



华夏英才基金学术文库

贺尚红 著

连续动力学系统模型 辨识理论与实践



科学出版社

华夏英才基金学术文库

连续动力学系统模型 辨识理论与实践

贺尚红 著

科学出版社

北 京

内 容 简 介

本书以机电系统动力学模型辨识为应用背景,系统研究了连续动力学模型辨识的理论和方法,主要内容如下:①针对线性、双线性及 Hammerstein 模型,用调制函数法建立了连续模型参数直接估计的最小二乘法;②提出了两种自适应偏差补偿的无偏估计算法;③分别用辅助变量法和增广最小二乘法简化了噪声的处理;④建立了基于 Hartley 变换的时域和频域辨识方法;⑤用谱估计技术实现了频率特性非参数模型的辨识;⑥用 Elman 网络实现了输入输出非线性关系的辨识;⑦建立了某平整机液压 AGC 系统压力闭环的动态解析模型,用书中各种方法辨识了系统的动态模型,试验结果验证了本书理论研究成果的正确性和可行性。

本书可供从事机械工程领域研究的工程技术人员以及高等院校相关专业的研究生参考。

图书在版编目(CIP)数据

连续动力学系统模型辨识理论与实践/贺尚红著. --北京:科学出版社, 2012. 10

(华夏英才基金学术文库)

ISBN 978-7-03-035699-4

I. ①连… II. ①贺… III. ①系统动力学-系统模型-研究 IV. ①N941.3

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2012)第 234828 号

责任编辑:陈 婕 唐保军 / 责任校对:朱光兰

责任印制:张 倩 / 封面设计:陈 敬

科学出版社出版

北京东黄城根北街 16 号

邮政编码: 100717

<http://www.sciencep.com>

新科印刷有限公司印刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

*

2012 年 10 月第 一 版 开本:B5(720×1000)

2012 年 10 月第一次印刷 印张:10 1/4

字数:200 000

定价:50.00 元

(如有印装质量问题,我社负责调换)

前 言

机械系统动力学建模一直是广为关注的研究课题。如今,复杂的机电系统是机、电、液等多物理过程融合于载体的复杂物理系统。由于现代机电系统的复杂性,理论建模难以满足其实际需求,因而试验辨识成为获取真实动力学模型的最佳途径。

能够反映系统真实动力学特性,并提供人们对系统运行机理认识的模型,大多是用一组(偏)微分方程描述的时间连续的物理模型。这些方程的系数均有明确的物理含义,对这些系数或由这些系数表征的参数进行估计可用于监控系统的工作状态,如故障诊断、平衡点预测、极限环的判断等。在基于模型的预测控制设计中,也需要实时获取准确的连续系统模型参数。

目前,大多数模型辨识问题均是针对离散系统的参数估计,已发展出完整的理论体系和方法。然而,离散差分模型中的模型系数只具有数学含义,不能像连续系统微分方程描述中的模型系数一样提供物理解释。因此,研究连续时间参数模型的辨识问题具有更重要的理论意义和工程价值。

连续参数模型估计有间接辨识和直接辨识两种方法,其中间接辨识法又分为基于非参数模型(脉冲响应、阶跃响应、频率响应)的间接法和基于离散模型的间接法。第一类间接法由非参数模型辨识和曲线拟合两个环节组成,过程烦琐,不能在设备正常工作时在线进行。第二类间接法首先辨识系统的离散模型,再通过变换得到连续参数模型。离散模型辨识的丰富研究成果使得这类方法得到较广泛的应用。但是这类方法无法避免信息丢失导致的原理上的误差,并且存在多方面的缺陷:将离散模型转换为连续模型需经过复杂运算,存在技术上的困难;连续模型受离散采样频率的影响较大,有时甚至会改变系统的稳定性;体现在连续模型中的系统先验知识在离散化后将完全消失;无法实现模型参数在线辨识。

直接辨识法先由连续动力学模型构造等价的辨识模型,再直接对连续模型参数进行估计,处理对象是系统的连续输入输出信号,从根本上避免了离散间接法带来的原理和技术缺陷。然而,与离散模型辨识的研究成果相比,连续系统参数模型直接辨识的研究远没有受到应有的重视,国内仍缺乏系统的研究成果。本书结合作者的科研实践,阐述连续模型辨识的各种方法,重点对调制函数法进行深入研究,以期机电系统动力学建模提供新的技术手段。

作者自1999年起开始研究连续机械动力学系统模型辨识的方法,2002年完成博士学位论文《连续动力学系统参数模型辨识及工业试验》,之后指导多名研究生从

事该方面的研究。本书研究内容先后获得国家自然科学基金项目“连续非线性动力学系统参数模型小波调制直接辨识(项目号:50875028)”、中国博士后基金项目“基于小波调制的连续动力学系统参数模型直接辨识(项目号:2003AA430020)”、湖南省自然科学基金项目“基于小波调制的连续非线性动力学系统参数模型直接辨识(项目号:04JJ3029)”、湖南省学位办优秀博士学位论文资助项目“基于 Hartley 变换的连续非线性动力学系统参数模型直接辨识”等多方科研项目基金的资助。本书的出版还得到华夏英才基金第 13 批支持党外专家学者出版学术著作资助。

本书主要内容基于作者的博士学位论文。在本书的形成、撰写、出版过程中,许多同行朋友给予了大力支持与帮助,学生陈慧勇、陈耿彪、韩艳艳、赵天林、石芳等参与了书中涉及的研究工作,在此对他们表示衷心感谢;同时,也对曾经支持、帮助和关心过本书的各位同行,参考文献作者、审稿者和出版者致以诚挚的谢意。

限于作者水平,书中难免存在不妥之处,敬请指正。

作 者

2012 年 5 月 28 日

目 录

前言

第 1 章 绪论	1
1.1 概述	1
1.2 基于非参数模型的连续系统模型间接辨识	3
1.3 基于离散模型的连续系统模型间接辨识	4
1.4 连续系统参数模型直接辨识方法	5
1.5 连续系统参数模型直接辨识的调制函数法	8
1.6 神经网络辨识法	11
参考文献	13
第 2 章 基于调制函数法的连续系统最小二乘辨识	18
2.1 概述	18
2.2 高斯调制函数	18
2.3 调制函数法原理	20
2.4 调制滤波器	21
2.5 最小二乘估计	24
2.5.1 辨识模型描述	24
2.5.2 最小二乘估计及统计特性	25
2.6 递推最小二乘估计	27
2.7 辅助变量递推最小二乘估计	28
2.8 增广最小二乘估计	29
2.9 仿真算例	30
2.9.1 调制窗口参数对最小二乘估计精度的影响	30
2.9.2 递推估计算法	33
参考文献	40
第 3 章 偏差补偿最小二乘估计	42
3.1 概述	42
3.2 输出含测量噪声的偏差补偿最小二乘法	43
3.2.1 偏差补偿原理	43
3.2.2 偏差补偿递推估计	44
3.3 含输入输出测量噪声的偏差补偿最小二乘法	46

3.3.1 偏差补偿原理	47
3.3.2 噪声方差估计	49
3.3.3 算法实现	53
3.4 仿真实例	54
3.4.1 输出含测量噪声的偏差补偿递推估计	54
3.4.2 输入输出端含测量噪声的偏差补偿递推估计	57
参考文献	60
第4章 基于 Hartley 变换法的连续系统模型辨识	61
4.1 Hartley 变换原理	61
4.1.1 连续 Hartley 变换与傅里叶变换的关系	61
4.1.2 连续 Hartley 变换的性质	62
4.1.3 离散 Hartley 变换	63
4.2 基于 Hartley 变换的时域辨识法	65
4.2.1 连续线性系统参数估计	65
4.2.2 连续非线性系统参数估计	66
4.2.3 仿真算例	69
4.2.4 辨识参数对辨识精度的影响	75
4.3 基于 Hartley 变换的频域辨识法	77
4.3.1 Hartley 调制函数	77
4.3.2 模型辨识原理	79
4.3.3 仿真算例	83
4.3.4 讨论	87
参考文献	90
第5章 连续系统非参数模型相关辨识	91
5.1 概述	91
5.2 相关辨识原理	91
5.3 伪随机信号产生原理及性质	95
5.3.1 伪随机信号的产生原理	95
5.3.2 m 序列、逆 m 序列自相关函数	96
5.3.3 m 序列及逆 m 序列功率谱	98
5.4 功率谱估计	99
参考文献	100
第6章 神经网络辨识法	101
6.1 神经网络辨识的基本原理	101
6.2 基于 Elman 网络的动态系统模型辨识	102

6.2.1 基本 Elman 动态递归网络	103
6.2.2 修改的 Elman 网络	106
参考文献	108
第 7 章 工业试验应用	109
7.1 冷轧平整机液压 AGC 系统动态建模	109
7.1.1 液压 AGC 系统构成	109
7.1.2 液压 AGC 系统动态建模	110
7.2 测试系统原理及构成	114
7.2.1 测试系统构成	114
7.2.2 逆 m 序列参数选择	115
7.3 液压 AGC 系统频率特性辨识	116
7.4 高斯调制函数法模型参数辨识	121
7.4.1 信号调制特性分析	121
7.4.2 系统模型参数估计	124
7.5 Hartley 变换应用	139
7.5.1 时域辨识法辨识结果	139
7.5.2 基于 Hartley 变换的频域辨识法结果	148
7.6 基于 Elman 网络的轧机 HAGC 系统辨识结果	150
参考文献	155

第 1 章 绪 论

1.1 概 述

在大多数工程实际中,由于系统内部结构复杂、参数难以确定,仅用单纯的理论分析方法难以建立与实际相符的数学模型,而系统辨识可通过输入系统特定的动态激励信号,并记录系统输出响应来获得系统内部的物理特征。

辨识在工业上有着广阔的应用领域,主要体现在如下方面^[1,2]:①用于控制系统的设计与分析。利用辨识方法获得被控过程的数学模型之后,以此模型为基础可设计出比较合理的控制系统,或用于分析原有控制系统的性能,以便提出改进。②用于在线控制。工程实际的系统大多为时变系统,通过系统辨识在线建立控制对象的数学模型,不断调整控制器参数,以实施对控制对象的自适应控制,可以获得较好的控制效果。③用于预报预测。在模型结构确定的情况下,建立时变模型,并预测时变模型的参数,然后在此基础上对过程进行预报。④用于监视过程参数并实现故障诊断。许多生产过程,如飞机、核反应堆、大型化工和动力装置、冷轧热轧机组等大型冶金设备等,希望经常监视和检测可能出现的故障,以便及时排除。这意味着需要不断地从过程中收集信息推断过程动态特性的变化情况,然后根据过程特征的变化判断故障是否发生、何时发生、故障大小、故障位置等。

动态系统模型有离散模型和连续模型两大类。对于大多数物理系统,其运行过程是连续的动态变化过程,其连续动力学模型才是真实反映其本质特征的模型。

目前,大多数的系统辨识问题均是将对对象作为离散系统进行参数估计,并发展了较为完整的理论体系和研究方法^[1,2]。由于计算机与数字电子技术低廉的造价和日益强大的功能,在系统和控制领域,“纯数字化”已成为众多研究工作者或工程技术人员追求的目标,这使得离散模型的辨识研究得到空前发展。与此相对的是,连续系统模型辨识的研究还没有受到应有的重视,国内学者在该方面的研究很少。然而,能够反映系统真实动力学特性,并提供人们对系统运行机理认识的模型只可能是时间连续的物理模型。离散差分模型中的模型系数只具有数学含义,不能像连续系统微分方程描述中的模型系数一样提供物理解释,因此,连续系统模型对工程技术人员更具有吸引力。连续系统建模的另一个动因是,计算机及现代测试设备已为现代工业装备获取数据提供了诸多方法和技术,连续模型的辨识问题越来越受到人们的重视^[3,4]。

按照信号和模型形式及其相应关系,可将连续系统模型辨识途径表示为图 1-1 所示的形式^[3]。图中,A 表示用离散时间(discrete time,DT)信号辨识离散时间模型(以下简称离散模型),然后再转换为连续时间(continuous time,CT)模型(以下简称连续模型);B 表示用连续信号辨识连续模型,其工具为信号处理理论;C 表示用 DT 信号辨识一个与连续模型等价的非常规离散时间(unconventional discrete time,UDT)模型(以下简称非常规离散模型),当采样时间趋于零时,该非常规离散模型收敛于原连续模型。不论采用哪一类方法,其最终参数模型的获得都有间接和直接两条途径,因此,其辨识方法可分为间接法和直接法两大类。

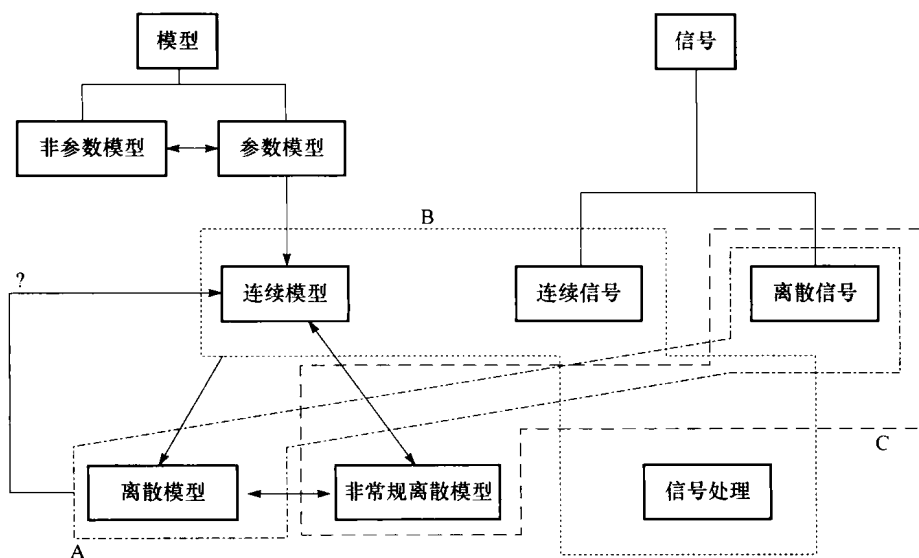


图 1-1 连续系统模型辨识方法

虽然连续系统模型可通过对离散模型的相关变换得到,但离散模型中的后移算子在连续模型体系中没有相对应的算符,无论取多小的时间步长,也无法避免离散模型中由于信息丢失产生的原理上的误差。这种与连续模型相对应的离散模型至少存在如下几个方面的缺陷^[3,5]:

- (1) 将离散模型转换为连续模型需经过复杂运算,存在技术困难。
- (2) 连续模型受离散采样频率影响大,甚至会改变系统的稳定性。
- (3) 对于线性系统,离散模型无法反映传递函数模型分子和分母的相对阶次信息。
- (4) 当系统存在时间延迟环节,而延迟时间常数不是采样周期的整数倍时,离散模型可能会获得不良的非最小相位特性。
- (5) 在离散模型中可能会出现连续模型中不出现的数值敏感问题,基于这种模

型的控制器设计对模型系数的误差极为敏感,使得控制信号的数值计算高度病态。

(6) 体现在连续模型中的系统先验知识,在离散化后将完全消失。

因此,研究连续动力学系统参数模型试验辨识的理论与方法,有着重要的工程 and 理论意义。

1.2 基于非参数模型的连续系统模型间接辨识

图 1-2 是基于非参数模型的连续系统模型辨识法的基本框架^[5]。这种方法首先辨识系统的非参数模型,然后通过一定的拟合方式得到系统的连续时间参数模型。非参数模型辨识可分为时域的脉冲响应模型辨识和频率响应模型辨识两大类,两类模型互为补充,可通过一定形式相互转换。输入信号 $x(\tau)$ 、输出信号 $y(\tau)$ 、脉冲响应 $h(\tau)$ 及相应频域函数 $X(jf)$ 、 $Y(jf)$ 、 $H(jf)$ 满足以下关系:

$$y(\tau) = h(\tau) * x(\tau) \quad (1-1a)$$

$$Y(jf) = H(jf)X(jf) \quad (1-1b)$$

式中, * 表示卷积运算。

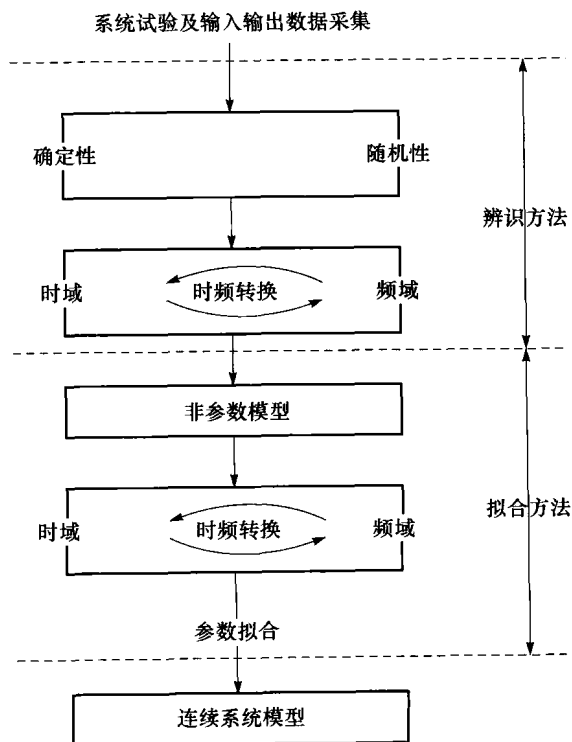


图 1-2 基于非参数模型的连续系统模型辨识法的基本框架

对于施加阶跃、饱和斜波、块脉冲三种确定形式信号的系统,产生了一系列以去卷运算为基础的估计阶跃响应、脉冲响应的时域方法^[2],通过傅里叶(Fourier)变换可求得频率响应函数。用一定频率范围的正弦信号激励系统,通过测试输入输出稳态信号的幅值和相位关系,可直接求得频响函数。

在许多工程测试场合,阶跃、脉冲等确定性信号将导致生产过程的中断或系统的破坏,相关辨识理论则满足在线测试的需要。此时,脉冲响应与频率响应有如下变换关系^[6]:

$$R_{xy}(\tau) = h(\tau) * R_{xx}(\tau) \quad (1-2a)$$

$$S_{xy}(jf) = H(jf)S_{xx}(jf) \quad (1-2b)$$

式中, $R_{xx}(\tau)$ 、 $R_{xy}(\tau)$ 分别为信号 $x(t)$ 的自相关函数和 $x(t)$ 、 $y(t)$ 的互相关函数; $S_{xx}(jf)$ 、 $S_{xy}(jf)$ 分别为信号 $x(t)$ 的自功率谱和 $x(t)$ 、 $y(t)$ 的互功率谱; $H(jf)$ 为系统频率特性; $S_{xx}(jf)$ 、 $S_{xy}(jf)$ 分别与 $R_{xx}(\tau)$ 、 $R_{xy}(\tau)$ 互为傅里叶变换对。

若估计出 $R_{xx}(\tau)$ 和 $R_{xy}(\tau)$,可通过去卷运算求得系统脉冲响应。若 $x(t)$ 为理想白噪声信号,则 $R_{xy}(\tau)$ 本身是脉冲响应的估计。若 $x(t)$ 具有周期性,但在该周期范围内自相关函数近似为脉冲函数,则输入输出互相关函数可近似看作脉冲响应,这就是工程上广泛采用的伪随机信号(pseudo-random binary signal, PRBS)的特征。

用相关辨识理论辨识系统频率响应的关键是谱密度函数的估计。谱估计理论为频率响应辨识提供了方便的手段^[7,8],而快速傅里叶(FFT)算法及相关软件包则使谱估计变得非常快捷、可靠^[9,10]。

由非参数模型可通过许多方法得到系统的传递函数模型。其中最简单的一类方法是利用阶跃响应曲线中的曲线斜率、达到稳态值某百分比时的上升时间、超调量等参数,通过一定标准形式直接与传递函数参数关联,以求得到系统的连续时间模型^[11]。

根据频率响应数据,可用最小二乘类方法求得连续系统模型参数,这种方法最初由 Levy 提出,后经多位学者完善和改进,形成许多成熟的算法^[2,4,8]。

1.3 基于离散模型的连续系统模型间接辨识

基于离散模型的连续系统模型辨识过程可用图 1-3 表示^[5]。在这种间接方法中,首先研究的是离散模型的参数辨识,在这方面已有大量成熟的研究成果^[1,2,11]。在得到离散模型后,选用适当的 s 域和 z 域间的变换方式将离散模型变换为连续模型。最常用的 s 域和 z 域的变换关系为双线性变换

$$s = \frac{2(z-1)}{T(z+1)} \quad (1-3)$$

式中, T 为采样时间。 T 的选择必须满足香农(Shannon)采样定律, 一般可按以下原则选择^[5]:

- (1) $\lambda_m T < 0.5$, λ_m 为系统最大特征值。
- (2) $T_r/10 < T < T_r/6$, T_r 为系统阶跃响应达到稳态值的 63% 时的上升时间。

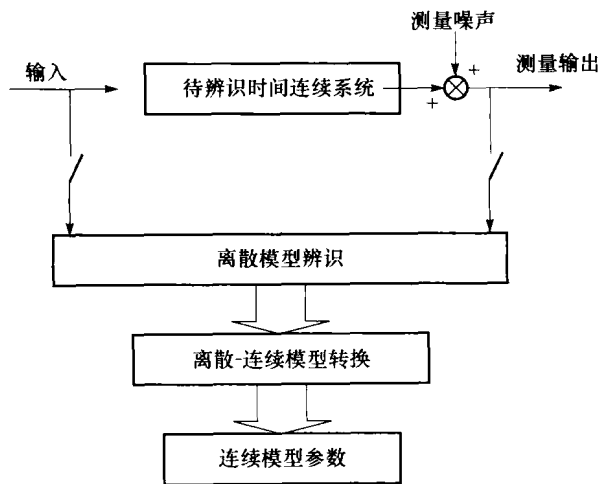


图 1-3 基于离散模型的连续模型辨识过程

在缺乏系统先验知识的情况下, T 的选择往往是很困难的。

一般来说, 即使得到离散模型参数的无偏估计, 也难以得到准确的连续系统模型参数。

1.4 连续系统参数模型直接辨识方法

连续模型直接辨识法的困难在于不能直接测量系统输入输出信号的各阶微分, 而对测量的输入输出信号进行微分近似处理将会加剧噪声的影响^[11]。因此, 连续模型辨识的最大技术问题是输入输出信号微分的处理。

为了避免对输入输出信号微分的直接处理, 最典型的方法是采用信号的“量度(measure)”而不是用信号本身, 即对输入输出进行滤波处理。图 1-4 是连续系统模型直接辨识原理图^[5], 其中 R_{LD} 表示信号处理操作。通过 R_{LD} 变换, 在一定优化准则下可求得被辨识系统的最佳逼近模型^[3,5]。信号处理技术 R_{LD} 有多种方法, 可归纳为调制函数(modulating functions)法、线性滤波器(linear filters)法和信号谱特征描述(spectral characterization of signals)法三类^[3,5](图 1-5)。

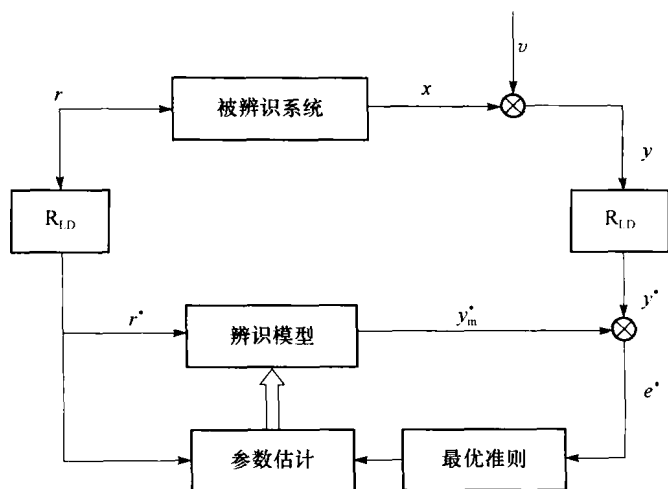


图 1-4 连续系统模型直接辨识原理

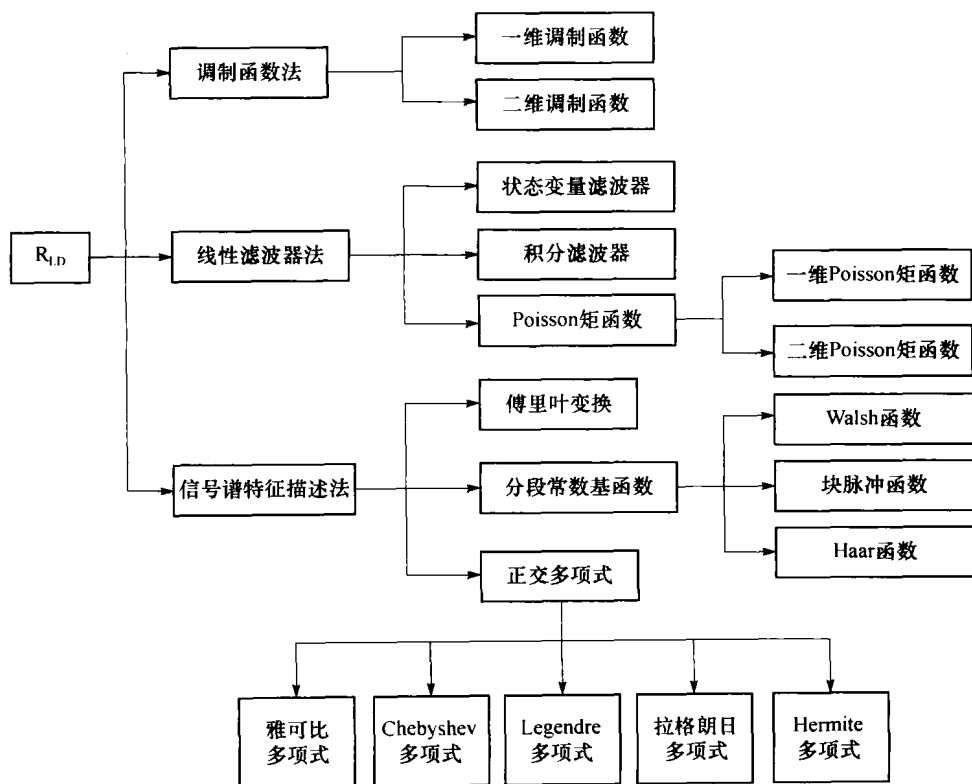


图 1-5 连续模型直接辨识中的信号处理形式

调制函数法是 Shinbrot 于 1957 年提出的^[12]。该方法对微分方程进行调制积分,利用调制函数及其微分的区间性质,将积分中输入输出信号的微分转换为对调制函数的微分,将微分方程变为含调制积分的代数方程,避免了对系统输入输出信号微分的处理,也消除了初始条件的影响。

线性滤波器法通过对输入输出信号的滤波处理来避免信号微分。状态变量滤波器(state variable filter, SVF)法^[11,13]将被辨识系统的输入输出信号通过一个状态变量滤波器,然后再进行采样,为模型参数的递推估计提供数据。这种方法无需知道系统初始条件。Unbehauen 和 Rao 在文献[11]中对不同滤波器的结构特点进行了精辟的论述。

状态变量滤波器法的难点是滤波器结构和参数的选择。Sagara 等通过引入一个低频数字滤波器来建立连续系统模型的等效离散模型,通过递推算法辨识系统参数。当低通滤波器通过频带与系统频带吻合时,噪声的影响大大降低^[14]。van Hamme 等也讨论了滤波器的最优选择问题^[15]。Gawthrop 和 Wang 提出,当输入信号为周期组合信号时,可将状态变量滤波器中心频率设计为周期输入信号的频率,这样可保证辨识算法的最佳抗干扰能力^[16]。而对一般动态响应数据,目前仍没有有效的方法得到最优滤波器的结构和参数。

状态变量滤波器的作用与离散系统辨识中预滤波器的作用相似。在离散系统中,预滤波器可以选择为噪声模型的逆,而噪声模型可根据过程数据进行辨识。在连续模型中,连续噪声模型难以得到,状态变量滤波器的结构和参数必须预先设定。Wang 和 Gawthrop 将滤波器结构设计成二阶振荡环节的连积,通过对预先设定的目标函数进行寻优,得到最优滤波器参数^[17]。

积分滤波器法将微分等式方程转换为等效的积分等式方程,用最小二乘类方法求得系统参数^[18]。但这种方法因多重积分引入了未知的初始条件,而系统初始条件通常是不为零且未知的,必须与系统参数一起进行辨识,从而给辨识增加了难度,且不适合在线辨识。为解决该问题,Sagra 和 Zhao 设计了一个特定的线性积分滤波器(linear integral filter),将原微分方程转化成以待辨识参数为变量的积分代数方程,并利用滤波器的特点避免积分运算中初始条件的处理,再用最小二乘类方法求得模型参数^[19,20]。这种方法的难点是积分区间参数的选择,该参数的选择依据是使积分滤波器的频带与待辨识系统的频带尽可能匹配,以保证辨识算法的鲁棒性。当待辨识系统频带难以准确估计时,积分区间参数的选择将是盲目的。如果二者频带相差悬殊,则辨识结果将完全失真。

20 世纪 80 年代,出现多种完全使用数字计算机的连续模型辨识的直接方法。利用 Walsh 函数(Walsh functions)、块脉冲函数(block-pulse functions)、拉格朗日多项式(Lagrange polynomials)、Legendre 多项式(Legendre polynomials)、傅里叶级数(Fourier series)等正交函数,以及多种数字积分规则,首先得出正交函数积

分的运算矩阵,然后将微分方程转换为以运算矩阵形式表示的线性代数方程,再用最小二乘类方法辨识模型参数。这些方法都基于对信号的经典积分处理,而这种积分处理都隐含了某种滤波效应。后来发展的数字滤波理论则给这类辨识方法提供了新的手段,通过引入低通数字滤波器,可避免对输入输出测量信号微分的近似处理,并得到含待辨识连续模型参数的离散估计模型,再采用离散模型辨识的系统算法求得模型参数^[21]。

1.5 连续系统参数模型直接辨识的调制函数法

调制函数法最早由 Shinbrot 于 1957 年提出^[12]。对于线性系统,有

$$\sum_{i=0}^n a_i y^{(i)}(t) = \sum_{j=0}^m b_j u^{(j)}(t), \quad m \leq n \quad (1-4)$$

式中, a_i, b_j 为待辨识参数; $u(t)$ 为输入信号; $y(t)$ 为输出响应; $y^{(i)}(t), u^{(i)}(t)$ 分别为信号 y, x 的 n 阶微分; n, m 分别为传递函数分子和分母多项式次数。式(1-4)所表示系统为稳定系统。

式(1-4)的初始状态为 $r_0 = [r(0), r^{(1)}(0), \dots, r^{(m-1)}(0)]^T, x_0 = [x(0), x^{(1)}(0), \dots, x^{(n-1)}(0)]^T$ 。

设调制函数 $\phi(t)$ 满足

$$\phi(t) = \begin{cases} \phi(t), & 0 \leq t \leq T \\ 0, & \text{其他} \end{cases} \quad (1-5)$$

$\phi(t)$ 的任意阶导数 $\frac{d\phi^{(i)}(t)}{dt}$ 存在, 且

$$\phi^{(i)}(0) = \phi^{(i)}(T) = 0 \quad (1-6)$$

式(1-4)两边同乘调制函数 $\phi(t)$, 并在 $[0, T]$ 上积分, 多次分步积分及利用调制函数性质式(1-5)、式(1-6), 得到调制系统模型

$$\sum_{i=0}^n a_i \bar{y}^{(i)}(T) = \sum_{j=0}^m b_j \bar{u}^{(j)}(T), \quad m \leq n \quad (1-7)$$

式中

$$\bar{y}^{(i)}(T) = (-1)^i \int_0^T y(t) \phi^{(i)}(t) dt, \quad \bar{u}^{(j)}(T) = (-1)^j \int_0^T u(t) \phi^{(j)}(t) dt$$

不失一般性, 设 $a_0 = 1$, 则待辨识参数个数为 $n+m+1$ 。因此, 至少应有 $n+m+1$ 个独立方程, 才可以根据式(1-7)求解待辨识参数。

将调制函数在时间轴上平移一定间隔, 对式(1-4)进行调制处理可得到若干

方程。

$$\sum_{i=0}^n a_i \tilde{y}^{(i)}(T+k\Delta t) = \sum_{j=0}^m b_j \tilde{u}^{(j)}(T+k\Delta t), \quad m \leq n; k=0,1,\dots,n+m,\dots,l \quad (1-8)$$

式中

$$\begin{aligned} \tilde{y}^{(i)}(T+k\Delta t) &= (-1)^i \int_{k\Delta t}^{T+k\Delta t} y(t) \phi^{(i)}(t+k\Delta t) dt \\ \tilde{u}^{(j)}(T+k\Delta t) &= (-1)^j \int_{k\Delta t}^{T+k\Delta t} u(t) \phi^{(j)}(t+k\Delta t) dt \end{aligned}$$

通过上述处理,将输入输出信号的微分转换成调制函数的微分,利用调制函数的性质,消除了将微分方程转换为代数方程的积分过程中系统初始条件的影响,最终将原微分方程转换成式(1-8)所示的调制代数方程,可用最小二乘类算法估计系统参数。

调制函数法的应用,首先是调制函数的选择。Shinbrot^[12]提出的调制函数为

$$\phi(t) = \begin{cases} \sin^n\left(\frac{n\pi t}{T}\right), & t \in [0, T] \\ 0, & \text{其他} \end{cases} \quad (1-9)$$

Loeb 和 Cahen^[22]选择的调制函数为

$$\phi(t) = \begin{cases} t^n(T-t)^n F(t), & t \in [0, T] \\ 0, & \text{其他} \end{cases} \quad (1-10)$$

式中, $F(t)$ 为 $n-1$ 阶可微函数。

Perdreauville 和 Goodson^[23]将调制函数法应用于分布系统,不但在时间轴上进行调制处理,而且对其他独立变量也进行调制处理,从而构成多维调制函数。他们用多个调制函数的积构成的多维调制函数为

$$\phi(z) = \prod_{i=1}^{\dim(z)} \phi_i(z_i) \quad (1-11)$$

Takaya^[24]利用 Hermite 函数构造调制函数

$$\phi^{(i)}(t) = (-1)^i e^{t^2/2} H_i(t) \quad (1-12)$$

式中, $H_i(t)$ 是 i 阶 Hermite 函数。

Bruederle 和 Weber 将调制函数法与线性滤波器法进行了比较^[25]; Lee^[26], Fairman 和 Shen^[27]等在其研究论文中指出:调制函数法本身也是线性滤波器法中的一种。由此引起的对二者看法的区别可能是两种方法有效滤波特性的差异,如特征时间,在线性滤波器法中为 1s,而在调制函数法中可能是 5s。

Fairman 和 Shen 在研究 Bolgiano 和 Piovoso^[28]提出的数据压缩技术中导出