大学物理实验教材

修 订 本

东 华 大 学

二〇〇一年一月

前　　言

本书是根据《高等工业学校物理实验课程教学基本要求》以及我校1989年编写的《大学物理实验教学大纲》要求内容、由张仁才、浦天舒、龚俊、王台珍、浓毅信、胡群华、金若鹏、沈亚平等教师和专业技术人员协力编写而成，迈克尔逊干涉仪的使用及激光的特性，由邱高老师提供。

编写过程中注意了几个结合：

1. 结合现阶段学生实际知识水平和实验技能。内容安排尽量从基本技能训练开始，由浅入深循序前进。通过后阶段的综合实验及设计性实验，使学生基本掌握物理实验的方法和技能，达到为科学研究打好坚实的基础。

2. 结合学校现有设备条件。使开出实验项目基本上能满足学生一人一套实验仪器的要求，从而加强独立操作能力的训练，达到提高实验教学质量的目的。

3. 结合实验应用的需要。实验中注意联系科技发展的实际、拓宽知识视野。在每个实验前都有简单介绍与科技生产相结合的有关知识，使学生既学习了科学实验技能又增加了工业生产的有关知识。

4. 结合实验复复测量的特点，在误差处理上以标准差为主。

5. 结合科学实验训练。在实验数据处理，实验报告的书写方面都提出了具体要求，使学生在通过物理实验的实践中受到系统的科学实验素养和书写科研报告能力的初步训练。

本书的编写是我组深化教学改革的一种尝试，其中凝聚着全组人员教学实践中的经验和心得，书中统一了报告的要求、误差的处理、计算器的使用以及设计性实验等有关内容，希望在教学中能起到一定的作用.这是我们的愿望。本书肯定有许多不足之处，虽经使用后进行了修订，还诚望使用者提出宝贵的意见，以便进一步改进。

编者

1999年11月

目　录

实验一　绪　　论

物理实验的基本知识

一、物理实验课的地位和作用

物理学从本质上说是一门实验科学。三百多年前，伽利略和牛顿等学者，以科学实验方法研究自然规律，逐渐形成了一门物理科学。物理学的发展及物理学史上许多关键问题的解决，最后都诉诸于实验。例如，杨氏的光干涉实验证实光的波动说；迈克耳逊——莫雷实验证实以太不存在；赫兹实验证实麦克斯韦的电磁场理论。而近代物理学的重大突破，更离不开科学实验这个环节的研究结果。

随着科学技术的发展，物理学实验越做越精确，越做范围越广，它可以验证更深一层的理论，推动理论研究的发展；它可以启示新科学思想，提供新的科学方法；它用精确的定量数据辨明各类事物的细微差异；它证明一定的假设并使假设转化为理论；它指出理论可靠性和适用的范围。近代科学的历史表明，物理学领域内的所有研究成果都是理论和实验密切结合的结晶。

作为一门独立课程的物理实验课，是学生进入大学后受到系统的实验技能训练的开端，是后继课程的基础。本课程教学的主要目的是：

（一）通过课程的学习，使学生受到基本物理概念；基本物理实验方法；基本物理实验技能方面的基本训练。使学生逐步具备运用物理概念，物理方法进行科学实验的能力。

（二）培养和提高从事科学实验素质。包括：理论联系实际和实事求是的科学作风；严格的操作规程，严肃认真的工作态度；不怕困难，主动进取的探索精神；遵守纪律，爱护公共财物的优良品德。

科学的发展，新产品的开发、新工艺的使用离不开基础训练。作为德、智、体全面发展的工程科学技术人才，不仅要有深广的理论知识，而且必须有现代科学的实验能力，才能适应四个现代化的需求。

二、物理实验课的基本程序

物理实验课在指导教师的指导下，学生要充分发挥独立性和主动性，整个实验过程一般分为三个阶段。

（一）实验的预习

实验预习是实验课的重要环节。

预习要求理解实验的目的和原理，弄懂重要的物理概念和公式，了解实验的具体过程，抓住实验操作的关键，在此基础上写出预习报告。

预习报告的内容主要有：一、实验名称；二、实验目的；三、简要的原理和计算公式；四、仪器设备及仪器装置简图（电学实验必须画出线路图）；五、实验步骤；六、实验数据表格。

未作预习和预习报告的学生在补作之前均不能进入实验的第二阶段。

（二）进行实验

实验进行前先要熟悉仪器，了解仪器工作的原理和操作方法。考虑仪器的合理布局，然后将仪器安置调节好。

使用电学仪器还应注意用电安全，须经教师检查后才能接通电源。实验过程中要养成良好的记录实验数据（现象）习惯：根据仪器最小刻度单位或精度等级准确读数，原始数据不能随意修改。原始数据须记录在实验笔记本或预习报告上，还应根据不同实验的需要记下实验时间、地点、合作者、室温、气压、使用的仪器编号及实验过程中发现的问题。

（三）写实验报告

书写实验报告是对该次实验的全面总结；也是为在今后实际工作中书写科研论文和工作报告打好基础。

实验报告要求字迹端正、文字通顺、分析深刻、结论正确。数据表格和实验结果完整清晰。

完整的实验报告通常包括下列几个部分：

一、实验名称；二、实验目的；三、简单的原理和计算公式；四、仪器设备及仪器装置简图（电学实验必须画出线路图）；五、实验步骤；六、实验数据表格；七、主要计算过程和作图（如光路图、电路线路图、波形图等）；八、误差分析；九、实验结果；十、讨论（包括回答讨论题、心得体会、改进实验装置和实验方法的建议等）。

实验报告一般应在实验进行后立即完成，在下次实验前交指导教师批阅，没有按要求完成的，教师可以要求学生退回补做。

实验误差及数据处理

物理实验是通过模拟自然现象研究自然界中的物质运动形态，从而取得规律性的认识。在实验中对观察和测量需作出定性和定量的分析，找出各物理量之间的关系，对测量的可靠性作出科学的评价。从而验证物理定理、规律、探索新的理论新依据、发现新的物理规律。

对所取得实验数据及测量值，通过各物理量之间的关系，进行处理，确定直接或间接测量值的误差范围，对测量结果的可靠性作出科学的估计是本节主要内容。

一、[测量及误差]

1. 测量：测量就是在实践实验过程中使用仪器或测量工具，以适当的方法，对现象和实体测得所需物理量的大小。被测物理量所得的测量值应包括数值大小和表征该物理量的单位。如时间单位为秒，位移单位为米，速度单位为米/秒。物理量的单位我国采用国际单位制（SI）为基础单位。即一九七一年第十四届国际计量大会上确定的：米（长度）、千克（质量）、秒（时间）、安培（电流强度）、开尔文（热力学温度）、摩尔（物质的量）和坎德拉（发光强度）。从国际单位制的基本单位可以导出其它量，如焦耳（能量）、伏特（电压）、瓦（功率）等，这些称为国际单位制的导出单位。

测量物理量的方法可归并为两大类：直接测量和间接测量。

（1）直接测量：用仪器和测量工具与待测量进行直接度量比较，从仪器或量具上读出所测物理量的大小。如米尺测量长度；安培计测量电流强度；伏特计测量电压等。

（2）间接测量：通过直接测量所得的物理量之间的函数关系，经过运算后得出待测的测量值。如用安培计和伏特计测得电流强度和电压后即可得到电功率的值，电功率 $N = IV$。随着科学技术的发展原先的间接测量值，不必通过物理量之间的函数关系亦可直接测得。如

电功率，用功率表就可直接测量。

2．误差：被测物理量客观上存在一确定的值，称为真值，用 X_0 表示。但即使用最精密的仪器和完善的方法，也只能测量近似值，用 x_i 表示。测量的近似值和真值的差为测量误差，简称误差，$\triangle x_i$ 表示，则

误差 = 测量值 − 真值

即
$$\triangle x_r = x_i - X_0 \qquad (1-1)$$
测量永远得不到真值，只能通过改进仪器和测量方法，减小误差取得测量值接近于真值的最佳值。

因此，在整个实验的设计，选取器材和选择实验条件，以至实验的进行，都必须对误差的产生进行分析研究。

误差产生原因和性质主要可分为两大类：系统误差和随机误差。

(1)系统误差：

系统误差的特点：在相同条件下，对某一物理量进行多次测量，误差的绝对值和符号(正、负)保持不变。测量条件改变，误差也按一定规律变化。

系统误差又可分为已定系统误差和未定系统误差两种。对于已定系统误差是指符号和绝对值已经确定的系统误差，若对其产生的原因已经明确，可以进行修正或消除。未定系统误差是指符号或绝对值未经确定的误差。产生的情况比较复杂，不能简单的加以排除。

系统误差来源于仪器的固有缺陷；实验方法的不完善和所依据理论的近似性；环境对实验条件的影响；实验人员缺乏经验和生理、心理的特点。

这类误差在选择适当仪器和实验方法后，原则上可以减少、修正或消除。

(2)随机误差

随机误差(亦称偶然误差)的特点：在相同条件下，对某一物理量进行多次重复测量，每次测量的误差时大时小，时正时负，无法预测又无法控制，误差的出现纯属偶然，但仍显示出一定的统计规律性。

随机误差的产生在于实验人员的感官(如人的情绪、注意力、听觉、触觉等)的分辩能力的微小变化及具体测量时外界条件的起伏(如温度、湿度、气压等)，这些随机因素使测量值产生误差。

这类误差基本上服从一定的统计规律。在一定范围内可以作出误差估算，确定测量值的可靠程度。

二、[随机误差的估算]

1．随机误差的统计规律

大多数物理实验的随机误差其概率密度遵从正态分布(也称高斯分布)。根据概率论的理论方法，可得出随机误差△正态分布的概率分布密度函数。

$$f(\triangle) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{\triangle^2}{2\sigma^2}} \qquad (1-2)$$

特征量 σ 称为标准误差

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum \triangle_i^2}{n}} \quad (n \to \infty) \qquad (1-3)$$

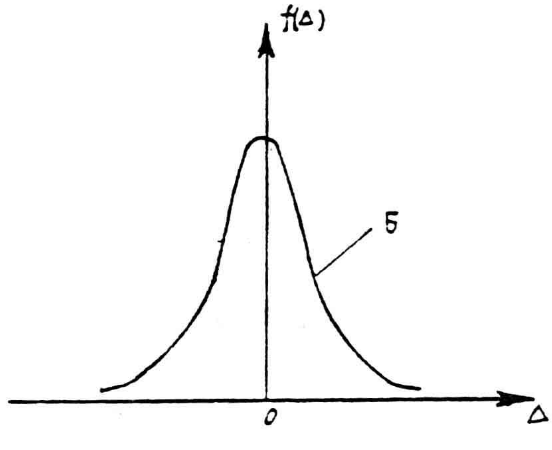


图 1－1

σ 从图(1－1)中可以得出服从正态分布的随机误差有四个特征:(1)单峰性:绝对值小的误差出现的概率(又称几率)比绝对值大的误差出现的概率大。

(2)对称性:绝对值相等的正负误差出现的概率相同。

(3)有界性:在一定的测量条件下,误差的绝对值不会超过一定的界限。

(4)抵偿性:随机误差的算术平均值随着测量次数的增加而越来越趋向于零。

$$\text{即}\ \lim_{n\to\infty}\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\triangle_i=0 \qquad (1-4)$$

根据随机误差的抵偿性可以证明测量结果的算术平均值 $\overline{X}$ 就是接近真值的最佳值。

证明如下:

$$\text{算术平均值}:\overline{X}=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}X_i \qquad (1-5)$$

各次测量值误差:

$$\triangle_1=X_1-X_0$$
$$\triangle_2=X_2-X_0$$
$$\vdots$$
$$\triangle_n=X_n-X_0$$

等式左右分别相加: $\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\triangle_i=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}X_i-X_0=\overline{X}-X_0$

根据正态分布的随机误差抵偿性:

当 $n\to\infty$ 时 $\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\triangle_i\to0$ 则 $\overline{X}\to X_0$ 证毕。

2. 随机误差的表示法及估算:

随机误差的大小根据不同的实验要求通常用标准误差 σ, 平均误差 η 和极限误差 δ 表示。由于随机误差具有统计规律,因此,上述误差表示也具有统计特性。

而 $\triangle_i=X_i-X_0$ 是实在的误差值,称为真误差。

由于真值无法知道,因此,真误差 $\triangle_i$ 也无法计算,由于 $n\to\infty$ 时,$\overline{X}\to X$, 而算术 平均值——最佳值是能够计算的。则可以用 $X_i-\overline{X}$ 来估算误差。

$$V_i = X_i - \overline{X} \tag{1-6}$$

V_i 称为残差。X_i,$\overline{X}$,V_i 均为随机变量。

(1)标准误差 σ 的统计意义。标准误差 σ,它的物理意义是正态分布函数的一个统计性的特征值,反映在一定条件下进行一组测量,随机误差概率的分布情况。

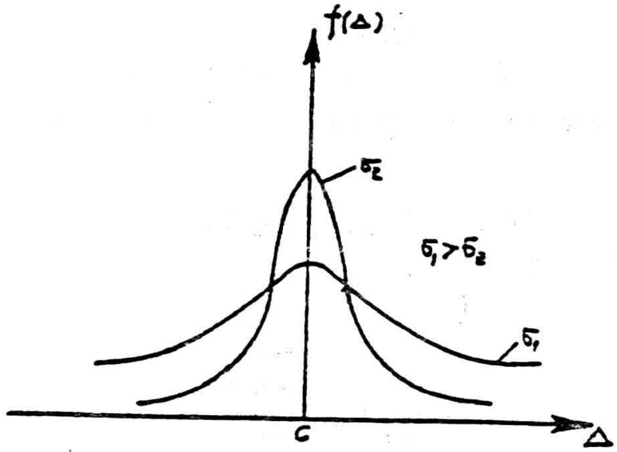


图 1-2

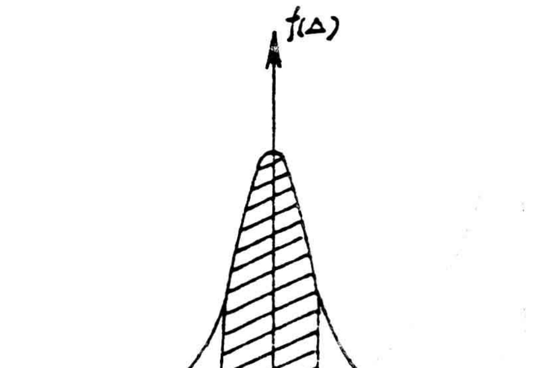


图 1-3

图 1-2 所示 $\sigma_1 > \sigma_2$,σ 值小,曲线峰值高各测量值的分散性小,重复性好,在误差集合体中小误差占优势。反之,σ 值大曲线平坦,各测量值分散性大,重复性差,相比之下在误差集合中小误差优势减小。

由概率论可知随机误差出现在$(-\sigma,+\sigma)$区间内的概率

$$p(-\sigma < \triangle < +\sigma) = \int_{-\sigma}^{+\sigma} f(\triangle)\,d\triangle = \int_{-\sigma}^{+\sigma} \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{\frac{-\triangle^2}{2\sigma^2}}\,d\triangle = 68.3\%$$

由此可见,标准误差 σ 的统计意义是:任作一次测量,测量值误差在 $-\sigma$ 到 $+\sigma$ 之间的可

能性为68.3%(见图1－3)。

测量次数n为有限时S_x为实验标准偏差，也称样本标准偏差简称标准差。

在实验中对某些物理量的测量次数总是有限的n次测量，通常$5 \leqslant n \leqslant 10$次。这有限的n次测量的集合，是等精度的测量列$X_1, X_2, X_3, X_4 \cdots\cdots$。按数理统计理论，这测量列的标准偏差：

$$S_x = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(X_i - \overline{X})^2}{n-1}} \quad (\text{贝塞尔公式}) \tag{1-7}$$

S_x表征对同一被测量量作n次有限测量时其结果的分散(离散)程度。显然当$n \to \infty$时，$S \to \sigma$。所以S值是对σ的一种评定。

若对同一被测量每作有限的n次测量，则各组的$\overline{X}$值都略有不同。若$\overline{X}_i$也属于正态分布，则可用$S_{\overline{X}}$来表征$\overline{X}_i$的分散(离散)程度。

按统计理论可得：

$$S_{\overline{X}} = \frac{S}{\sqrt{n}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(X_i - \overline{X})^2}{n(n-1)}} \tag{1-8}$$

显然$\overline{X}_i$的离散程度$S_{\overline{X}}$比X_i的离散程度S_x小得多。$S_{\overline{X}}$的随机误差，称算术平均值实验标准偏差，简称平均值标准偏差。

由于平均值$\overline{X}$是一随机变量，随测量次数而变化。

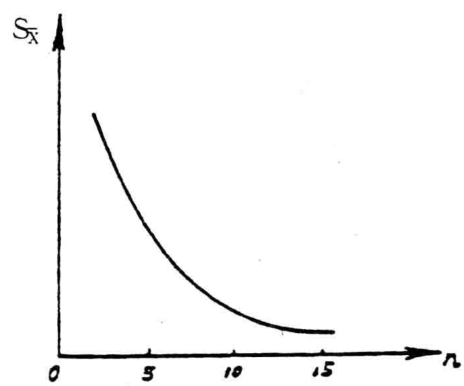


图1－4

平均值的标准误差$S_{\overline{X}}$的统计意义是在$(\overline{X} \pm S_{\overline{X}})$范围内包含真值$X_0$的可能性是68.3%，也就是最佳值$\overline{X}$的可靠程度。由式(1－8)可知当测量次数n增大时，$S_{\overline{X}}$减小，随机误差减小。但当$n > 10$以后$S_{\overline{X}}$变化缓慢(图1－4)，所以测量次数不必很多。

(2)平均误差η

定义：$\eta = \frac{\sum|\Delta_i|}{n}$ (1－9)

概率：$p(-\eta < \Delta < +\eta) = \int_{-\eta}^{+\eta} f(\Delta)\,d\Delta = 57.5\%$

平均误差的统计意义是：任何一次测量，测量值误差在 $-\eta$ 到 $+\eta$ 之间的可能性为 57.5%。与标准误差的关系 $\eta=\frac{4}{5}\sigma$。

用 v_i 来计算平均误差时则为：

$$\eta_x=\frac{\sum|V_i|}{\sqrt{n(n-1)}} \tag{1-10}$$

(3)极限误差 δ

定义：$\delta=3\sigma$

$$概率\ p(-\delta<\triangle<+\delta)=\int_{-3\sigma}^{3\sigma}f(\triangle)d\triangle=99.7\%$$

极限误差的统计意义是：任作一次测量，测量值在 $-\delta$ 到 $+\delta$ 之间可能性为 99.7%（见图 1－3）测量误差超出 $\pm3\sigma$ 范围概率小，故称极限误差。

由于 $\delta=3\sigma$ 则 $\delta_x=3S_X$

3．计算器计算标准差的方法。

函数计算器一般已编入标准差的计算程序，可以方便地计算标准差。

函数计算器说明书中所用的标准差S的表示式为：

$$S=\sqrt{\frac{\sum X_i^2-\frac{(\sum X_i)^2}{n}}{n-1}}$$

步骤：（不同型号计算器略有不同，可参阅说明书）

(1)函数模式选择开关置于“SD”位置（standard Deviation）；

(2)顺次揿压“INV”和“AC”键，清除“SD”中所有内存，准备输入计算的数据；

(3)键盘上每打入一个数据后，揿压一次“M＋”键，将数据输入内存；

(4)输入所有数据后，揿压“σ_{n-1}”键，则显示该组数据的标准差 S；揿压“$\bar{x}$”键，则显示该组数据的算术平均值。

(5)当有错误数据输入而要删去时，可在键盘打入该错误数据后，揿压“INV”和“M＋”两键，就可将已输入的该错误数据删去。

三、[仪器误差]

测量使用的仪器或量具，实际上都有一个极限误差。在仪器，量具出厂时都在说明书中载有误差限。

例如 50g 的三等砝码误差限 $\triangle_{仪}=2mg$

所以仪器误差是在正确使用仪器的条件下，测量所得结果的最大误差。

仪器误差也包含系统误差和随机误差，主要由仪表的等级来决定，等级高的主要为随机误差，等级低的主要是系统误差。而实验室使用的仪表，二个误差数值一般较接近。仪器误差的概率密度函数一般遵从均匀分布，如图 1－5。

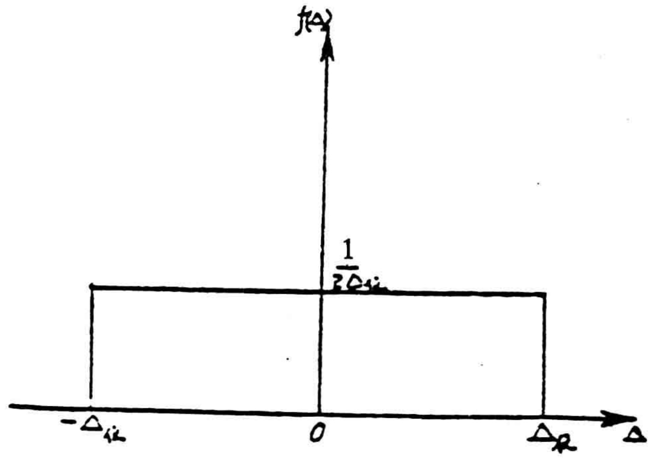


图 1－5

$$f(\Delta)=\frac{1}{2\Delta_{仪}}$$

$$p(-\Delta_{仪}<\Delta<+\Delta_{仪})=\int_{-\Delta_{仪}}^{\Delta_{仪}} f(\Delta)d\Delta=1$$

可以计算仪器的标准误差为：

$$S_{仪}=\frac{\Delta_{仪}}{\sqrt{3}} \qquad (1-11)$$

如约定为正态分布，则仪器误差的标准差为：

$$S_{仪}=\frac{\Delta_{仪}}{3} \qquad (1-12)$$

附：几种常用仪器的仪器误差

1．游标卡尺的仪器示值误差：

精度值(mm) / 示值误差(mm) / 测量范围(mm)	0.02	0.05	0.1
0～300	±0.02	±0.05	±0.1
300～500	±0.04	±0.05	±0.1

2．螺旋测微计的示值误差：

测量范围(mm)	0～100	100～150	150～200
示值误差(mm)	±0.004	±0.005	±0.006

3．分析天平技术数据

最大载荷	200g	称盘直径	Ø75mm
最小分度值	0.1mg	盘梁高度	150mm
相对精度	5×10^{-7}	天平外形	420×370×500

<table>
<tr><td>机械加码范围</td><td colspan="2">10mg～990mg</td><td>变压器</td><td>6～8v/220、110V</td></tr>
<tr><td rowspan="2">光学读数范围</td><td>微分刻度全量值</td><td>10mg</td><td rowspan="2">净重</td><td rowspan="2">1.5kg</td></tr>
<tr><td>每小格刻度值</td><td>0.1mg</td></tr>
</table>

4．电表的示值误差：

电表的准确度等级为0.1,0.2,0.5,1.0,1.5,2.5,5.0七级，在规定条件下使用时其示值X的最大绝对误差为：$\triangle_{仪}=\pm$(量程×准确度等级%)

$$=\pm(X_m\times S_n\%) \tag{1-13}$$

四、[有效数字及其运算]

1．一般概念：

使用测量仪器或工具对某一物理量进行测量时，测量读数可以读到最小分格值，这些都是可靠数字。然后，还可以对最小分格估读一位，一般可估读到十分之一，或五分之一，这一位是反映客观实际的可疑数字。可以反映出测量仪器或工具精密度的一种粗略表示方法，因此是有效的。

所以，测量值中所有可靠数字加上一位可疑数字称为测量值的有效数字，这些数字的总位数称为该测量值的有效位数。有效数字也可和被测物理量的大小有关。如用mm刻度的米尺测量长为19.9mm及119.9mm的二物体，前者为三位有效数字，后者为四位有效数字。有效数字即是与仪器精密度和被测物理量本身大小的客观反映，因此有效数字是不能随意增减的。

在进行单位换算和变换小数点位置时，应使用科学记数法。

如大单位换成小单位：

$1.2m=1.2\times10^2cm=1.2\times10^3mm=1.2\times10^6\mu m$

小单位换成大单位：

$1.2\mu m=1.2\times10^{-3}mm=1.2\times10^{-4}cm=1.2\times10^{-6}m$

即不同单位用10的不同幂次表示

由测量值的有效数字来分析：第一位非零数字前的"0"，都不是有效数字，第一位非零数字后的"0"都是有效数字。如0.031010 为五位有效数字。

2．多次直接测量结果的有效数字取舍规则

对于标准差S。因为S都是欠准数，所以S一般可取1－2位有效数字。根据本讲义实验的精度要求，规定误差S最后结果取一位。

对于S的尾数取舍，因为标准差是可疑数，根据宁大勿小的可靠原则采用一律进　位的法则。

如：计算结果 S 为 0.012m，则取 S = 0.02m。

多次测量结果表示式为：$X = \overline{X} \pm S_{\overline{X}}$ 或 $X = \overline{X} \pm S_x$

最佳值 $\overline{X}$ 有效数字应与 S 统一。$\overline{X}$ 的末位应与 S 的所在一位对齐。

如 $\overline{X} = 1.254\text{mm}$，$S_x = 0.02\text{mm}$

结果表示式为 $X = 1.25 \pm 0.02\text{mm}$

最佳值 $\overline{X}$ 的尾数取舍按统计规律采用下列法则：四舍六入，五分析：即当尾数小于五时舍去；大于五时进；尾数逢五时，前一位是奇数则进；前一位是偶数舍去。

举例说明如下：（按以上法则顺序）

(1) $\overline{X} = 19.054\text{g}$，$S_x = 0.02\text{g}$，则 $X = 19.05 \pm 0.02\text{g}$

(2) $\overline{X} = 19.056\text{g}$，$S_x = 0.02\text{g}$，则 $X = 19.06 \pm 0.02\text{g}$

(3) $\overline{X} = 19.055\text{g}$，$S_x = 0.02\text{g}$，则 $X = 19.06 \pm 0.02\text{g}$

(4) $\overline{X} = 19.065\text{g}$，$S_x = 0.02\text{g}$，则 $X = 19.06 \pm 0.02\text{g}$

在进行间接测量计算时，各直接测量值的最佳值和误差的有效数字位数可多保留一位。

3. 有效数字的运算规律

加减运算：几个数相加减，运算结果的欠准数与诸数中最先出现的欠准数位置对齐。如：

$$\begin{array}{r} 30.3 \\ +\ 1.384 \\ \hline 31.684 \end{array}\ \text{应取 3.17} \quad \xrightarrow{\text{可简化为}} \quad \begin{array}{r} 30.3 \\ +\ 1.38 \\ \hline 31.68 \end{array}\ \text{应取 3.17}$$

$$\begin{array}{r} 12.6 \\ -\ 4.378 \\ \hline 8.222 \end{array}\ \text{应取 8.2} \quad \xrightarrow{\text{可简化为}} \quad \begin{array}{r} 12.6 \\ -\ 3.38 \\ \hline 8.22 \end{array}\ \text{应取 8.2}$$

乘除运算：几个数相乘除时，运算结果有效数字的位数与各数中有效数字位数最少的一个相同。

$$\begin{array}{r} 10.522 \\ \times\ 0.34 \\ \hline 42088 \\ 31566 \\ \hline 3.57748 \end{array}\ \text{应取 3.6} \quad \xrightarrow{\text{可简化为}} \quad \begin{array}{r} 10.5 \\ \times\ 0.34 \\ \hline 420 \\ 315 \\ \hline 3.570 \end{array}\ \text{应取 3.6}$$

$$0.34\overline{\smash{)}10.522}\ \begin{array}{l}\text{商 } 30.9 \text{ 应取 31}\end{array} \quad \begin{array}{r} 10.2 \\ \hline 322 \\ 306 \\ \hline 16 \end{array} \quad \xrightarrow{\text{可简化为}} \quad 0.34\overline{\smash{)}10.5}\ \begin{array}{l}\text{商 } 30.8 \text{ 应取 31}\end{array} \quad \begin{array}{r} 102 \\ \hline 300 \\ 276 \\ \hline 28 \end{array}$$

乘方、立方、开方运算：运算结果的有效数字位数与其底的有效数字位数相同。

对数、三角函数运算：运算结果的有效数字位数可按间接测量误差传递公式进行计算后决定。

常数 π、e 等可认为有效数字是无限的，参加运算时一般比测量值多取一位。

如 $S=\pi R^2$　　$R \doteq 2.0cm$　π 取 3.14

五、[直接测量结果的表述]

根据统计理论无限次测量的算术平均值 $\overline{X}$ 为待测量真值的最佳值，而且 $\sigma_x \to 0$，但据图 1－4 所示，n＞10 后，σ_x的变化极慢，因此没有必要无限地增加测量次数。一般情况，重复测量值起伏大，需多测几次，若起伏小，则少测几次。若测 2－3 次后测量值相同，表明仪器精度不高，则作单次测量处理。

1．单次测量结果的表述

单次测量用$\triangle_{仪}$表示测量最大误差，$S_{仪}=\frac{\triangle_{仪}}{\sqrt{3}}$仪器误差为均匀分布表示单次测量的标准误差，则测量结果

$$X=X_{测}\pm\triangle_{仪} \tag{1-14}$$

$$或\ X=X_{测}\pm S_{仪} \tag{1-15}$$

2．多次重复测量结果的表述

以 $\overline{X}=\frac{\sum X_i}{n}$ 表示测量最佳值，并计算出 $S_{仪}$ 与 S_x

按宁大勿小的原则表示测量结果

$$当\ S_x > S_{仪}\quad X=\overline{X}\pm S_x \tag{1-16}$$

$$当\ S_{仪} > S_x\quad X=\overline{X}\pm S_{仪} \tag{1-17}$$

3．直接测量结果的相对误差表述

$S_{仪}$、S_x 均没有考虑被测量本身的大小，故称为“绝对误差”。

如有二个测量对象，测量结果 $X_{甲}=(1.00\pm0.01)cm$，$X_{乙}=(10.00\pm0.01)cm$。虽然绝对误差均为 0.01cm，由于被测量不同，显然两者测量优劣不同，后者优于前者。

因此，一般用相对误差来评价测量的优劣。

$$定义：相对误差=\frac{误差}{最佳值}\times100\%$$

$$即\quad E=\frac{S_{仪}}{X_{测}}\times100\% \tag{1-18}$$

$$或\quad E=\frac{S_x}{\overline{X}}\times100\%$$

上述一例：

$$E_{甲}=\frac{0.01}{1.00}\times100\%=1.0\%$$

$$E_{乙}=\frac{0.01}{10.00}\times100\%=0.1\%$$

待测物理量如果有公认值，则用百分误差表示被测量优劣。

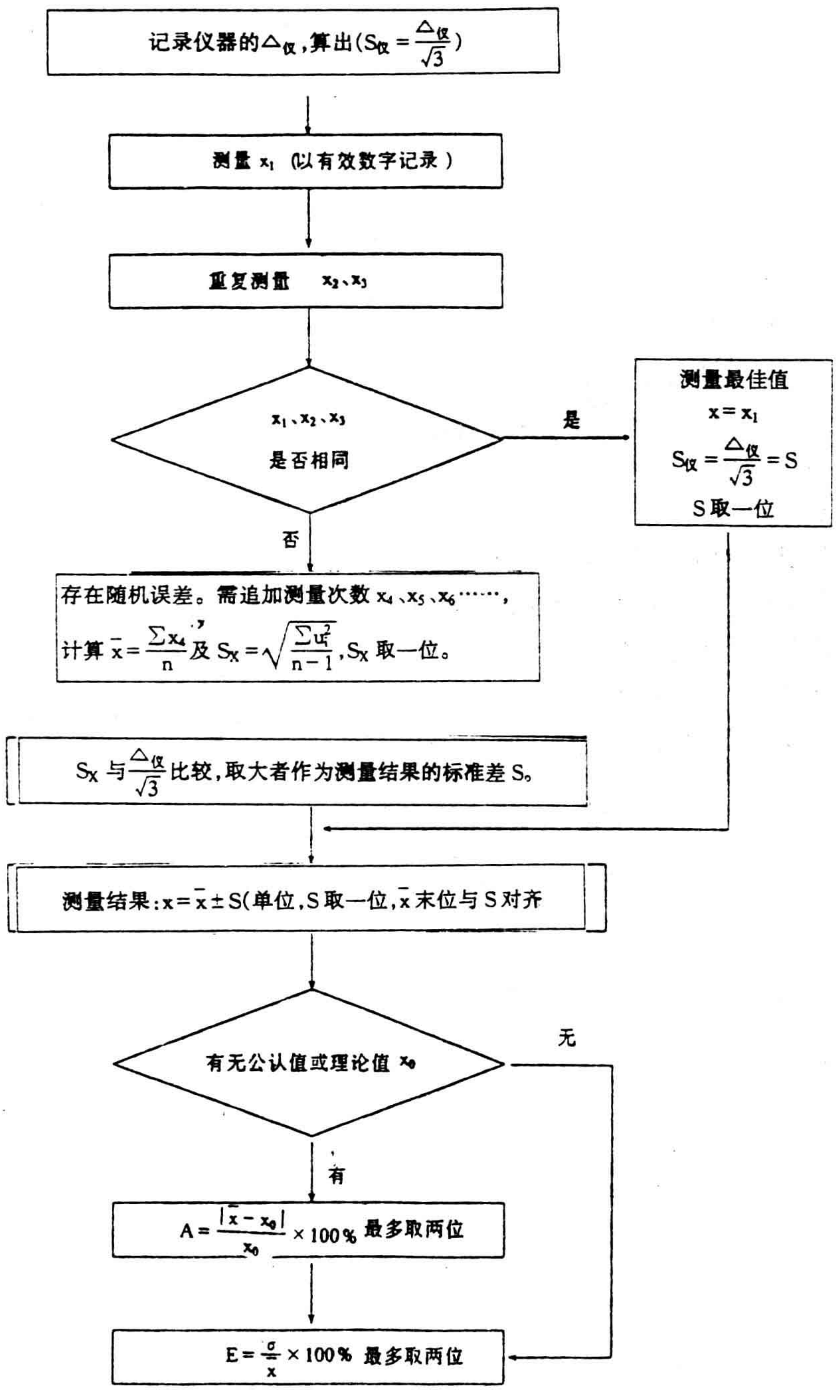
$$百分误差=\frac{|测量最佳值-公认值|}{公认值}\times100\%$$

$$即\quad A=\frac{|\overline{X}-X_0|}{X_0}\times100\% \tag{1-19}$$

相对误差的有效数字可取 1－2 位，本讲义规定 E 小于 1.0%取一位；E 等于或大于 1.0%取二位。误差尾数一律进位。

4．直接测量的工作流程图（见附表一）（σ 改为 S）

附表一:直接测量的工作流程图



六、[间接测量的误差与结果表述]

间接测量 N 与独立的各直接测量量 x、y、z…u 的函数关系为

$$N = f(x、y、z \cdots u) \tag{1-20}$$

间接测量量的近真值 $\overline{N}$ 与独立的各直接测量值的近真值 $\overline{x}$、$\overline{y}$、$\overline{z}$…$\overline{u}$ 之间关系。

$$\overline{N} = f(\overline{x}、\overline{y}、\overline{z} \cdots \overline{u}) \tag{1-21}$$

间接测量的误差也取决于直接测量的误差，其估算方法称为误差传递。

1. 误差的一般传递公式

直接测量值的误差分别为 $\triangle x, \triangle y, \triangle z \cdots \triangle u$，间接测量量 N 的误差为 $\triangle N$。对 $N = f(x、y、z \cdots u)$ 全微分

$$dN = \frac{\partial f}{\partial x}dx + \frac{\partial f}{\partial y}dy + \frac{\partial f}{\partial z}dz + \cdots\cdots \frac{\partial f}{\partial u}du$$

由于 dN、dx、dy、dz…du 是一微小量，相应以 $\triangle N, \triangle x, \triangle y, \triangle z \cdots \triangle u$ 代入，则间接测量值误差为：

$$\triangle N = \frac{\partial f}{\partial x}\triangle x + \frac{\partial f}{\partial y}\triangle y + \frac{\partial f}{\partial z}\triangle z + \cdots\cdots \frac{\partial f}{\partial u}\triangle u \tag{1-22}$$

对(1-20)式两边取自然对数后，求全微分同理可得

$\ln N = \ln f(x、y、z \cdots u)$

$$\frac{dN}{N} = \frac{\partial f}{\partial x}\frac{dx}{f} + \frac{\partial f}{\partial y}\frac{dy}{f} + \frac{\partial f}{\partial z}\frac{dz}{f} + \cdots\cdots \frac{\partial f}{\partial u}\frac{du}{f}$$

$$\frac{\triangle N}{N} = \frac{\partial f}{\partial x}\frac{\triangle x}{f} + \frac{\partial f}{\partial y}\frac{\triangle y}{f} + \frac{\partial f}{\partial z}\frac{\triangle z}{f} + \cdots\cdots \frac{\partial f}{\partial u}\frac{\triangle u}{f} \tag{1-23}$$

对误差从最不利的考虑，即各项误差相加，因此，对绝对误差 $\triangle N$ 和相对误差 $\frac{\triangle N}{N}$ 计算时，取绝对值相加：

$$\triangle N = \left|\frac{\partial f}{\partial x}\right| \cdot |\triangle x| + \left|\frac{\partial f}{\partial y}\right| \cdot |\triangle y| + \left|\frac{\partial f}{\partial z}\right| \cdot |\triangle z| + \cdots\cdots \left|\frac{\partial f}{\partial u}\right| \cdot |\triangle u| \tag{1-24}$$

$$\frac{\triangle N}{N} = \left|\frac{\partial f}{\partial x}\right| \cdot \left|\frac{\triangle x}{f}\right| + \left|\frac{\partial f}{\partial y}\right| \cdot \left|\frac{\triangle y}{f}\right| + \left|\frac{\partial f}{\partial z}\right| \cdot \left|\frac{\triangle z}{f}\right| + \cdots\cdots \left|\frac{\partial f}{\partial u}\right| \cdot \left|\frac{\triangle u}{f}\right| \tag{1-25}$$

在一般仪器精度低的粗糙实验中，$\triangle_{仪}$ 在误差中占了主要部分，可以用 $\triangle_{仪}$ 来计算各直接测量的误差范围、并用(1-24)，(1-25)式来估算间接测量量的误差。

2. 标准误差的传递公式

各直接测量值进行多次重复测量，最佳值分别为 $\overline{x}$、$\overline{y}$、$\overline{z}$…$\overline{u}$，它们的标准误差为 S_x、S_y、S_z…S_u。

间接测量量与各直接测量值的函数关系为

$$N = f(x、y、z \cdots u)$$

$$则\ \overline{N} = f(\overline{x}、\overline{y}、\overline{z} \cdots \overline{u})$$

根据(1-22)式，对每次 $\triangle N_i$ 平方后将 n 次测量的 $(\triangle N_i)^2$ 相加经过计算可得：

$$\Sigma(\triangle N_i)^2 = \left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)^2 \Sigma(\triangle x_i)^2 + \cdots \left(\frac{\partial f}{\partial u}\right)^2 \Sigma(\triangle u_i)^2 + 2\left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)\left(\frac{\partial f}{\partial y}\right)\Sigma(\triangle x_i)(\triangle y_i) + \cdots \tag{1-26}$$

由于 $\triangle x_i, \triangle y_i \cdots\cdots \triangle u_i$ 各自独立地时正时负，时大时小，当次数 n 很大时交叉乘积项的