高中

1995年北京名校名师高考模拟题集

数学

北京四中
北京汇文中学
北京三中
北京教育学院
北京师大附中
北京八中
北京师范大学
北京教育学院崇文分院
北京教育学院宣武分院
北京教育学院西城分院

《北京名校名师各科应试模拟题集》编委会编写

华夏出版社

1995年北京名校名师高考模拟题集

数　　学

赵　康　林而立　王庚志　陈家骏　　编写

华夏出版社

前　言

为了帮助广大中小学生提高毕业、升学的应试水平，我们邀请了北京师范大学，北京市、区教师进修学院，北京市、区教研中心，北京市崇文区英语奥校，北京四中，北京汇文中学，北京八中，北京师大附中，北京实验中学，北京实验一小，北京市实验二小的教授、特级教师和高级教师编写了这套1995年北京名校名师中小学各科应试模拟题集。

本丛书是根据中小学《教学大纲》的精神、各地区的最新教材和广大师生的实际需要而编写的。

本丛书有以下特点：

一、使用范围广。它既是全部基础知识的考查，又是重点知识的高度集中。不仅能帮助毕业生全面地复习基础知识，也适用于课堂训练、教学检查和考前训练；

二、覆盖面大。本丛书博采同类书之长，涉及各科现行教材的全部知识，有利于启迪学生思维，提高解题能力；

三、题型新颖、全面。本丛书的各份模拟题均以各级统考试题为模式，包括了各种类型的主观试题和客观试题，有利于提高读者应试能力，适应考试时的题型变化。

由于成书仓促，书中不妥之处在所难免，我们恳切地希望读者提出宝贵意见。

编委会

1994.12

目　　录

高考（理科）模拟题

高考（文科）模拟题

参考答案

第一份模拟题(理科)

第Ⅰ卷　选择题

一、选择题:

1. 若集合 $A=\{1,3,x\}$,$B=\{x^2,1\}$且 $A\cup B=\{1,3,x\}$满足条件的实数 x 的个数有(　　)

(A)1 个　　(B)2 个

(C)3 个　　(D)4 个

2. $c\neq0$ 是方程 $ax^2+(y-1)^2=c$ 表示椭圆或双曲线的(　　)条件

(A)充分非必要　　(B)必要非充分

(C)充要　　(D)既非充分又非必要

3. 长方体的表面积为 $32cm^2$,体积为 $8cm^3$,其长、宽、高恰成等比数列,则长方体所有棱长之和为(　　)

(A)40cm　　(B)36cm

(C)32cm　　(D)28cm

4. 若 $f(x-1)=x^2-2x+3(x\leqslant0)$,则 $f^{-1}(x)=$(　　)

(A)$-\sqrt{x-2}(x\geqslant2)$　　(B)$-\sqrt{x-2}(x\geqslant3)$

(C)$1-\sqrt{x-2}(x\geqslant2)$　　(D)$\sqrt{x}-2(x\geqslant0)$

5. 如果实数 x,y 满足关系式 $x^2+y^2=1$,那么 $(1-xy)(1+xy)$有(　　)

(A)最小值$\frac{1}{2}$和最大值

(B)最小值$\frac{3}{4}$而无最大值

(C)最大值 1 和最小值$\frac{3}{4}$

(D)最大值 1 而无最小值

6. 化简$(\frac{1}{\sin\theta}+\frac{1}{tg\theta})\cdot(1-\cos\theta)$结果(　　)

(A)$\cos\theta$　　(B)$\sin\theta$

(C)$1+\cos\theta$　　(D)$1+\sin\theta$

7. 如图:OC 是 PO 在平面 α 内的射影,AB 是 α 内过点 O 的直线,若∠POA 是锐角,则有(　　)

(A)∠POB>∠BOC

(B)∠POC<∠AOC

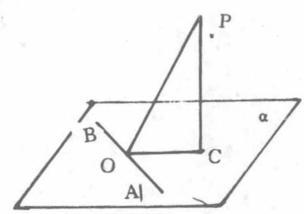
(C)∠POB<∠BOC

(D)∠POA<∠AOC

8. 若方程 $y^2-(\lg a)x^2=\frac{1}{3}-a$ 表示两个焦点都在 x 轴上的椭圆，则 a 的取值范围是(　　)

(A)$a>0$　　　　(B)$\frac{1}{10}<a<\frac{1}{3}$

(C)$a>\frac{1}{3}$　　　　(D)以上都不对



理图 1-1

9. 在 $y=\sin|x|$, $y=|\sin x|$, $y=\sin(2x+\frac{\pi}{3})$, $y=\mathrm{tg}(\pi x-\frac{1}{2})$ 这四个函数中，最小正周期为 π 的函数个数为(　　)

(A)1　　(B)2　　(C)3　　(D)4

10. 三棱锥 A－BCD 的高 $AH=3\sqrt{3}a$，H 是底面△BCD 的垂心，若 AB＝AC，二面角 A－BC－D 为 60°，G 为△ABC 的重心，则 HG 的长为(　　)

(A) $\sqrt{10}a$　　(B) $\sqrt{7}a$　　(C) $\sqrt{6}a$　　(D) $\sqrt{5}a$

11. 直线 $2x-y-4=0$ 绕它与 x 轴的交点逆时针旋转 $\frac{\pi}{4}$，所得直线方程是(　　)

(A)$x-3y-2=0$　　　　(B)$3x+y-6=0$

(C)$3x-y+6=0$　　　　(D)$x-y-2=0$

12. 以双曲线 $\frac{x^2}{16}-\frac{y^2}{9}=1$ 的右焦点为顶点左顶点为焦点的抛物线方程是(　　)

(A)$y^2=18(x-5)$　　　　(B)$y^2=9(x-5)$

(C)$y^2=-36(x-5)$　　　　(D)$y^2=-36(x+5)$

13. 某城市人口，91 年比 90 增 1%，92 年比 91 年增 1%，93 年比 92 年减少 1%，94 年比 93 年减少 1%，那么 94 年人口比 90 年人口是(　　)

(A)减少 0.04%　　　　(B)不增不减

(C)减少 0.019999%　　　　(D)增 1%

14. 二项式 $(di-\sqrt{3})^9$ 的展开式中第七项是(　　)

(A)$288\sqrt{2}d^2$　　　　(B)$-288\sqrt{2}d^2$

(C)$-672d^3i$　　　　(D)$672d^3i$

15. 复数 $z=|\cos\theta|+i|\sin\theta|$ $(\frac{5}{2}\pi<\theta<3\pi)$ 的辐角主值是(　　)

(A)$\pi+\theta$　　　　(B)$\theta-2\pi$

(C)$\pi-\theta$　　　　(D)$3\pi-\theta$

16. 设 a 适合：$\frac{a}{1-a}>0$ 且 $x>1$ 若 $f(x)=a^x$, $g(x)=x^{\frac{1}{a}}$, $p(x)=\log_a x$ 则 f(x), g(x), p(x) 的大小关系是(　　)

(A)$f(x)<g(x)<p(x)$　　　　(B)$p(x)<f(x)<g(x)$

(C)$p(x)<g(x)<f(x)$　　　　(D)$f(x)<p(x)<g(x)$

17. 曲线 $\begin{cases}x=\sqrt{3}t\\ y=4+4t\end{cases}$ (t 为参数)和 $\begin{cases}x=3\cos\theta\\ y=4\sin\theta\end{cases}$ (θ 为参数) $\theta\in[\theta,2\pi]$ 的交点对应的参数 θ 是(　　)

(A)$0,\frac{\pi}{2}$　　　　(B)$\frac{\pi}{6},\frac{\pi}{2}$

(C)$\frac{\pi}{2},\frac{7}{6}\pi$　　　　(D)$\frac{\pi}{6},\frac{7}{6}\pi$

第Ⅱ卷　　非选择题

二、填空题：

18. 公差不为零的等差数列的第二，第三，第六项构成等比数列，则公比为__________。

19. P 是边长为 1 的正方形 ABCD 外一点，PB⊥面 ABCD，且 $PB=\sqrt{3}$，则 $\sin\angle APB=$__________。

20. 椭圆 $\rho(1+2\sin^2\frac{\theta}{2})=6$ 的短轴长为__________。

21. 设函数 $y=2\arcsin(\cos x)$ 的定义域是 $(-\frac{\pi}{3},\frac{\pi}{3})$，则其值域为__________。

22. 若，$\lim\limits_{n\to\infty}(2n-\sqrt{4n^2-kn+3})=1$，则 $k=$__________

23. 设：$A=\{x|1\leqslant x\leqslant 20\quad x\in N\}$，在集合 A 中每次任取两个不同的数相加，则共可得到__________个不同的和。

三、解答题：

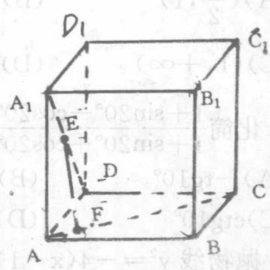
24. 已知：函数 $f(x)=\log_a|\log_a x|\quad a>0$ 且 $a\neq 1$

(1)当 $f(x)>0$ 时，求：x 的取值范围

(2)$0<a<1$，且 $x>1$ 时，试判断函数 $f(x)$ 的单调性，并证明你的结论。

25. 如图，正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中 EF 是异面直线 AC 和 A_1D 的公垂线

求证：$EF\parallel BD_1$



理图 1-2

26. 已知：复平面上三个不共线的点对应复数为 z_1、z_2、z_3，它们的辐角主值分别为 0、α、β，且 $|z_1|=2$，$|z_2|=k$，$|z_3|=3-k$，$z_1+z_2+z_3=0$

求：k 为何值时，$\cos(\beta-\alpha)$ 有最大值？最大值是多少？

27. 矩形 ABCD 的顶点 A、B 在直线 $l:2x+y-4=0$ 上运动，C、D 在曲线 $\begin{cases}x=4\cos 2\theta\\ y=4\sqrt{2}\cos\theta\end{cases}$ （θ 为参数）上运动，求：矩形 ABCD 面积的最大值。

28. 已知：在数列 $\{a_n\}$ 和数列 $\{b_n\}$ 中，$a_1>0$，$b_1>0$，且 $a_1+b_1=1$，当 $n\geqslant 2$ 时，$a_n=\frac{a_{n-1}\cdot b_{n-1}}{1-a_{n-1}^2}$，$b_n=\frac{a_{n-1}\cdot b_{n-1}+b_{n-1}^2}{1-a_{n-1}^2}$

(1)若 $a_1=a$ 试写出 a_1,a_2,a_3,b_1,b_2,b_3 的表达式，并由此找出一般规律，猜想出 $\{a_n\}$ 和 $\{b_n\}$ 的通项公式，并用数学归纳法证明你的猜想。

(2)造一个新的数列 $\{a_n^2\cdot b_{n+1}\}$，求：这个数列的各项的和。

第二份模拟题 （理科）

第Ⅰ卷 选择题

一、选择题：

1. 圆锥的轴截面是（　　）

(A)任意三角形　　(B)等腰三角形

(C)等边三角形　　(D)锐角三角形

2. 已知：$A(x,\sqrt{xy})$，$B(y,\sqrt{xy})$则$|AB|$等于（　　）

(A)$|x+y|$　　(B)$-(x+y)$

(C)$x+y$　　(D)$|x-y|$

3. “$tg\alpha+tg\beta=0$”是“$tg(\alpha+\beta)=0$”的（　　）条件

(A)充分非必要　　(B)必要非充分

(C)充要　　(D)非充分非必要

4. 已知：$A=\{x|\frac{1}{x}<2\}$，$B=\{x|(\frac{1}{2})^x>\frac{1}{2}\}$则$A\cap B$等于（　　）

(A)$(\frac{1}{2},1)$　　(B)$(-\infty,0)\cup(\frac{1}{2},1)$

(C)$(1,+\infty)$　　(D)$(-\infty,0)\cup(0,\frac{1}{2})$

5. 化简$\frac{1+\sin20°-\cos20°}{1+\sin20°+\cos20°}$所得结果（　　）

(A)$-tg10°$　　(B)$-ctg10°$

(C)$ctg10°$　　(D)$tg10°$

6. 抛物线$y^2=-4(x-1)$的准线方程（　　）

(A)$x=0$　　(B)$x=1$

(C)$x=2$　　(D)$x=3$

7. 分别以直角三角形的斜边和两条直角边所在的直线为轴，旋转这个三角形所得旋转体的体积为V_1、V_2、V_3，则三者之间的关系（　　）

(A)$V_1^2=V_2^2+V_3^2$　　(B)$\frac{1}{V_1^2}=\frac{1}{V_2^2}+\frac{1}{V_3^2}$

(C)$V_1=V_2+V_3$　　(D)$\frac{1}{V_1}=\frac{1}{V_2}+\frac{1}{V_3}$

8. 已知：函数$y=A\sin(\omega x+\Psi)$在同一周期内，当$x=\frac{\pi}{12}$时取最大值$y=2$；当$x=\frac{7}{12}\pi$时取最小值$y=-2$，则函数的解析式为（　　）

(A)$y=\frac{1}{2}\sin(x+\frac{\pi}{3})$　　(B)$y=2\sin(2x+\frac{\pi}{3})$

(C)$y=2\sin(\frac{x}{2}-\frac{\pi}{6})$　　　　　(D)$y=-2\sin(2x+\frac{\pi}{3})$

9. 已知:a 是常数,如果当 $n\to+\infty$ 时,$b_n=\frac{n^2+1}{3n^2+an}$ 有极限,那么(　　)

(A)a 是任意实数,且 b_n 的极限是定值

(B)$a>0$,且 b_n 的极限是定值

(C)a 是非零实数,且 b_n 的极限与 a 无关

(D)a 是任意实数,b_n 的极限与 a 有关

10. 五人排成一列,如果甲必须站在排头或排尾,而乙不能站在排头或排尾,那么不同的排法有(　　)

(A)18 种　　　　(B)36 种

(C)48 种　　　　(D)60 种

11. 若 n 为 4 的倍数,和 $S=1+2i+3i^2+\cdots+(n+1)i^n$ 等于(　　)

(A)$1+i$　　　　(B)$\frac{1}{2}(n+2)$

(C)$1+\frac{1}{2}n(1-i)$　　　　(D)$\frac{1}{8}(n^2+8-4ni)$

12. 已知:方程 $4x^2-2(m+1)x+m=0$ 有两个不相等的实数根,两根恰好是一个直角三角形的两个锐角的余弦值,则 m=等于(　　)

(A)$\sqrt{2}$　(B)$\sqrt{3}$　(C)$-\sqrt{3}$　(D)$\pm\sqrt{3}$

13. 正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中,截面 AB_1C 与截面 DBA_1 所成的不大于 90°的二面角的大小是(　　)

(A)60°　　　　(B)90°

(C)$\arccos\frac{3}{5}$　　　　(D)$\arccos\frac{1}{3}$

14. 曲线 $C:f(x\cdot y)=0$ 关于直线 $x-y-2=0$ 的对称曲线 C' 的方程是(　　)

(A)$f(y+2,x)=0$　　　　(B)$f(x-2,y)=0$

(C)$f(y+2,x-2)=0$　　　　(D)$f(y-2,x+2)=0$

15. 函数 $y=\sqrt{\arcsin(\cos x)}$ 的定义域(　　)

(A)$2k\pi-\frac{\pi}{2}\leqslant x\leqslant 2k\pi+\frac{\pi}{2}$　　$k\in Z$

(B)$2k\pi\leqslant x\leqslant 2k\pi+\frac{\pi}{2}$　　$k\in Z$

(C)$2k\pi\leqslant x\leqslant 2k\pi+\pi$　　$k\in Z$

(D)$2k\pi-\frac{\pi}{2}\leqslant x\leqslant 2k\pi$　　$k\in Z$

16. 当 k 依次取 1、$\frac{1}{2}$、0 时,方程 $k(x^2+y^2)-x^2+2y+1=0$ 所表示的曲线依次(　　)

(A)直线,双曲线,圆　　　　(B)直线,椭圆,双曲线

(C)直线,双曲线,抛物线　　　　(D)圆,双曲线,抛物线

17. 极坐标系中,点$(2,-\frac{\pi}{6})$到直线:$\rho\sin(\theta-30°)=1$ 的距离是(　　)

(A)2　　　　(B)1

(C)$\sqrt{3}$　　　　(D)$1+\sqrt{3}$

18. 已知：函数 $y=f(x)$ 的图象关于直线 $x=-1$ 对称，且当 $x\in(0,+\infty)$ 时有 $f(x)=\frac{1}{x}$，则当 $x\in(-\infty,-2)$ 时 $f(x)$ 的解析式为( )

(A) $-\frac{1}{x}$　　(B) $-\frac{1}{x+2}$

(C) $\frac{1}{x+2}$　　(D) $\frac{1}{2-x}$

第Ⅱ卷　　非选择题

二、填空题：

19. 已知：$|Z-2|=2$，$Z+\frac{4}{Z}$ 是实数，则虚数 $Z=$__________。

20. 数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1=3$，$a_2=6$ 且有 $a_{n+2}=a_{n+1}-a_n$　$(n\in N)$ 则它的通项公式__________

21. $\lim\limits_{n\to\infty}(\frac{1}{n^2}+\frac{2}{n^2}+\cdots+\frac{n}{n^2})=$__________

22. 若 $(\sqrt{a}+a)^n$ 的展开式中，奇数项的系数和为 32，则这个展开式的第三项是__________

23. 正六棱锥底面边长为 a，体积为 $\frac{\sqrt{3}}{2}a^3$，则侧棱与底面所成的角的弧度数是__________

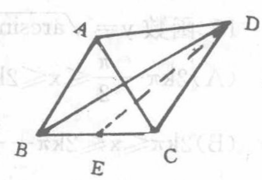
24. 过 (0,2) 点且与直线 $\begin{cases}x=2+t\\ y=1+\sqrt{3}t\end{cases}$ (t 为参数)夹角为 30° 的直线的普通方程是__________

三、解答题：

25. 求值：$2\sin160°-\cos170°-\mathrm{tg}160°\cdot\sin170°$

26. 如图：平面 ABC ⊥ 平面 BCD，△ABC 是等边三角形，△BCD 是以 BD 为斜边的直角三角形，∠BDC＝30°

求：AD 与平面 BDC 所成的角



理图 2-1

27. 已知：K 为实数，复数 $Z=\cos\theta+i\sin\theta$

(1) 当 K 和 θ 分别为何值时，复数 Z^4+KZ^{-4} 是纯虚数。

(2) 当 θ 变化时，求复数 Z^4+KZ^{-4} 的最大值与最小值。

28. 在抛物线 $y^2=2px(p>0)$ 内有一点 A(a,b)，求：被 A 点平分的抛物线的弦所在的直线方程。

29. 设各项均为正数的无穷数列 $\{a_n\}$ 与 $\{b_n\}$ 满足如下条件：对于任意自然数 n，都有 a_n，b_n，a_{n+1} 成等差数列，b_n，a_{n+1}，b_{n+1} 成等比数列。

(1) 求证：数列 $\{\sqrt{b_n}\}$ 是等差数列

(2) 试比较 a_n 与 b_n 的大小，并证明你的结论。

第三份模拟题　（理科）

第Ⅰ卷　　选择题

一、选择题

1. 集合{0}与∅的关系是(　　)

(A){0}=∅　　(B){0}∈∅

(C)∅∈{0}　　(D)∅⊂{0}

2. 正方体的一条对角线长为l,则正方体的体积为(　　)

(A)$\frac{1}{3}l^3$　　(B)$\frac{\sqrt{3}}{3}l^3$

(C)$3\sqrt{3}l^3$　　(D)$\frac{\sqrt{3}}{9}l^3$

3. 在平面直角坐标系中,由6个点(0,0)、(1,2)、(−1,−2)、(2,4)、(−2,−1)、(2,1)可以确定的不同的三角形有(　　)

(A)120个　　(B)20个

(C)15个　　(D)16个

4. 如果抛物线的顶点在原点,对称轴为x轴,焦点在直线3x−4y−12=0上,那么抛物线的方程为(　　)

(A)$y^2=16x$　　(B)$y^2=-16x$

(C)$y^2=12x$　　(D)$y^2=-12x$

5. 已知:数列$\{a_n\}$的通项公式$a_n=11-2n$,$S_n=|a_1|+|a_2|+\cdots+|a_n|$则$S_{10}$的值为(　　)

(A)100　　(B)50

(C)25　　(D)150

6. 某工厂1994年12月份的产值是这年一月份产值的K倍,则该厂在1994年度产值的月平均增长率(　　)

(A)$\frac{K}{11}$　　(B)$\frac{K}{12}$

(C)$\sqrt[12]{K}-1$　　(D)$\sqrt[11]{K}-1$

7. 已知:点$P_1(-1,a)$、$P_2(3,b)$且P_1P_2的斜率K=2,则$|P_1P_2|$等于(　　)

(A)$4\sqrt{5}$　　(B)4

(C)20　　(D)不确定

8. 点(cosα,sinβ)关于直线x+y=0的对称点的坐标是(　　)

(A)$\left(\cos(\frac{\pi}{2}-\alpha),\sin(\frac{\pi}{2}-\alpha)\right)$

(B) $\left\{\cos(\frac{\pi}{2}+\alpha),\sin(\frac{\pi}{2}+\alpha)\right\}$

(C) $\left\{\cos(\frac{3\pi}{2}-\alpha),\sin(\frac{3\pi}{2}-\alpha)\right\}$

(D) $\left\{\cos(\frac{3\pi}{2}+\alpha),\sin(\frac{3\pi}{2}+\alpha)\right\}$

9. 已知：集合 $M=\{a,b\}$（a,b 是实常数），当实数 $x\in M$，且 $y\in M$ 时，方程 $x-y+1=0$ 的解为坐标的点的个数是（　　）

(A)1　　　　(B)2

(C)4　　　　(D)由 a,b 取值决定

10. 由二面角内一点，到二面角两个面的距离分别为 $2\sqrt{2}$，4，到棱的距离为 $4\sqrt{2}$，则二面角的度数为（　　）

(A)60°　　　　(B)75°

(C)90°　　　　(D)120°

11. 若 $b>1$，$\sin x>0$，$\cos x>0$ 且有：$\log_b \sin x=a$，那么 $\log_b \cos x$ 等于（　　）

(A) $2\log_b(1-b^{\frac{a}{2}})$　　　　(B) $\sqrt{1-a^2}$

(C) b^{a^2}　　　　(D) $\frac{1}{2}\log_b(1-b^{2a})$

12. 下列函数中，既在 $(0,\frac{\pi}{2}$ 上是增函数又是以 π 为最小正周期的偶函数的是（　　）

(A) $y=|\sin x|$　　　　(B) $y=|\cos(-x)|$

(C) $y=|\sin x|$　　　　(D) $y=|\cos\frac{1}{2}x|$

13. 与不等式 $\sqrt{(x-2)(x-1)}\leqslant 1$ 同解的不等式是（　　）

(A) $|(x-2)(x-1)|\leqslant 1$　　　　(B) $(x-2)(x-1)\leqslant 1$

(C) $\lg^{[(x-2)(x-1)]}\leqslant 0$　　　　(D) $0\leqslant(x-2)(x-1)\leqslant 1$

14. 某数列第一项是 1，当 $n\geqslant 2$ 时，此数列的前项 n 项之积为 n^2，则这个数列的第三项与第五项之和为（　　）

(A) $\frac{61}{16}$　　(B) $\frac{25}{9}$

(C) $\frac{31}{15}$　　(D) $\frac{567}{225}$

15. 若将坐标系平移，使原坐标系下的曲线 $y=f(x)$ 上的一点 $P(1,0)$ 变为 $P'(2,0)$，则此曲线在新坐标系下的方程（　　）

(A) $y'=f(x'-1)$　　　　(B) $y'=f(x')-1$

(C) $y'=f(x'+1)$　　　　(D)无法确定

16. 下列各组方程中表示同一曲线的是（　　）

(A) $\begin{cases}x=5+\frac{\sqrt{3}}{2}t\\ y=-1+\frac{1}{2}t\end{cases}$ 与 $\begin{cases}x=5+3t\\ y=-1+\sqrt{3}t\end{cases}$（t 为参数）

(B) $\begin{cases}x=a\cos\theta\\ y=b\sin\theta\end{cases}$（θ 为参数）与 $\begin{cases}x=at\\ y=b\sqrt{1-t^2}\end{cases}$（t 为参数，$a>b>0$）

(C) $xy=1$ 与 $\begin{cases}x=\operatorname{tg}\alpha\\ y=\operatorname{ctg}\alpha\end{cases}$ [α 为参数, $\alpha\in(0,\frac{\pi}{2})$]

(D) $\begin{cases}x=\cos\theta\\ y=\cos2\theta\end{cases}$ ($\theta\in R$, θ 为参数)与 $\begin{cases}x=\frac{t}{2}\\ y=\frac{t^2}{2}-1\end{cases}$ ($t\in R$)

17. 如果 $(1+x)^3+(1+x)^4+(1+x)^5+\cdots+(1+x)^{50}=a_0+a_1x+a_2x^2+a_3x^3+\cdots+a_{50}x^{50}$，那么 a_3 等于(　　)

(A) $2C_{50}^3$　　(B) C_{51}^3

(C) C_{51}^4　　(D) C_{50}^4

第Ⅱ卷　非选择题

二、填空题:

18. 求极限 $\lim\limits_{n\to\infty}[n(1-\frac{1}{3})(1-\frac{1}{4})(1-\frac{1}{5})\cdots(1-\frac{1}{n+2})]=$ ________。

19. 复数 $\sin\theta-i\cos\theta$ 的三角形式 ________。

20. 直线 $3x+2y-7=0$ 被抛物线 $y^2=3x$ 截得的弦长 ________。

21. 若 $ab+a+b=1$，则 $\operatorname{arctg}a+\operatorname{arctg}b=$ ________。

22. 若 $f(x)=-\frac{1}{2}+\frac{\sin\frac{5}{2}x}{2\sin\frac{1}{2}x}$, $x\in(0,\pi)$ 则 $f(x)$ 的最小值 ________。

23. 将两封不同的信投入三个不同的邮筒中，不同的投法共有 ________ 种。

三、解答题:

24. 若复数 $1+2i$ 的辐角主值为 α，复数 $3-4i$ 的辐角主值为 β

求: $2\alpha-\beta$ 的值

25. 设关于 x 的方程 $\sin x+\sqrt{3}\cos x=-a$ 在 $(0,2\pi)$ 内有两个相异的解 α,β

求: 常数 a 的取值范围及 $\operatorname{tg}(\alpha+\beta)$ 的值。

26. 过椭圆 $\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{3}=1$ 的左焦点 F_1，作直线 l 交椭圆于 A、B 两点，F_2 为右焦点，连 AF_2、BF_2

求: $|AF_2|\cdot|BF_2|$ 的最大值与最小值。

27. 已知: D 是△ABC 的边 BC 上一点，把 ADC 沿 AD 折起，使 C 点所处的新位置 C' 在平面 ABD 上的射影 H 在 AB 上

(1) 求证: $C'D$ 与平面 ABD，平面 AHC' 所成角的和不超过 90°

(2) 若 $\angle BAC=90^\circ$，二面角 $C'-AD-H$ 为 60°，求: $\angle BAD$(用反三角函数表示)

28. 数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n，且满足 $S_1=1$, $\sqrt{n}\cdot S_n=1+\sqrt{n}S_{n-1}$　($n\geqslant2, n\in N$)

(1) 求: 通项公式 a_n

(2) 证明: $S_n>\sqrt{n}$　($n\geqslant2$)

第四份模拟题 （理科）

第Ⅰ卷 选择题

一、选择题：

1. 设全集 $I=R$，集合 $S=\{x|1\leqslant x<5\}$，集合 $P=\{x|x\geqslant 5\}$，则 $S\cap\overline{P}$ 等于（　　）

(A)$\varnothing$　　(B)$\{5\}$

(C)S　　(D)$\overline{P}$

2. 若函数 $f(x)$ 的图象经过点 $(0,-1)$，则函数 $f(x+4)$ 的反函数的图象必过点（　　）

(A)$(4,-1)$　　(B)$(-1,-4)$

(C)$(-4,-1)$　　(D)$(1,-4)$

3. 方程 $mx+ny+r=0$ 与方程 $2mx+2ny+r+1=0$ 表示两条平行(不重合)直线的充要条件是（　　）

(A)$m\cdot m>0$ 且 $r\neq 1$　　(B)$m\cdot n<0$ 且 $r\neq 1$

(C)$m=n=r=2$　　(D)$m^2+n^2\neq 0$ 且 $r\neq 1$

4. 已知：$\cos^2\alpha-\cos^2\beta=1$，那么 $\sin(\alpha+\beta)\cdot\sin(\alpha-\beta)$ 的值为（　　）

(A)1　　(B)-1

(C)$\frac{1}{2}$　　(D)$-\frac{1}{2}$

5. 长方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中底面 $ABCD$ 的对角线 AC 与 BD 的交点为 O，当 $tg\angle AOB=-3$ 时，异面直线 BD 与 A_1C_1 所成的角是（　　）

(A)$arctg3$　　(B)$arctg(-3)$

(C)$\pi-arctg3$　　(D)$\pi-arctg(-3)$

6. 若 $f(x)=|\log_{\frac{1}{2}}x|$，则下列不等式成立的是（　　）

(A)$f(\frac{1}{4})>f(2)>f(\frac{1}{3})$　　(B)$f(2)>f(\frac{1}{3})>f(\frac{1}{4})$

(C)$f(\frac{1}{4})>f(\frac{1}{3})>f(2)$　　(D)$f(\frac{1}{3})>f(2)>f(\frac{1}{4})$

7. 已知：$a>0,b>0$，则不等式 $-b<\frac{1}{x}<a$ 等价于（　　）

(A)$x<\frac{1}{a}$ 或 $x>\frac{1}{b}$

(B)$x<-\frac{1}{b}$ 或 $x>\frac{1}{a}$

(C)$-\frac{1}{a}<x<0$ 或 $0<x<\frac{1}{b}$

(D)$-\frac{1}{b}<x<0$ 或 $0<x<\frac{1}{a}$

8. 若$(1+a)+(1+a)^2+(1+a)^3+\cdots+(1+a)^n=b_0+b_1a+b_2a^2+\cdots+b_na^n$，且$b_0+b_1+b_2+\cdots+b_n=30$，则自然数 n 的值是(　　)

(A)3　　(B)4

(C)5　　(D)6

9. 设向量$\overrightarrow{oz_1}$对应复数$-2\sqrt{3}+4i$，把$\overrightarrow{oz_1}$旋转一个锐角得$\overrightarrow{oz_2}$，若$\overrightarrow{oz_2}$对应复数$\sqrt{3}+5i$，那么向量$\overrightarrow{oz_1}$旋转的情况是(　　)

(A)逆时针转 60°　　(B)顺时针转 60°

(C)逆时针转 30°　　(D)顺时针转 30°

10. 已知：数列$\{a_n\}$是等比数列，前 3 项为$a,\frac{1}{2}a+\frac{1}{2},\frac{1}{3}a+\frac{1}{3}$，且$S_n=a_1+a_2+\cdots+a_n$，则$\lim\limits_{n\to\infty}S_n=$(　　)

(A)$\frac{9}{2}$　　(B)9

(C)6　　(D)3

11. 已知：直线$\begin{cases}x=3+4t\\y=-4+3t\end{cases}$(t 为参数)，则下列说法中，错误的是(　　)

(A)直线的斜率是$\frac{3}{4}$

(B)直线过点(3，-4)

(C)当 t=1 时，直线方程所对应的点到(3，-4)的距离为 1

(D)直线不经过第二象限

12. 若圆柱的垂直于底面的截面把底面的圆周长分成 5：1 两部分，则圆柱被分成的两部分几何体的侧面积的比是(　　)

(A)5：1　　(B)25：1

(C)(2π+3)：(π+3)　　(D)(5π+3)：(π+3)

13. 双曲线$9x^2-4y^2-18x-8y-31=0$的一条渐近线方程是(　　)

(A)$2x-3y+1=0$　　(B)$3x+2y+1=0$

(C)$3x+2y-1=0$　　(D)$3x-2y+6=0$

14. 将抛物线$y^2=4x$绕焦点按逆时针方向旋转 90°后，所得的抛物线方程是(　　)

(A)$(x+1)^2=4(y-1)$　　(B)$(x+1)^2=-4(y-1)$

(C)$(x-1)^2=4(y+1)$　　(D)$(x-1)^2=-4(y+1)$

15. 若 a，b 是异面直线，下列四个命题

(1)过不在 a、b 上的任意一点 P，一定可作直线 l 与 a、b 都相交

(2)过不在 a、b 上的任意一点 P，一定可作直线 l 与 a、b 都垂直

(3)过不在 a、b 上的任意一点 P，一定可作平面 α 与 a、b 都平行

(4)过不在 a、b 上的任意一点 P，一定可作直线 l 与 a、b 都平行

其中正确命题的个数是(　　)

(A)0　　(B)1

(C)2　　(D)3

16. 椭圆的离心率为$\frac{1}{2}$，左焦点到左顶点的距离为 1，则在以左焦点为极点，以左焦点到右

焦点的射线为极轴的极坐标系中，椭圆的极坐标系下的方程是(　　)

(A)$\rho=\frac{5}{2-\cos\theta}$　　(B)$\rho=\frac{4}{2-\cos\theta}$

(C)$\rho=\frac{3}{2-\cos\theta}$　　(D)$\rho=\frac{2}{2-\cos\theta}$

17. 已知：函数 $y=\log_2[ax^2+(a-1)x+\frac{1}{4}]$的定义域是一切实数，则实数 a 的取值范围(　　)

(A)$\frac{3-\sqrt{5}}{2}<a<\frac{3+\sqrt{5}}{2}$

(B)$0<a<\frac{3+\sqrt{5}}{2}$

(C)$a<\frac{3-\sqrt{5}}{2}$或 $a>\frac{3+\sqrt{5}}{2}$

(D)$\frac{3-\sqrt{5}}{2}<a<1$

第Ⅱ卷　　非选择题

二、填空题：

18. 已知：$\sin\theta:\sin\frac{\theta}{2}=8:5$，则 $\cos\theta=$__________。

19. 若方程 $\sin x+\cos x=K$，在 $0\leqslant x\leqslant\pi$ 上有两解，则 K 的取值范围是__________。

20. 极限$\lim\limits_{n\to\infty}[\sqrt{1+2+3+\cdots+n}-\sqrt{1+2+3+\cdots+(n-1)}]=$__________。

21. 不等式$(x^3-1)\sqrt{2+x-x^2}\geqslant0$ 的解集是__________。

22. 男生 6 名，女生 4 名，各选出 3 名男女生，交叉站成一排，所有不同站法的种数是__________。

23. 若$(7x^2-\frac{1}{2x^3})^n$ 展开式中含有常数项，则自然数 n 的最小值是__________

三、解答题：

24. 已知：$x=\sin^2 18°+\cos^2 36°$，

求：$(1-2i)^{\frac{3}{x}}$的值

25. 在棱长为 2 的正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，E，F 分别是 AB、AD 的中点，过 EF 的截面 EFG 交 AA_1 于 G，且与底面成 60°的二面角。

求：棱锥 G－AEF 的体积

26. 已知：$S_n=1+\frac{1}{\sqrt{2}}+\frac{1}{\sqrt{3}}+\cdots+\frac{1}{\sqrt{n}}$($n\in N$ 且 $n>1$)

求证：$\sqrt{n}<S_n<2\sqrt{n}$

27. 已知：复数 z_1、z_2 满足 $z_1^2-z_1z_2+z_2^2=0$，$(z_1\cdot z_2\neq0)$，若 $z_2=1+mi$，且 z_1+z_2 的辐角主值为$\frac{\pi}{4}$，试确定实数 m 的值。