|z_2|\geqslant|z_1+z_2|$ 即易找到最大值。

数学里常用的联想有，接近联想、相似联想、对比联想、关系联想，定义、命题、方法、规律等联想。

联想的思维基础，往往是类比推理，即由特殊到特殊的推理，把解决某种特殊情况的原则和方法迁移过来，应用到接近或相似的情况上，联想体现了灵活运用现成的数学知识方法。

最后是猜想：

如果联想仍解决不了问题，不妨进行大胆猜想，如果不能马上找到解题的途径和方法，这就要猜想，可以去选择一些接近于解决问题的途径，原则和方法，然后设法论证这些猜想是否