

業余技術學校教材

数 学

第三分册 几何

(初 稿)

机 械 工 業 出 版 社



業余技術

數

第三分冊 幾何

(初稿)

楊三陽編 韓煥堂校閱



机械工业出版社

1956

NO. 丙 79

1956 年 10 月第一版 1956 年 10 月第一版第一次印刷
787×1092 $1/32$ 字数 37 千字 印张 $1\frac{13}{16}$ 00,001—35,000 册
机械工业出版社(北京东交民巷 27 号)出版
机械工业出版社印刷厂印刷 新华书店发行

北京市书刊出版业营业许可证出字第 008 号 定价(7) 0.18 元

目 次

第一章 基本概念	5
1. 几何学的簡史和用途(5)—— 2. 几何圖形(6)—— 3. 平面(6)—— 4. 線(7)	
第二章 角	10
5. 角(10)—— 6. 角的量法(10)—— 7. 角的种类(11)—— 8. 相关的角(12)—— 9. 斜線和垂線(13)	
第三章 三角形	16
10. 定义(16)—— 11. 三角形的分类(16)—— 12. 三角形中的几种主要線段(17)—— 13. 三角形的全等(18)—— 14. 直角三角形的全等(25)—— 15. 勾股弦定理(27)—— 16. 三角形的外角和它的性質(30)—— 17. 三角形的边和角的相互关系(32)	
第四章 平行線	34
18. 定义(34)—— 19. 定理 垂直于同一条直線的兩条直線不能相交(34)—— 20. 兩条直線和第三条直線相交所成的角(34)—— 21. 兩条直線平行的判定定理(35)—— 22. 兩条平行線和第三条直線相交所得的角之間的关系(36)—— 23. 三角形內角的和(40)	
第五章 平行四边形	43
24. 定义(43)—— 25. 平行四边形的判定定理(43)—— 26. 平行四边形的性質(45)	
第六章 圓	48
27. 圓的概念(48)—— 28. 圓心角和所对的弧之間的关系(49)—— 29. 弧、弦和弦心距之間的关系(49)—— 30. 切線和它的性質(50)	
第七章 相似三角形	53
31. 相似形的意义(53)—— 32. 相似三角形的定义(53)—— 33. 相似三角形的判定定理(54)—— 34. 相似三角形的性質(55)	

第一章 基本概念

1. 几何学的簡史和用途 “几何”是由希臘字翻譯出來的，这个名詞的原义是‘測量土地的技术’。

古代的埃及人在尼罗河兩岸种地，但尼罗河每年要泛滥兩次，淹沒極大的区域，因而在大水退了以后，就要恢复各地段之間的疆界。为此，他們需要進行測量工作。在實踐中他們逐漸掌握了適當的法則以便計算距离、面積和繪制土地的圖样等。

由于希臘人和埃及人通商貿易，埃及人所拥有关于土地測量的知識就傳到希臘，希臘的学者对它又加以补充，使这些法則成为一門完整的科学。

公元前三世紀希臘的学者欧几里得（公元前 330—275）特別詳細地研究了这一門科学，編寫了一本書，叫做‘几何原本’。后来的人學習几何学，就以这本书做根据。

我國几千年來，对于几何学也有許多成就，在古代算書九章算術中，載有計算各种形狀的土地面積和物体体積的方法。在另一本古代算書周髀算經中，已講到关于直角三角形各边間的关系的問題。不过成为一門有系統的學問來研究，却是从明时徐光啓(1562—1638)翻譯欧几里得的几何原本开始的。

現在這門科学虽然还保持着它原始的名称，但是早已不再是关于土地測量的科学了。現在称为几何学的，是研究圖形的形狀、大小与相互位置的科学了。

几何学是数学中的基本学科，也是工場、工具車間、制圖室、設計室和檢驗室中用作解决許多实际問題必需的工具。

譬如，划線、度量、估重、制圖等，都离不开这些基本知識，所以我們應該很好地學習這門科學，以便為祖國偉大的經濟建設服務。

2. 幾何圖形 當我們只研究一個物體的形狀和大小而不研究它的其他性質的時候，我們就把這個物體叫做**幾何體**。例如，一個橡皮球和一個同樣大小的鐵球，雖然它們的顏色、輕重、製造材料等有所不同，但是它們的形狀和大小都相同，所以它們是完全相等的幾何體。

任何物體都是用它的**面**來和鄰接的其他物體分開的。這個面只有長短、寬窄而沒有厚薄。

如果兩個面相交就得到了**線**，例如，桌面的棱。線是只有長短而沒有寬窄和厚薄的。

當線和線相交的時候就得到了**點**。例如，桌子兩個棱相交的地方就是點。點是只有位置，沒有長短，沒有寬窄，也沒有厚薄的。

幾何體、面、線和點是不能分離來單獨存在的，但在幾何學的研究上，可以把它們分別地孤立地來想像。

將點、線、面、體連合起來，可以得到各種各樣不同的形狀，這叫做**幾何圖形**。

3. 平面 窗上的玻璃和池塘里平靜的水，我們都感到它們的表面是很平滑的，我們就把這種面叫做平面，但更精確地說，平面須有這樣的性質：如果用一條直線連結平面內的任意兩點，那末這條直線上所有的點都在這個平面內。

例如，我們想檢查一塊木板是否鉋得平滑，就可以把一根經過精確地校正過的尺的邊放到木板的面，如果這塊木板已經鉋得十分平滑，那末無論把這根尺放在什麼地方，邊上所

有的点都应当紧紧地貼在木板的面上。

如果圖形上所有的点都在一个平面內，这个圖形就叫做平面几何圖形。平面几何学就是專門研究平面几何圖形的性質的科学。

4. 線 線的形态有三种：

A) 直線——直線是線中最簡單的，也是最熟習的。一条直線我們要想像成是向兩方無限伸長着的。通常表示它的任何兩点，是用兩個大寫字母來表示的。例如，“直線 AB ”；或者用一个小寫字母來表示，例如“直線 a ”（圖 1）。



圖 1

直線有下面的性質：过任意兩点，可以引一条直線，并且只能引一条直線。

由这个性質，可以推得：兩条直線最多只能有一个交点。

直線上任意兩点間的有限部分叫做“線段”。这两点叫做線段的端点。通常表示它的两个端点，是用兩個大寫字母來表示的，如“線段 DE ”；或者用一个小寫的字母來表示，如“線段 b ”（圖 2）。



圖 2

在直線上某一点一旁的部分叫做“射線”，又叫“半直線”。这点叫做射線的端点。通常表示它的端点和射線上另外任何一点，是用兩個大寫字母來表示的。把表示端点的字母寫在前面，例如，“射線 OC ”（圖 3）。



圖 3

B) 曲線——曲線是沒有一處為直線的線。最常見的曲線是圓，如圖 4。

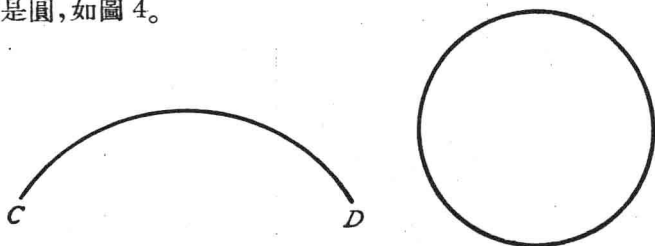
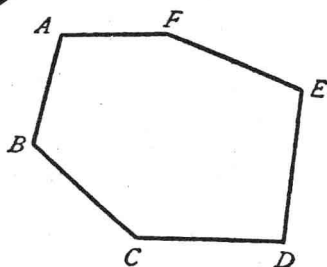


圖 4

C) 折線——折線是幾條不同方向的直線連接而成的線。如圖 5 中的 EF 。如果折線的首尾相合於一點時，叫做封閉折線，如圖 5。



圖 5



習 題 一

1. 任意定兩點，用直尺作通過它們的直線。
2. 任意定三點，通過每兩點作一直線，最多可以作幾條？
3. 任意作三條線段，依不同的順序，作它們的和。
4. 任意定四點，通過每兩點，作一直線，最多可以作幾條？
5. 用實驗的方法說明下列 A 、 B 、 C 、三點是否在一直線上：
 - (1) $AB=4$ 公尺， $AC=7$ 公尺， $BC=3$ 公尺；
 - (2) $AB=1.8$ 公尺， $AC=1.3$ 公尺， $BC=3$ 公尺。

附錄：在代數中學習解方程的時候，已經知道在等式的兩邊加上或減去相同的數，仍然相等的道理。這個道理叫做

公理,在几何学中也常常用到。

下面再举出一些对于任何数量都有关系的公理:

- 1) 等于第三个量的两个量相等。
- 2) 等量加上等量,它们的和相等。
- 3) 等量减去等量,它们的差相等。
- 4) 等量乘以等数,它们的积相等。
- 5) 等量除以等数,它们的商相等(但除数不得为零)。(等量之半相等)。
- 6) 全量等于它的各部分的和。
- 7) 在等式或不等式中,一个量可以用它的等量来代替。
- 8) 第一量大于第二量,第二量大于第三量;第一量就大于第三量。
- 9) 不等量加上等量,它们的和不等,原来大的,和仍旧大。
- 10) 不等量减去等量,它们的差不等,原来大的,差仍旧大。
- 11) 等量减去不等量,它们的差不等,减去大的,差反而小。
- 12) 不等量乘以相等的正数,它们的积不等,原来大的,积仍旧大。
- 13) 不等量除以相等的正数,它们的商不等,原来大的,商仍旧大。
- 14) 不等量和不等量相加,大量的和大于小量的和。
- 15) 全量大于它的任一部分。

第二章 角

5. 角 从同一点引出的两条射线(如图 6 中 OA 和 OB) 所组成的图形叫做角。组成角的两条射线 (OA 和 OB) 叫做角的边。它们的公共端点 (O) 叫做角的顶点。角的大小只由它的两边张开的程度来决定, 和边的长短无关。我们要把两边都想像成可以无限延长的。

角可以用“ $\angle$ ”来表示。

一个角通常用三个大写字母来表示, 中间的一个字母表示角的顶点, 两旁的两个字母分别表示角的两边上的任

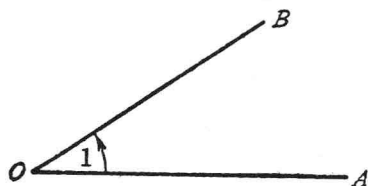


圖 6

意一点。例如, 图 6 中的角可以记做 $\angle AOB$ 或者 $\angle BOA$ 。有时只用表角顶的一个字母来表示, 例如, 图 6 中的角也可以记做 $\angle O$ 。有时, 角还可以用在角的内部靠近顶点的一个数字来表示, 例如 $\angle 1$ 等。

6. 角的量法 实用上我们对于角的大小是用量角器来量的。量角器是半圆形, 这个半圆被分成 180 等分, 每一等分就是一度(如图 7)。要量 $\angle ECD$, 先使量角器的圆心和角的顶点 C 重合, 再使半径 CB 落在角的边 CD 上。那末角的另一边 CE 在圆弧上所指出的度数就是角 ECD 的度数。

一度的 $\frac{1}{60}$ 叫做一分; 一分的 $\frac{1}{60}$ 叫做一秒。度、分、秒分别用符号“ $^\circ$ ”、“ $'$ ”、“ $''$ ”表示。如 52 度 35 分 47 秒, 就记为 $52^\circ 35' 47''$ 。

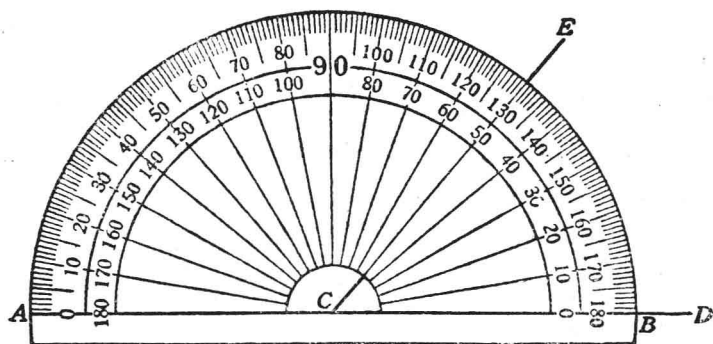


圖 7

7. 角的种类

1) 平角——几个角(例如 $\angle AOB$ 、 $\angle BOC$ 、 $\angle COD$) 相加以后(圖 8), $\angle COD$ 的一边 OD , 变成了 $\angle AOB$ 的一边 OA 的延長線。这时得出來的圖形是由一点 (O) 向相反方向所引出的兩射線 OA 、 OD 所組成, 并且兩射線互为延長線; 这样的圖形也叫角——平角(等于 180°)。

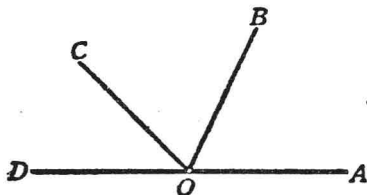


圖 8

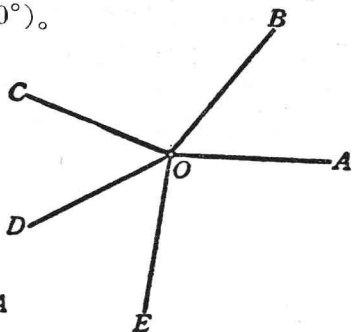


圖 9

2) 周角——有时几个角相加以后, 例如 $\angle AOB$ 、 $\angle BOC$ 、 $\angle COD$ 、 $\angle DOE$ 与 $\angle EOA$ 相加后(圖 9), $\angle EOA$ 的一边 OA 与 $\angle AOB$ 的一边 OA 相重合, 这样, 圍繞一点 (O) 几个相

互鄰接的角所組成的圖形也叫做角——**周角**（等于兩個平角—— 360° ）。

3) 直角—— 90° 的角（就是平角的一半，或者周角的四分之一）叫做**直角**（圖 10）。直角可以用字母 d 來代替。例如，兩個直角可以寫成 $2d$ 。

所有的直角都是 90° ，所以凡直角都相等。

4) 銳角——小于直角的角，叫做**銳角**（圖 10）。

5) 鈍角——大于直角而小于平角的角叫做**鈍角**（圖 10）。

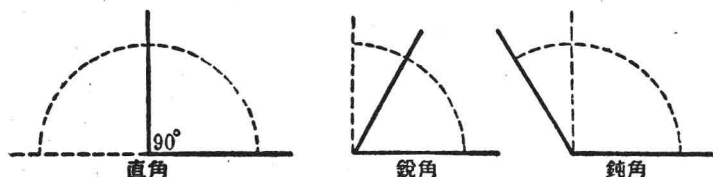


圖 10

8. 相关的角

1) 余角和补角——如果兩個角的和等于一个直角（就是等于 90° ），這兩個角就叫做**互为余角**。例如， 30° 的角和 60° 的角互为余角。也就是 30° 的角是 60° 的角的余角，而 60° 的角也是 30° 的角的余角。

如果兩個角的和等于一个平角（就是等于 180° ，也就是等于兩個直角），這兩個角就叫做**互为补角**。例如， 135° 的角和 45° 的角互为补角，也就是 135° 的角是 45° 的角的补角，而 45° 的角也是 135° 的角的补角。

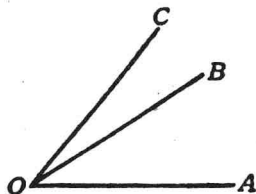


圖 11

2) 鄰角和鄰补角——如果兩個角（如圖 11 中的 $\angle AOB$ 和

$\angle BOC$ 有公共的頂点 (O) 和一条公共边 (OB), 并且它們的另一边分別在公共边的兩旁, 这两个角就叫做互为鄰角。

如果兩個角(如圖 12 中的 $\angle AOB$ 和 $\angle BOC$)有公共的頂点 (O) 和一条公共边 (OB), 并且它們的另一边 (OA 和 OC) 互为反向延長線, 那末这两个互为鄰角的角又互为补角(因為它們的和是一个平角); 这样的兩個角叫做互为鄰补角。

3) 对頂角 —— 如果一个角的两边分別是另一个角兩边的反向延長線, 这两个角就叫做对頂角。例如, 兩条直線 AB 和 CD (圖 13) 相交于 O 点組成四个角, 其中 $\angle AOD$ 和 $\angle COB$ 、 $\angle AOC$ 和 $\angle DOB$ 都是对頂角。

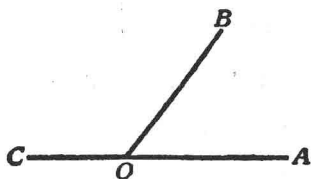


圖 12

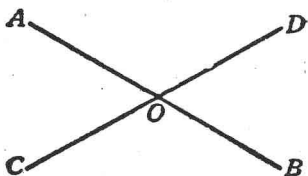


圖 13

在圖 13 中, $\angle AOD$ 和 $\angle COB$ 是同一个角 DOB (或者 AOC) 的鄰补角, 因为这两个角与 $\angle DOB$ (或 $\angle AOC$) 的和都等于 180° , 所以 $\angle AOD = \angle COB$ 。同理 $\angle AOC = \angle DOB$ 。由此我們得出了对頂角的一个重要性質: 对頂角相等。

9. 斜線和垂線 射線 OB 和直線 AC 相交于 O 点, 若所

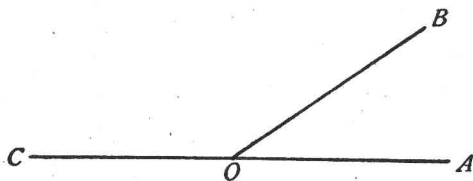


圖 14

成的两个鄰角 AOB 和 BOC 不相等，則 OB 叫做 AC 的斜線。 O 点叫做斜線足(圖 14)。

若射線 OB 和直線 AC 所成的两个鄰角相等，也就是各等于一个直角。則 OB 叫做 AC 的垂線。 O 点叫做垂足(圖 15)。

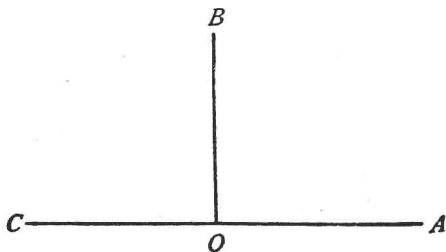


圖 15

兩直線相交成直角，我們說它們是互相垂直。若直線 OB 垂直于直線 AC ，用符号“ $\perp$ ”表示，就寫成 $OB \perp AC$ 。

很顯然，自線內或線外一点对此直線都能引一条垂線，且只能引一条。

習 題 二

1. 先任意作一个角，用量角器量出它的度数，再用量角器作一个和它相等的角。

2. 用量角器作 60° 、 75° 、 125° 、 150° 的各角。

3. 求下列各角的余角：

1) 30° ； 2) 75° ； 3) $34^\circ 23'$ ； 4) $22^\circ 42' 38''$ 。

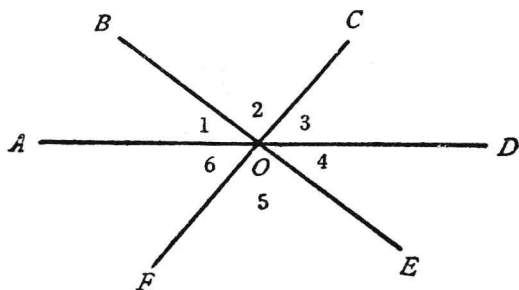
4. 求下列各角的补角：

1) 55° ； 2) 100° ； 3) 135° ； 4) $32^\circ 3' 2''$ 。

5. 在下圖內，三条直線 AD 、 BE 、 CF 相交于 O 点，其中：

1) $\angle 1 = 35^\circ$ ， $\angle 3 = 55^\circ$ ，求 $\angle 2$ 、 $\angle 6$ 、 $\angle 4$ ；

2) $\angle 5 = 90^\circ$ ， $\angle 4 = 35^\circ$ ，求 $\angle 3$ 。其中哪兩条線互相垂直？



6. 何種角與它的余角相等？
7. 何種角與它的補角相等？
8. 兩條直線相交成四個角，如果其中有一個是直角，其餘的三個角應該是什麼樣的角？為什麼？

第三章 三角形

10. 定义● 三角形是由封闭折线在平面上所围成的图形, 但此折线只有三个边。如图 16 的 ABC 。为了简便起见, 三角形通常用符号“ $\triangle$ ”来表示, 例如, 三角形 ABC 可以记做 $\triangle ABC$ 。其中, A 、 B 、 C 三点叫做三角形的顶点; $\angle A$ 、 $\angle B$ 、 $\angle C$, 叫做三角形的角; AB 、 BC 、 CA , 叫做三角形的边。

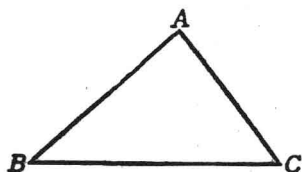


圖 16

11. 三角形的分类

1) 按照各边的长短来分类——三边各不相等的叫做不等边三角形 (图 17)。三边中有两边相等的叫做等腰三角形 (图 18 a、b)。三边都相等的叫做等边三角形, 又叫正三角形 (图 19)。

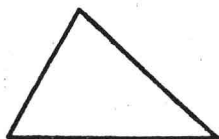


圖 17



圖 18 a



圖 18 b



圖 19

2) 按照各角的大小来分类——三个角都是锐角的叫锐角三角形 (图 20)。三个角中有一个是直角的叫做直角三角

● 规定一个名词的意义, 使它和别的名词绝对不会相混, 这叫做定义。例如, 我们所学过的直角、对顶角、垂直等的说明都是定义。