

力学

〔上册〕

上海纺织工学院纺织系

一九七二年十二月

目 录

第一章	物体的受力分析与平衡	(3~46)
第一节	力的基本概念	3
第二节	力的合成与分解、力在轴上的投影	5
§ 1、	力的合成	5
§ 2、	力的分解	8
§ 3、	力在轴上的投影	9
第三节	物体的受力分析与约束反力, 受力图	12
§ 1、	物体的受力分析与约束反力	12
§ 2、	受力图	16
第四节	力矩和力偶	20
§ 1、	力矩	20
§ 2、	力偶	22
§ 3、	力向一点平移	23
第五节	平面力系的平衡条件	27
第六节	摩擦	41
第二章	杆件的强度、刚度分析	(47~114)
第一节	拉伸与压缩	50
§ 1、	拉伸与压缩时的内力、应力分析	50
§ 2、	材料的力学性质试验	52
§ 3、	许用应力与安全系数	58
§ 4、	拉、压强度计算	59
§ 5、	应力集中的概念	61

第二节	剪切与扭转	64
§ 1、	构件在剪切变形时的强度计算	64
§ 2、	等圆截面直杆受扭转变形的强、刚度条件	70
第三节	平面弯曲	81
§ 1、	平面弯曲的概念	81
§ 2、	弯曲时的内力	83
§ 3、	弯曲时的应力	90
§ 4、	平面弯曲的强度条件	96
§ 5、	弯曲时的变形	100
第四节	组合变形的强度计算	105
§ 1、	组合变形的基本概念	105
§ 2、	拉伸(或压缩)和弯曲同时作用时的应力 计算及强度校核	107
§ 3、	弯曲和扭转同时作用时的应力计算和强度 校核	109

前言

力学是各工程专业的一门基础课程，它研究物体机械运动规律及其在工程上的应用，并且介绍对机器构件进行强刚度分析的基本方法。

在纺织工程各专业里，我们所接触的各式各样机器，在运转中都是按照一定的工艺要求作机械运动的。同时，组成机器的构件（另件）又都承受不同形式大小的力的作用，因此，它们还必须具备一定的强度和刚度，才能避免由于发生断裂或过量变形而失效。本课程主要是通过这些问题的研究来培养同学具备一定的力学分析能力。

在学习这门课程时，要应用数学和物理学的知识，而力学分析的方法又是在机械基础等后继课和专业课中要用到的。

力学和其他学科一样，是劳动人民长期实践经验的总结。特别是因为力学与生产斗争有着密切的关系，所以力学学科更是伴随着生产力的发展逐步发展起来的。但是，在旧的力学课程中，却完全抹杀了劳动人民的社会实践，离开了对生产力发展的分析，而把力学原理说成是某些学者的“天才”发现，宣扬是这些“天才”们创立了这一学科。并为适应培养资产阶级精神贵族的需要，以所谓天衣无缝的“公理化体系”为出发点，追求从理论到理论的所谓“力学化”，颠倒了人的认识规律，完全脱离了生产实践。违背了毛主席“认识从实践始，经过实践得到了理论的认识，还需再回到实践中去”的教导。使旧力学课程变得又玄又空。旧大学中一些工农学生就是因为受到力学这个拦路虎的阻挡而被迫退学的，力学课成了资产阶级知识分子对无产阶级实行专政的工具。

毛主席亲自发动和领导的无产阶级文化大革命，摧毁了叛徒、内奸、工贼刘少奇为首的资产阶级司令部。在毛主席革命路线指引下，工人阶级登上了上层建筑领导斗、批、改。遵照伟大领袖毛主席“教材要彻底改革”的指示，革命师生走出校门，参加三大革命实践，开展了调查研究，初步对教材进行三破三立：一破力学学科是由少数学者创立的“天才史观”，立劳动人民创造科学文化的历史唯物主义观点；二破从理论到理论的“公理化体系”，立力学概念由实践中来上

升到理论的认识，再回到实践中去为实践服务的认识论观点；三破资产阶级学术权威搞的故弄玄虚繁琐哲学，立删繁就简少而精的原则。努力使力学教材成为我们认识世界和改造世界的工具。但是由于我们对马列主义、毛泽东思想的学习还很不够，对毛主席教育革命思想领会不深，教改实践还很少，教材还是很粗糙的。我们决心和广大工农兵学员一起通过教育革命实践，逐步改进，把力学教材改革进行到底，夺取无产阶级教育革命的更大胜利。

本课程内容共分四章

第一章 物体的受力分析与平衡

第二章 物体的强刚度分析

第三章 物体的运动分析

第四章 物体的动力分析

第一章 物体的受力分析与平衡

物体的受力分析与平衡这一章是整个力学的基础部分。这一章中所要讨论的主要是两个问题：1、对机器的零件进行受力分析，2、讨论零件处于平衡状态的条件。由平衡条件，计算出作用在零件上的各个力的大小。并且通过力的分析和计算，对零件选择适当的材料并确定零件的大小尺寸。

第一节 力的基本概念

伟大领袖毛主席教导说：“认识从实践始”。

力的概念正是人们无数次地对实际事物的实践和观察，以抽象、概括而得来的。

我们在生产实践和生活实践中都接触到很多与力有关的现象。例如，我们推动车子，就要用力；用大铁手把小螺丝扳断了，是因为用力过大；要把轴按装在一定的空间位置，就需要相应的轴承来承受压力，把它托住；在织布机上，梭子飞行的速度与投梭棒的投梭力有关；有些机器零件，在设计时选用多大的尺寸和什么样的材料，就是根据这些零件上受力情况决定的。在纺织工艺过程中，有的地方常常需要施加一定的压力，以便握住纤维或保持纱线有一定的张力，这里都涉及到怎样合理地用力的问题。

毛主席教导我们：“感觉到了的东西，我们不能立刻理解它，只有理解了的东西才更深刻地感觉它。”在上述实践中我们感觉到了力，但如果我们不了解它的特殊性，我们就无法真正理解它，就无法在本质上把它同其他事物相区别，也就无法更合理地使用它。下面我们就来讨论有关力的特殊性，以便能更深刻地理解它。

从大量的生产和生活实践中，我们可以把力概括为：力是一个物体对另一个物体的作用。这种作用使受作用的物体（即受力的物体）发生两种效果：

(1) 受力物体发生运动状态的变化。例如，使物体由静止变为运动，由运动变为静止，由较快的运动变为较慢的运动，由较慢的运动变为较快的运动，运动的方向的变化等等。

(2) 受力物体发生变形，例如，使物体拉长了，压短了，直的变弯了等等。

力对物体作用的效果更具体地反映在这个力的大小，作用的方向和力在物体上的作用点这三个根本方面。如果其中有一项发生改变，力对物体的作用效果也就跟着改变，因此，力的大小、方向和作用点就构成了力的三要素。

力的作用效果既然不仅决定于它的大小，而且还决定于它的方向，因此，力就要用一个带有方向意义的量来度量，这种量称为矢量。我们这样来表示：通过力的作用点，沿力的作用方向画一根直线（称为力的作用线），从作用点起按比例取一定长度表示力的大小，在它的端头画个箭头表示力的方向。举例说明如下：

如图 1—1(a) 所示，用 $P=30$ 公斤的力拉一辆车子，力的方向与水平倾斜 30° 角，此时，力 P 就用矢量 $\overrightarrow{AB}$ 来表示。取比例一厘米代表 10 公斤，则 $\overrightarrow{AB}$ 的长度是 3 厘米。

在画力矢量时，也常用矢量的终点（即箭头端）表示出它的作用点，如图 1—1(b)，这里以线段 $\overrightarrow{A'B'}$ 表示 P' 力，而作用点是 B' 。在计算时，若不采用图解法，那么我们在画力矢量时，它的长短就不必按比例来画。

力的单位在工程上常用公斤 (kg) 或吨 (T) 来表示。

1 吨 = 1000 公斤

伟大领袖毛主席教导说：

“……矛盾着的各方面，不能孤立地存在，假如没有和它作对的矛盾的一方，它自己这方就失去了存在的条件。”

力的作用正是这样。有力的

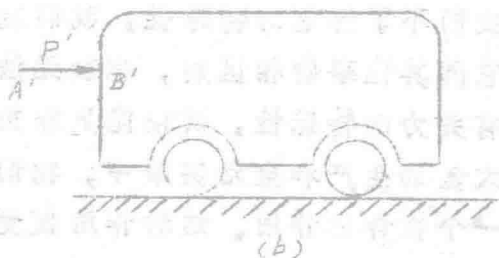
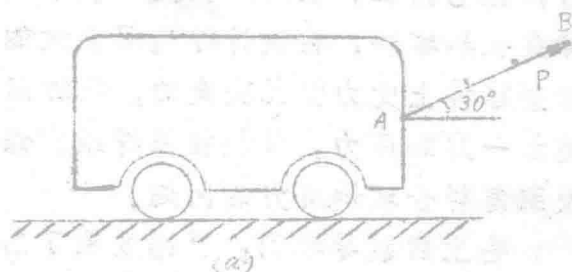


图 1—1

作用就必定存在力的反作用，它们是矛盾着的两个方面，失去任何一方，另一方就不存在。力的作用和力的反作用同时存在，同时消失。这里必须着重指出，作用力和反作用力是作用在不同物体上的，因此，它们不能互相抵消。

力的作用、反作用关系是力的基本性质之一。在分析物体之间的相互作用时，如果知道了物体(A)对物体(B)的作用力的大小和方向，就可以确定物体(B)对物体(A)的反作用力的大小和方向。

第二节 力的合成与分解 力在轴上的投影

§ 1、力的合成

在工程技术问题中，一个物体往往同时受到几个力的作用。如果一个力一个力地考虑它对物体产生何种效果，那么，一方面工作很繁杂，另一方面几个力同时作用下的总效果也难以立即看得出来。这里就产生了这样的问题：是否可以用一个力的作用来替代几个力的作用呢？当然，替代之后对物体产生的总效果应该一样。如果可以的话，那么物体同时受到几个力的作用时，其作用效果就容易推测了。这就是力的合成问题。

力的合成问题在生产实际中是经常遇到的。例如：我国自行设计制造的万吨水压机，在按装时，需将成百吨重的横梁吊到几层楼高的大立柱上。我国工人阶级创造了“蚂蚁顶泰山”的方法，用成百个千斤顶将横梁一步一步地推上去，“蚂蚁顶泰山”就是用了力的合成方法。纺织行业中，罗拉加压计算及综丝受力的分析，也都是应用了力的合成与分解的知识。

我们这里只讨论比较简单的两个相交力的合成。就是说用一个力的作用来替代两个相交力的作用。这个力称为合力。

例如，两人合拉一辆车，如图1-2(a)所示。两人所用的力各为 $P_1 = 20$ 公斤， $P_2 = 50$ 公斤，两力之间的夹角 $\alpha = 30^\circ$ 。我们能

否找到另外一个力 R (即合力) 来代替这两个力 P_1 和 P_2 , 而使得对车子的运动产生相同的效果呢?

合力 R 是可以找到的。

合力 R 是不是就等于

P_1 和 P_2 代数相加

即 $R = P_1 + P_2 =$

$20 + 50 = 70$ 公斤

呢? 不是! 因为力是

矢量, 应写成矢量式

$\vec{R} = \vec{P}_1 + \vec{P}_2$, 它

们的合成不能进行简

单的代数相加而是矢

量相加。通过大量实践的总结, 矢量加法应按照平行四边形法则求得。即以两个力 P_1 和 P_2 的力线作平行四边形的邻边, 那末, 其对角线的长度正好代表合力 R 的大小, 其指向 (由 E 到 G) 正好表示了合力 R 的方向。这样, 只要应用三角学中的有关公式, 我们就可以计算出合力 R 的大小和方向。

如图 1-2(b) 所示, EF 代表 P_1 力, EH 代表 P_2 力, P_1 与 P_2 的夹角为 α , 作平行四边形 $EFGH$, EG 是对角线。

$\alpha = \varphi_1 + \varphi_2$, 从 $\triangle EFG$ 中看出

$$\angle EGF = \varphi_2$$

$$\therefore \angle EFG = 180^\circ - \varphi_1 - \varphi_2 = 180^\circ - \alpha$$

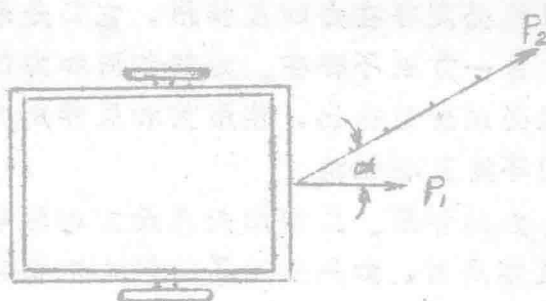
根据余弦定理, 合力 R 的大小为

$$R = \sqrt{P_1^2 + P_2^2 - 2 P_1 P_2 \cos(180^\circ - \alpha)}$$

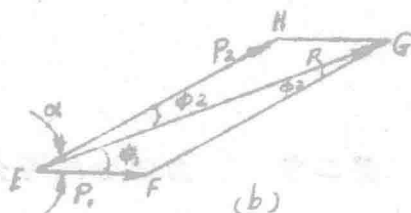
$$= \sqrt{P_1^2 + P_2^2 + 2 P_1 P_2 \cos \alpha}$$

$$= \sqrt{20^2 + 50^2 + 2 \times 20 \times 50 \times \cos 30^\circ}$$

$$= 68 \text{ 公斤}$$



(a)



(b)

图 1-2

应用正弦定理可求出合力 R 的方向, 即 R 与 P_1 、 P_2 的夹角 φ_1 和 φ_2 , 在 $\triangle EFG$ 中:

$$\frac{R}{\sin(180^\circ - \alpha)} = \frac{P_1}{\sin \varphi_2} = \frac{P_2}{\sin \varphi_1}$$

得 $\sin \varphi_1 = \frac{P_2}{R} \sin \alpha = \frac{5.0}{6.8} \sin 30^\circ = 0.3676$

$$\sin \varphi_2 = \frac{P_1}{R} \sin \alpha = \frac{2.0}{6.8} \sin 30^\circ = 0.1470$$

查三角函数表即得 φ_1 和 φ_2

$$\varphi_1 = 21^\circ 34'$$

$$\varphi_2 = 8^\circ 26'$$

顺便指出, 任何物理量, 只要它是矢量, 例如力、速度、加速度等, 它们的合成就都遵从平行四边形法则。

仔细分析力的平行四边形, 可以看出, 我们在求二个力的合力时, 可以把平行四边形法则加以简化, 即不必画出整个平行四边形, 而只要画出一只三角形就行了。(称三角形法则)

仍以两人合拉一车为例, 求 P_1 、 P_2 的合力, 如图 1-3。就是把 P_1 的末端和 P_2 的始端衔接起来, 使 BC 平行于作用在物体上的 P_2 力, 再把

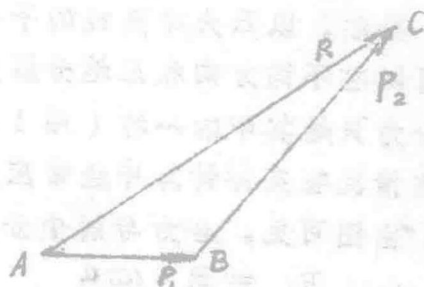


图 1-3

P_1 的始端 A 和 P_2 的末端 C 用一直线连接起来, 那么矢量 $\overline{AC}$ 就代表 P_1 和 P_2 的合力 R 。与上图相比, 这里的 $\triangle ABC$ 与图 1-2 中的 $\triangle EFG$ 完全等同, 即相当于平行四边形的一半。可见用三角形法则求两力的合力时, 要比平行四边形法则方便些。

用平行四边形原理, 还可以证明一个重要的原理: 作用在同一平面上的三个不平行的力如果平衡, 就必须交于一点。如图 1-4 中作用于物体上的 P_1 、 P_2 是两个不平行力, 延长它们的作用线, 必有

一个交点 A。按力的平行四边形法则可以求得合力 R，如果物体处于平衡状态， P_3 力与 R 必须大小相等、方向相反而作用在一条直线上。这样 P_3 必然通过 A 点。所以当 P_1 、 P_2 、 P_3 三个不平行力平衡时，三力必交于一点（A 点）。这儿提到的所谓平衡就是矛盾的暂时的相对的统一，也就是物体处于相对静止状态（其中包括匀速直线运动的状态）。

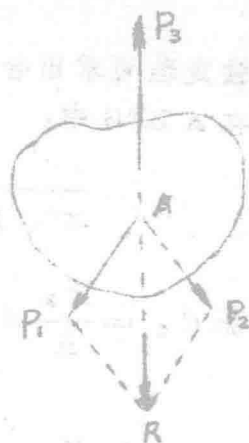


图 1-4

§ 2、力的分解

力的合成的逆问题即力的分解。就是说用两个力的作用来替代一个力的作用，这两个力称为分力。把力进行分解，也和力的合成一样，应按照平行四边形法则求得。如平行四边形的对角线代表一个力，则平行四边形的两个邻边就是它的分力 P_1 和 P_2 ，如图 1-2 所示。

显然，以 R 为对角线的平行四边形可以画出无数个，就是说，力 R 可以在不同方向相应地分解为无数对分力，而分解为互相垂直的两个分力只是其中的一种（图 1-5），这种分解为互相垂直的两个分力的情况在实际计算中经常应用。

由图可见，合力与两个分力的关系可以写成：

$$P_x = R \cdot \cos \alpha$$

$$P_y = R \cdot \sin \alpha$$

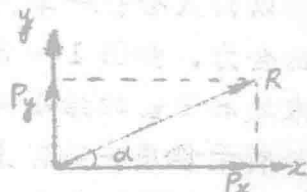


图 1-5

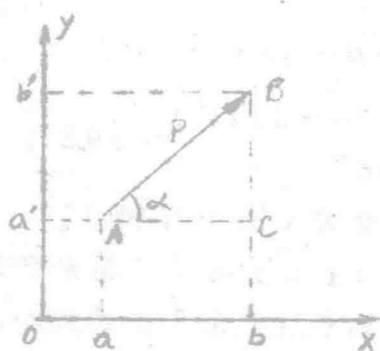
如果在两个互相垂直的分力方向取直角坐标轴，那么力 P 在 x 轴与 y 轴上的投影就代表分力 P_x 与 P_y 的大小。下面我们来说明力在轴上投影的计算。

§ 3. 力在轴上的投影

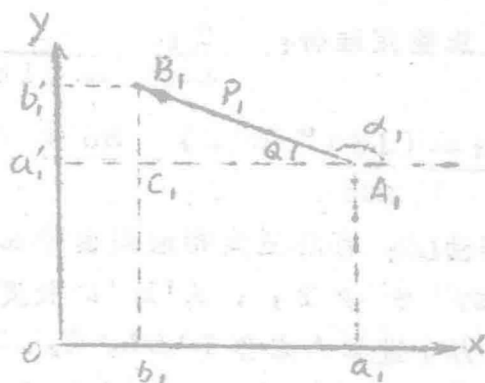
设有一力 P ，用 AB 表示这一矢量，并取直角坐标 xoy (图 1-6 a)。从力的始端 A 和末端 B 分别作 x 轴的垂线，与 x 轴交于 a 、 b 两点，则线段 ab 就称为力 P 在 x 轴上的投影，投影是有正负号的，线段 ab 与 x 轴正向相同，取为正号 (图 1-6 a) 线段 a_1b_1 与 x 轴正向相反 (图 1-6 b) 就取为负号。如用 P_x ， P_{1x} 分别表示力 P 与 P_1 在 x 轴上的投影，由三角形 ABC 与 $A_1B_1C_1$ 可知：

$$P_x = ab = P \cos \alpha$$

$$P_{1x} = -a_1b_1 = -P_1 \cos \theta = P_1 \cos \alpha_1$$



(a)



(b)

图 1-6

同样，从力的始端与末端分别作 y 轴的垂线，与 y 轴交于 a' 、 b' 两点 (图 1-6 a) 则线段 $a'b'$ 称为力 P 在 y 轴上的投影，用 P_y 与 P_{1y} 代表力 P 与力 P_1 在 y 轴上的投影，则：

$$P_y = a'b' = P \cdot \cos(90^\circ - \alpha)$$

$$P_{1y} = a_1'b_1' = P_1 \cos(90^\circ - \theta)$$

可见：力在轴上的投影等于此力的大小乘以此力与投影轴的夹角的余弦。

例 1-1、如图 1-7 所示，假定经纱张力为 35Kg ，在大盘头时，经纱间的夹角为 112° ，试求出经纱对后梁作用的合力。（忽略摩擦）

解法(1)：显然，作用在后梁上的力是两经纱张力 (T_1, T_2) 的合力，这两个经纱张力在大盘头时夹角为 112° ，不考虑摩擦 $T_1 = T_2$ 。

用平行四边形法则求合力：以 T_1, T_2 为邻边（图 1-7 (b) 中的 AB 与 AC ）作平行四边形，则对角线 AD 为合力 R 。

在 $\triangle ABD$ 中： $\alpha + \beta = 112^\circ$ ， $\alpha = \beta = \frac{112^\circ}{2} = 56^\circ$

从正弦定理得： $\frac{T_1}{\sin \beta} = \frac{R}{\sin (180^\circ - \alpha - \beta)}$ ；

$$R = \frac{T_1 \sin (180^\circ - \alpha - \beta)}{\sin \beta} = \frac{35 \cdot \sin (180^\circ - 112^\circ)}{\sin 56^\circ} = 39.2 \text{ Kg}$$

解法(2)：可用三角形法则由作图法求合力（图 1-7 (c)）。

作 $A'B' \parallel T_1$ ， $A'B'$ 的长度代表 T_1 的大小（1 厘米代表 10 Kg 力）过 B' 点作 $B'D' \parallel T_2$ ， $B'D'$ 的长度代表 T_2 的大小，连接 $A'D'$ ，则 $A'D'$ 的长度即为 T_1, T_2 的合力，从图上量得 $R = 39.2 \text{ Kg}$ ，指向从 A' 到 D' 。（图中未按比例画）

例 1-2、将重量为 P 的车子推上斜坡，斜坡的水平倾角为 α ，如图 1-8 所示。试问，将车子推上斜坡至少要用多大的力？设车子与斜坡间的摩擦忽略不计。

我们将车子的重量 P 进行分解，一个分力 P_2 平行于斜坡，另一个分力 P_1 垂直于斜坡。显见， P_1 和 P_2 是相互垂直的，这是将一个力分解成互相垂直的两个分力的问题。

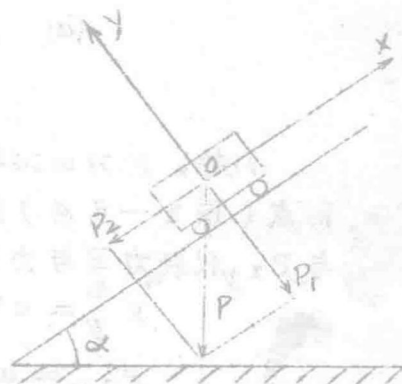


图 1-8

取直角座标 xoy , x 轴和 y 轴分别与两力平行, 原点 o 与力的作用点重合, 那么分力 P_1 和 P_2 大小是力 P 在 y 轴和 x 轴上的投影。根据力在轴上的投影计算, 就可得出:

$P_1 = -P \cos \alpha$, 这是车子作用于斜坡的压力;

$P_2 = -P \sin \alpha$, 这就是要将车子推上斜坡所需克服的最小的力。

因此, 将车子推上斜坡要用的力至少是 $P \sin \alpha$, 方向和 P_2 相反。

(式中负号表示力与坐标轴的方向相反)

小 结

前二节所学的内容是第一章的基本知识, 我把主要内容归纳如下:

一、力的基本概念:

力是一个物体对另一个物体的作用。物体受力以后将发生运动状态的变化或产生变形。力对物体的作用效果决定于力的大小、方向和作用点(即力的三要素)。力是有方向的量, 所以是矢量。

两物体间作用的两个力, 即作用力与反作用力必定大小相等, 方向相反, 作用线相同。但因作用在两物体上, 所以不能相互抵消。

二、力的合成与分解、力在轴上的投影

将二个力合成为一个合力时可用平行四边形法则或三角形法则。在计算合力的大小与方向时, 可直接由图解法量得, 也可以用计算法求得。

将一个已知力分解为等效的两个分力时, 同样可以用平行四边形法则和三角形法则。在实际运用中, 最常见的是将一个力分解成相互垂直的两个分力。

力在轴上的投影等于力的大小乘以此力与投影轴的夹角的余弦。

复习题:

- 1、什么叫力? 它的作用效果怎样?
- 2、两个大小相等的力对物体的作用是否相同?
- 3、什么叫力的合成? 什么叫平行四边形法则和三角形法则? 三个以上的力的合力如何求法?
- 4、平面上三力平衡的特点是什么?

5、力的分解和力在轴上的投影有何区别？力在轴上的投影如何计算？

6、试区别 $\vec{R} = \vec{P}_1 + \vec{P}_2$ 和 $R = P_1 + P_2$ 两个等式代表的意义。

第三节 物体的受力分析与约束反力、受力图

§ 1、物体的受力分析和约束反力

要研究某受力物体的运动或变形，必须首先具体分析作用于这个物体上有那几个力。在这些力中，那几个力的大小和方向是已知的，那几个力的大小或方向是未知的，或者大小和方向都未知。这个分析步骤，我们称之为物体的受力分析。

例如，一只球放在台面上，如图 1—9 所示，我们分析球受到那几个力的作用。

很明显，球受到两个力的作用：

(1)重力 P ，这是地球对它的引力。 P 力的大小不需要进行力学计算，它就等于一般所说的重量，只要将球放在称上称一下就知道了。其方向必然是垂直向下的。可见， P 是一个已知力。

(2)对台面（常称为支承面）来说，它受到球的压力的作用。根据力的作用反作用原理，台面必定有一个反作用力作用于球，此力以 N 表示之。

这里台面起着限制球下落的作用，这种使物体不能在某些方向运动的限制，在力学中称为“约束”。例如钢丝圈的运动受到钢领的限制，布机的梭子受到钢筘、走梭板的限制，在这里，钢领、钢筘、走梭板称为约束，这些约束对物体起限制运动的作用，使物体不能自由

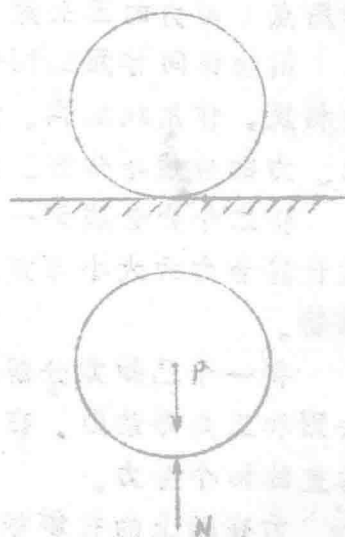


图 1—9

运动。约束施于物体的力称为“约束反作用力”，简称“约束反力”。在上面的例子中，台面对球的反作用力 N 就是约束反力。约束反力的大小通常是未知数，有时方向也是未知的，是力学中求解的对象。

毛主席教导我们说：“……每一事物的运动都和它的周围其它事物互相联系着和互相影响着。”物体与物体之间（机器的另件与另件之间）既能有相对的运动，又有约束的现象是普遍的。下面介绍工程上常见的几种约束形式，并讨论约束反力方向的决定方法。（约束反力大小的决定将在下一节中讨论）

一、绳索、链条、皮带等细长柔软物体的约束

它们对物体的约束反力，只能是沿绳索直线方向的拉力，因此，它的指向总是离开物体。

如图 1-10 (a) 所示，起重机吊钩上挂一钢梁，绳索对物体的约束反力是沿着绳索而离开物体的力 T_1 和 T_2 。皮带传动装置如图 1-10 (b) 所示。皮带对皮带轮的拉力 T_1 和 T_2 的方向是与皮带轮相切，指向离开皮带轮的方向。

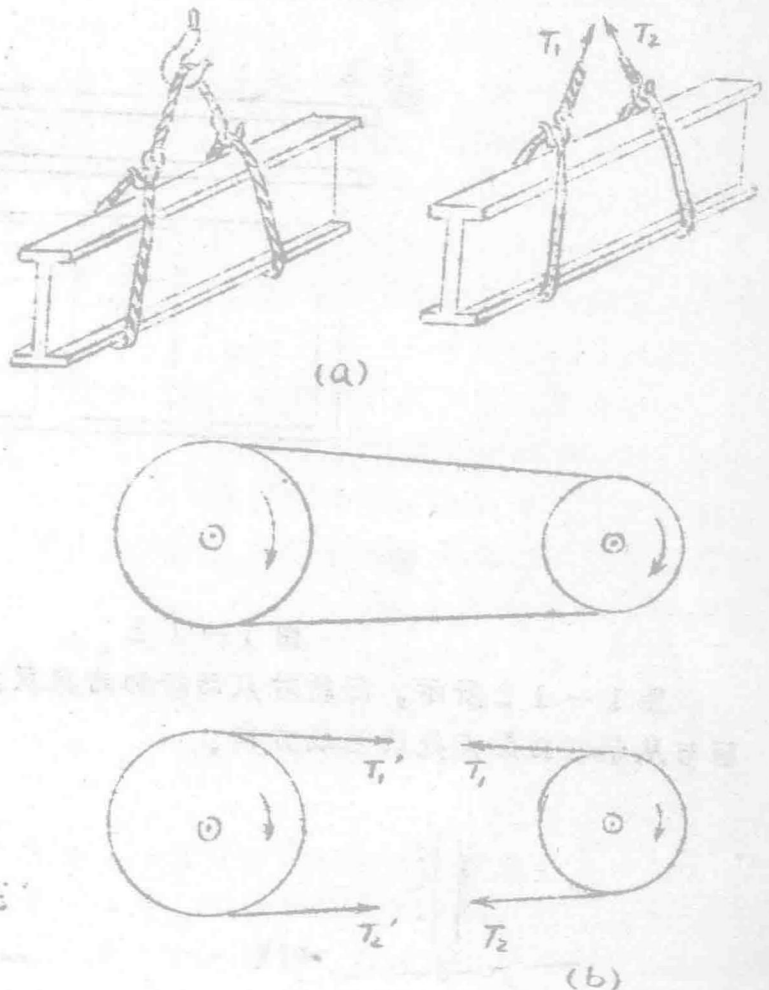


图 1-10

二、光滑面约束

绝对光滑的物体表面是不存在的，但是如果在所研究的问题中，摩擦阻力与其他作用力相比显得很小，在力学计算中可以忽略不计，那么我们就可以认为是光滑面。这时，物体可以沿约束表面自由滑动，亦即物体沿约束表面的运动不受任何限制，因此，这种约束反力的方向只能沿约束表面接触点处的法线方向。（法线即过接触点与切线相垂直的直线）

图 1-11 所示，是纺织厂中常用的运送棉卷的车子，该车子在悬空的轨道滚动。轨道对车轮的约束反力 N 的方向，垂直于轨道表面指向车轮中心。

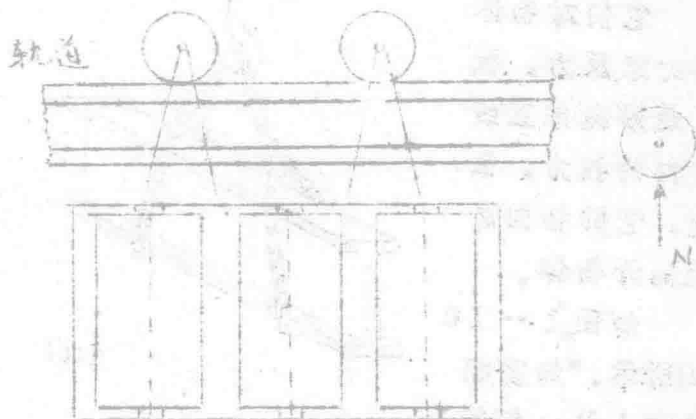


图 1-11

图 1-12 所示，凸轮对从动杆的约束反力 R 的方向，是凸轮表面与从动杆接触点处的法线方向。

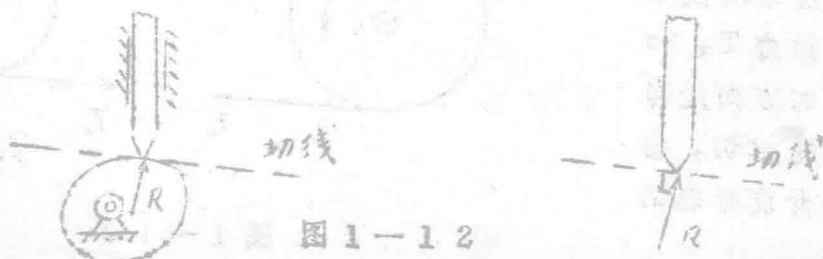


图 1-12