



新体系经济管理系列教材

# 运筹学

YUNCHOUXUE

李成标 刘新卫 主 编

郭睦庚 李诗珍 高映红 周红 副主编

清华大学出版社





新体系经济管理系列教材



# 运筹学

李成标 刘新卫 主 编

郭睦庚 李诗珍 高映红 周红 副主编

清华大学出版社

北 京

## 内 容 简 介

本书主要介绍在解决科学研究、工程技术、管理决策各种实际问题中所使用的运筹学模型、求解方法及应用实例。内容包括:线性规划、对偶理论与灵敏度分析、运输问题、目标规划、整数规划、动态规划、图与网络分析、网络计划技术、存储论等。书中将运筹学理论与数学建模和应用融为一体,并配有大量习题,同时还有与之配套的电子教案以及丰富的网站资料,不仅适用于教学,而且便于读者自学。

本书可作为高等院校经济管理类及工科各专业本科生和研究生的教材,也可作为管理工作、科技人员自学和大学生数学建模竞赛培训的教材。

本书封面贴有清华大学出版社防伪标签,无标签者不得销售。

版权所有,侵权必究。侵权举报电话:010-62782989 13701121933

### 图书在版编目(CIP)数据

运筹学 / 李成标,刘新卫主编. —北京:清华大学出版社,2012

(新体系经济管理系列教材)

ISBN 978-7-302-29527-3

I. ①运… II. ①李… ②刘… III. ①运筹学—高等学校—教材 IV. ①O22

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2012)第 170260 号

责任编辑:徐学军

封面设计:杜 群

责任校对:王凤芝

责任印制:张雪娇

出版发行:清华大学出版社

网 址: <http://www.tup.com.cn>, <http://www.wqbook.com>

地 址:北京清华大学学研大厦 A 座 邮 编:100084

社 总 机:010-62770175 邮 购:010-62786544

投稿与读者服务:010-62776969, [c-service@tup.tsinghua.edu.cn](mailto:c-service@tup.tsinghua.edu.cn)

质 量 反 馈:010-62772015, [zhiliang@tup.tsinghua.edu.cn](mailto:zhiliang@tup.tsinghua.edu.cn)

印 装 者:保定市中国画美凯印刷有限公司

经 销:全国新华书店

开 本:185mm×260mm 印 张:15.25 字 数:345 千字

版 次:2012 年 8 月第 1 版 印 次:2012 年 8 月第 1 次印刷

印 数:1~4000

定 价:29.00 元

---

产品编号:045505-01

# FOREWORD



运筹学是20世纪40年代开始形成的一门应用学科。它广泛应用于工业、农业、交通、运输、国防、通信、政府机关等各个部门、各个领域,主要解决最优生产计划、最优分配、最佳设计、最优决策、最佳管理等最优化问题。掌握优化思想并对遇到的问题进行优化处理,是当今社会各级管理人员应该具备的基本素质。运筹学就是帮助读者学会如何根据实际问题的特点,抽象出不同类型的数学模型,然后选择不同的方法进行计算。运筹学解决实际问题的系统优化思想,以及从提出问题、分析建模、求解到方案实施的一整套严格的科学方法,使得它在培养和提高人才素质方面起到了十分重要的作用。特别是运筹学模型在经济领域的广泛应用,确立了其在现代经济管理中的重要地位,运筹学已成为经济管理类专业及其他相关专业的专业基础课程和主干课程。

本教材是为经济管理类专业及各相关专业对运筹学课程教学的需要而编写的。近几年来,本着拓宽专业口径、加强专业基础知识建设精神,特别强调经济管理过程中信息技术和数学的广泛应用,我们在参考和借鉴国内外大量运筹学优秀教材并融入教学实践经验的基础上,组织编写了本教材。本书介绍了运筹学模型及其方法,培养学生对实际问题的建模能力,并能借助于计算机软件,迅速地进行求解,为管理决策者提供决策依据。本书在比较系统地和深入浅出地介绍运筹学模型基本知识的同时,注重理论与应用相结合。因此,本书注重于模型方法的介绍和实际应用,而不去刻意追求深奥的数学证明,尽量避免复杂的理论证明,力求通俗易懂、简明扼要地讲解运筹学的基本原理、方法思路和算法步骤,并且尽量通过经济活动中的实例引入概念和说明问题,使学生在学学习运筹学模型时能够置身于对有关信息进行处理决策活动之中。

参加本教材编写的人员有李成标教授、刘新卫教授、李诗珍教授、郭睦庚副教授、高映红副教授、周红讲师,全书由李成标教授统稿。

由于作者水平有限,编写时间又较仓促,书中不尽完善甚至错误之处在所难免,殷切期待读者批评指正。

# CONTENTS



|                             |    |
|-----------------------------|----|
| <b>第一章 绪论</b> .....         | 1  |
| 第一节 运筹学的形成与发展 .....         | 1  |
| 第二节 运筹学的概念和特征 .....         | 3  |
| 第三节 运筹学的工作步骤 .....          | 5  |
| 第四节 运筹学的应用 .....            | 6  |
| 第五节 运筹学的主要分支 .....          | 6  |
| 第六节 运筹学的展望 .....            | 8  |
| <b>第二章 线性规划</b> .....       | 10 |
| 第一节 线性规划及其数学模型 .....        | 10 |
| 第二节 线性规划的图解法 .....          | 14 |
| 第三节 线性规划问题解的概念和性质 .....     | 17 |
| 第四节 单纯形法 .....              | 20 |
| 第五节 单纯形法的进一步讨论 .....        | 25 |
| 第六节 线性规划建模举例 .....          | 31 |
| 习题 .....                    | 35 |
| <b>第三章 对偶理论与灵敏度分析</b> ..... | 39 |
| 第一节 线性规划的对偶理论 .....         | 39 |
| 第二节 对偶单纯形法 .....            | 46 |
| 第三节 灵敏度分析 .....             | 53 |
| 习题 .....                    | 61 |
| <b>第四章 运输问题</b> .....       | 65 |
| 第一节 运输问题及其数学模型 .....        | 65 |
| 第二节 产销平衡问题的表上作业法 .....      | 67 |
| 第三节 产销不平衡问题的解法 .....        | 78 |
| 第四节 运输模型的应用 .....           | 80 |
| 习题 .....                    | 86 |

|                           |            |
|---------------------------|------------|
| <b>第五章 目标规划</b> .....     | <b>92</b>  |
| 第一节 目标规划及其数学模型 .....      | 92         |
| 第二节 目标规划的图解法 .....        | 96         |
| 第三节 目标规划的单纯形法 .....       | 98         |
| 习题 .....                  | 101        |
| <b>第六章 整数规划</b> .....     | <b>104</b> |
| 第一节 整数规划及其数学模型 .....      | 104        |
| 第二节 整数规划应用举例 .....        | 104        |
| 第三节 整数规划的求解 .....         | 108        |
| 第四节 0-1 规划的求解 .....       | 115        |
| 第五节 指派问题 .....            | 117        |
| 习题 .....                  | 121        |
| <b>第七章 动态规划</b> .....     | <b>124</b> |
| 第一节 多阶段决策问题及其实例 .....     | 124        |
| 第二节 动态规划的基本概念和基本方程 .....  | 126        |
| 第三节 动态规划的求解形式 .....       | 133        |
| 第四节 动态规划应用举例 .....        | 140        |
| 习题 .....                  | 150        |
| <b>第八章 图与网络分析</b> .....   | <b>153</b> |
| 第一节 图的基本概念 .....          | 153        |
| 第二节 最小树问题 .....           | 156        |
| 第三节 最短路问题 .....           | 159        |
| 第四节 最大流问题 .....           | 166        |
| 第五节 最小费用最大流问题 .....       | 172        |
| 习题 .....                  | 175        |
| <b>第九章 网络计划技术</b> .....   | <b>178</b> |
| 第一节 网络计划图的基本概念及绘图规则 ..... | 179        |
| 第二节 网络计划图的时间参数的计算 .....   | 183        |
| 第三节 网络计划的优化问题 .....       | 187        |
| 习题 .....                  | 191        |
| <b>第十章 存储论</b> .....      | <b>193</b> |
| 第一节 存储论概述 .....           | 193        |

|                      |     |
|----------------------|-----|
|                      | 目录  |
| 第二节 确定性存储模型.....     | 198 |
| 第三节 随机性存储模型.....     | 210 |
| 第四节 某些特殊类型的存储模型..... | 221 |
| 习题.....              | 229 |
| 参考文献 .....           | 232 |

# 第一章

## 绪论

### 第一节 运筹学的形成与发展

朴素的运筹学思想自古有之：敌我双方交战，要克敌制胜就要在了解双方情况的基础上，制订出对付敌人的最优方法。从阿基米得为迦太基人设计的用于粉碎罗马海军攻占西那库斯城的设防方案，到《梦溪笔谈》所记录的军粮供应与用兵进退的关系等事例无不闪耀着运筹帷幄、整体优化的朴素思想。此外，在人类征服自然、改造自然的过程中，也大量运用了运筹的思想和方法，我国古代李冰父子主持修建的由“鱼嘴”岷江分洪工程、“飞沙堰”分洪排沙工程和“宝瓶口”引水工程巧妙结合而成的都江堰水利工程；宋真宗皇宫失火，大臣丁渭提出的一举三得重建皇宫的方案都是很好的例子。

#### 典型案例 1：丁渭修宫

丁渭修宫的故事发生在北宋时代，皇宫因火焚毁，由丁渭主持修复工作。他让人在宫前大街取土烧砖，挖成大沟后灌水成渠，利用水渠运来各种建筑用材料，工程完毕后再以废砖乱瓦等填沟修复大街，做到减少和方便运输，加快了工程进度。

但作为一门学科，运筹学直到 20 世纪才开始出现。第一次世界大战期间，以希尔为首的英国国防部防空试验小组，进行了高射炮系统利用研究，同时英国人莫尔斯利用数学模型，对美国海军横跨大西洋护航队损失情况进行了分析，这是最早关于运筹学的研究，其中比较有名的是 1914 年提出的兰彻斯特战斗方案。这些研究在第二次世界大战中有了深入而全面的发展。英国为解决空袭的早期预警，做好反侵略战争准备，积极进行雷达的研究。但随着雷达性能的改善和配置数量的增多，出现了来自不同雷达站的信息以及雷达站整个防空作战系统的协调配合问题。1938 年 7 月，波得塞雷达站的负责人罗伊提出立即进行整个防空作战系统运行的研究，并用“Operational Research”一词作为这方面研究的描述，这就是 O. R. 这个名词的起源。由于对探测、信息传递、作战指挥、战斗机与防空火力协调等研究获得成功，这大大提高了英国本土的防空能力，不久以后在对抗德国对英伦三岛的狂轰滥炸中，该研究发挥了极大的作用。1939—1940 年，该项研究扩大到海军和陆军，并出现对未来的战斗进行预测，以供决策之用。鉴于其在战争中发挥的重要作用，1940 年 9 月英国成立了由物理学家布莱克特领导的第一个运筹学小组，后来发展到每一个英军指挥部都成立运筹学小组。1942 年美国 and 加拿大也都相继成立运筹学小组，研究并解决战争提出的运筹学课题。这些小组在确定扩建舰队规模、开展反潜艇战的

侦察和组织有效的对敌轰炸等方面,做了大量研究,为取得反法西斯战争的胜利及运筹学有关分支的建立做出了贡献。其中最出色的工作之一是美国协助英国打破了德国对英吉利海峡的海上封锁。研究所提出的两条重要建议是:将反潜攻击由反潜艇投掷水雷改为飞机投掷深水炸弹,起爆深度由 100 m 改为 25 m 左右,即当德方潜艇刚下潜时进行攻击;运送物资的船队及护航舰艇的编队由小规模、多批次改为大规模、少批次,且在受敌机攻击时,采取大船急转向和小船慢转向的逃避方法。结果,德国潜艇被摧毁的数量增加到 400%,运输船只中弹的数量由 47% 下降到 29%。从而打破了德国的封锁,并且重创了德国潜艇部队。第二次世界大战结束时,在英、美及加拿大军队中工作的运筹学工作者已超过了 700 人。

### 典型案例 2: 第二次世界大战空援

英国战斗机中队援法决策是第二次世界大战期间的一个著名战例。当时,第二次世界大战开始不久,德军突破马其诺防线,法军节节败退,英国参与抗德,派遣十几个战斗机中队在法国国土上空与德国空军作战,指挥、维护均在法国进行。由于战斗损失惨重,法国总理要求增援 10 个中队,时任英国首相的丘吉尔准备同意该请求。英国运筹学者的快速研究结果表明:在当时的环境下,当损失率、补充率为现行水平时,只要两周时间,英国的援法战斗机就一架都不存在了。运筹学家以简明的图表、明确的分析结果说服了丘吉尔,最后丘吉尔决定:不再增换新的战斗机中队,还将在法的英国战机大部分撤回本土,并以本土为基地继续抗德,使局面出现了很大改观。

第二次世界大战以后,运筹学的应用由军事扩展到了工业、政府等部门,在理论上也逐步完善了其科学体系。具体地讲,它的发展大致可分为三个阶段。

(1) 1945 年到 20 世纪 50 年代初是运筹学的创建时期。此阶段从事运筹学研究的人数少、范围小,运筹学的出版物、学会等寥寥无几。英国一些战时从事运筹学研究的人积极讨论如何将运筹学方法应用于民用部门,于 1948 年成立“运筹学俱乐部”,在煤炭、电力等部门推广应用运筹学方法取得了一些进展。同年,美国麻省理工学院率先开设了运筹学课程,1950 年英国伯明翰大学正式开设运筹学课程,1952 年美国喀斯工业大学设立了运筹学的硕士和博士学位。1950 年第一本运筹学杂志《运筹学季刊》在英国创刊,1952 年第一个运筹学会美国运筹学会成立,并于同年出版运筹学学报《Journal of OR-SA》。1951 年莫尔斯和金博尔合著的《运筹学方法》一书正式出版,这是第一本以运筹学为名的专著,书中总结了第二次世界大战中运筹学的军事应用,并且给出了运筹学的一个著名的定义:运筹学是为执行部门对它们控制下的“业务”活动采取决策提供定量依据的科学方法。运筹学这门学科基本形成。

(2) 20 世纪 50 年代初期到 50 年代末期是运筹学的成长时期。该阶段的突出特点是计算机技术的迅速发展使得运筹学中一些方法如单纯形法、动态规划方法等,得以用来解决实际管理系统中的优化问题,促进了运筹学的推广应用。20 世纪 50 年代末,美国大约有半数的大公司在自己的经营管理中应用运筹学,如将运筹学应用于制订生产计划、物资储备、资源分配、设备更新等方面的决策。此外,在该阶段出现了更多的刊物和学会。从 1956 年到 1959 年就有法国、印度、日本、荷兰、比利时等 10 个国家成立运筹学会,又有 6 种运筹学刊物问世。1957 年在英国牛津大学召开了第一次国际运筹学会议,以后每三年

举行一次。1959 年成立国际运筹学联合会 (International Federation of Operations Research Societies, IFORS)。

(3) 20 世纪 60 年代以来是运筹学迅速发展和开始普及的时期。此阶段运筹学进一步细分为各个分支,专业学术团体迅速增多,运筹学方面的期刊和书籍大量出版,更多学校将运筹学课程纳入教学计划之中。计算机技术的迅速发展,促使运筹学得以用来研究一些大的复杂系统,如城市交通、环境污染、国民经济计划等。如今,运筹学已广泛应用于人类社会生活的各个方面,诸如军事问题、教育问题、污染问题、交通运输问题、人力资源管理问题等,还被广泛应用于这样一些部门:能源、预测、会计金融、销售、存储、计算机与信息系统、设计、城市服务系统、保健与医疗、电气、加工工业、第三产业等。

在我国 O. R. 的研究与应用起步较晚,20 世纪 50 年代中期才由钱学森和许国志等同志从西方引入。一开始将其直译为“运用研究”或“作业研究”。1957 年,学者们从《史记·高祖本纪》中“运筹帷幄之中,决胜千里之外”这句古语中摘取“运筹”二字,将 O. R. 正式译做运筹学,包含运用筹划、以策略取胜等意义,比较恰当地反映了这门学科的性质和内涵。1956 年,我国第一个运筹学小组在中国科学院力学研究所成立,1958 年建立了运筹学研究室。学者们结合我国的具体情况进行了运筹学的推广应用,特别是投入产出表的研究和应用开展较早,质量控制的应用也很有特色,产生了具有独特风格的“图上作业法”。1958 年在纺织业中用排队论解决了细纱车间的劳动组织和最优折布长度等问题,1962 年管梅谷解决了中国邮路问题。在此期间以华罗庚教授为首的一大批数学家加入到了运筹学的研究队伍中,在全国推广统筹法和优选法,并取得卓著成效,使运筹学的许多分支很快跟上了当时的国际步伐。

1960 年全国的运筹学研究者们在山东济南召开了应用运筹学的经验交流和推广会议,1962 年和 1978 年先后在北京和成都召开了全国运筹学专业学术会议,1980 年 4 月中国运筹学会正式成立,并于 1982 年加入了国际运筹联合会。运筹学的方法在农林、交通运输、建筑、机械、冶金、石油化工、水利、邮电、纺织等部门已开始得到广泛的应用推广。除中国运筹学会外,中国系统工程学会以及与国民经济各部门有关的专业学会,也都把运筹学应用作为重要的研究领域。我国各高等院校也已普遍把运筹学列入各专业的教学计划中。目前,国内运筹学的专门刊物或较多刊登运筹学理论和应用的刊物主要有:《运筹学学报》、《运筹与管理》、《系统工程学报》、《系统工程理论与实践》、《系统工程理论方法应用》、《数量经济技术经济研究、预测》、《系统工程》、《系统科学与数学》等。

## 第二节 运筹学的概念和特征

### 一、运筹学的概念

对于运筹学,目前尚没有一个统一的确切的定义。许多学者对运筹学都提出了自己的释义。这里仅举出一些重要释义。①英国运筹学会释义“运筹学是运用科学方法来决策工业、商业、政府、国防等部门里有关人力、机器、物资、金钱等大型系统的指挥或管理中出现的复杂问题的一门科学”。②《大英百科全书》释义“运筹学是一门应用于管理有组织

系统的科学”，“运筹学为掌管这类系统的人提供决策目标和数量分析的工具”。③《辞海》(1979年版)释义运筹学是“20世纪40年代开始形成的一门学科，主要研究经济活动与军事活动中能用数量来表达有关运用、筹划与管理方面的问题，它根据问题的要求，通过数学分析与运算，做出综合性的合理安排，以达到较经济较有效地使用人力、物力”。④《中国企业管理百科全书》(1984年版)释义运筹学“应用分析、试验、量化的方法，对经济管理系统中人、财、物等有限资源进行统筹安排，为决策者提供有依据的最优方案，以实现最有效的管理”。⑤《中国大百科全书》(1991年版)释义运筹学“用数学方法研究经济、民政和国防等部门在内外环境的约束条件下合理分配人力、物力、财力等资源，使实际系统有效运行的技术科学，它可以用来预测发展趋势，制定行动规划或优选可行方案”。⑥《运筹学基础手册》(科学出版社2000年版)释义运筹学是从20世纪三四十年代发展起来的一门新兴学科。这门学科的研究对象是人类对各种资源的运用及筹划活动，其研究目的在于了解和发现这种运用及筹划活动的基本规律，以便发挥有限资源的最大效益，来达到总体、全局最优的目标。这里所说的“资源”是广义的，既包括物质材料，也包括人力配备；既包括技术装备，也包括社会结构。⑦近代一些运筹学工作者释义运筹学是应用系统的、科学的、数学分析的方法，通过建模、检验和求解数学模型而获得最优决策的科学。从上述释义中不难看出，关于运筹学概念的基本共识表现在以下方面：①它是为有组织系统的管理者服务的；②它是管理者解决组织系统管理中复杂问题的科学优选方法；③它是利用数学模型技术，根据决策者的决策目标，对基于内外环境约束的组织系统资源进行优化配置，为决策者提供以数量化为基础的最优方案，以实现最有效的管理；④它是一门实用性很强的应用学科。

## 二、运筹学的特征

作为一门定量优化决策科学，运筹学利用了现代数学、计算机科学以及其他科学的最新成果来研究人类从事各种活动中处理事务的数量化规律，使有限的人、财、物、时空、信息等资源得到充分和合理的利用，以期获得尽可能满意的经济和社会效果。就其理论和应用意义来归纳，运筹学具有以下的基本特征。

### 1. 科学性

运筹学的研究是建立在科学的基础之上的。运筹学研究的科学性表现在两个方面：首先，它是在科学方法论的指导下通过一系列规范化步骤进行的；其次，它是广泛利用多种学科的科学知识进行的研究。运筹学的研究不仅仅涉及数学，还涉及经济科学、系统科学、工程物理科学等其他学科。

### 2. 实践性

运筹学是一门实践的科学，它完全是面向应用的。离开了实践，运筹学就失去了存在的意义。运筹学以实际问题为分析对象，通过鉴别问题的性质、系统的目标以及系统内主要变量之间的关系，利用数学方法达到对系统进行优化的目的。更为重要的是分析获得的结果要能被实践检验，并被用来指导实际系统的运行。

### 3. 系统性

运筹学用系统的观点来分析一个组织（或系统），它着眼于整个系统而不是一个局

部,要把有关的各种主要因素和条件,从相互联系中尽量全面地去考察问题,强调总效果,而不是某个方面的局部“最优”。

#### 4. 综合性

用运筹学方法解决实际问题时,除了要熟悉与研究对象有关的科学知识之外,还要运用适宜的数学方法和计算机技术,有时还可能需与经济学、社会学和有关技术科学的知识相交叉,才能建立起适宜的模型,使问题得以很好地解决。为了在组织上得到保证,常常需要建立包括有关学科成员在内的组织机构,以利于实施。

### 第三节 运筹学的工作步骤

运用运筹学方法分析和解决实际问题,作为一个过程,实际上是一个科学决策的过程,这个过程的核心是建立运筹学模型和对模型进行分析、求解。正确地进行这个过程一般要经过如下工作步骤。

#### 1. 明确问题

通过调查和分析,将所要解决的问题弄清楚,包括问题所在、要求目标、限制条件、假设前提、可能的各种决策方案等,在此基础上把问题明确地表现出来。

#### 2. 建立模型

即把问题中可控变量、参数和目标与约束之间的关系用一定的模型表示出来。模型是客观事物的一种映像,它既要反映实际,又要进行抽象而“高于”实际。建立模型是一种创造性活动,是非常重要的一步工作。本教材介绍了一些基本模型,可供建模时使用和参考。但很多实际系统往往复杂得多,难以套用现成的模型,因而建模时必须结合实际情况进行认真的分析。

#### 3. 模型求解

用各种手段(主要是数学方法,也可用其他的方法)对模型求解,解可以是最优解、次优解、满意解。复杂模型的求解需用计算机,解的精度要求可由决策者提出。

#### 4. 解的检验

解的检验即检查求解过程有无错误,结果是否与现实一致。如出现问题,要分析问题所在,必要时修改模型或解法。

#### 5. 解的控制

解的控制即通过控制解的变化过程,决定对解是否要做一定的改变。

#### 6. 解的实施

解的实施即对实际问题来说,求出的解往往就是某种决策方案,要考虑具体实施中可能遇到的问题以及实施中需要的修改。

上述过程有时需要反复进行。

马克思曾经说过:“一门科学只有成功地应用数学时,才算达到了完善的地步。”随着科学技术的进步,特别是计算机技术的发展,数学已迅速渗透到了各门学科之中。管理科学的发展中,同样感受到应用数学的重要性。然而,运筹学作为经济、管理同数学密切结合的一门学科,它的诞生还只有五十多年,尚属一门年轻的学科,现有的分支、理论和方法

还远远满足不了描述复杂的管理运动过程和规律的需要。可以预期,管理科学的发展必将为运筹学的进一步发展开辟更加广阔的领域,而运筹学的发展必将进一步研究和解决管理学中越来越多的问题。

## 第四节 运筹学的应用

在介绍运筹学的简史时,我们发现运筹学早期的研究和应用主要集中在军事领域。第二次世界大战后运筹学的应用才开始转向民用,在社会经济、工农业生产等方面得到了长足的发展。下面是运筹学在经济管理中某些重要领域的应用。

(1) 生产计划。使用运筹学方法从总体上确定最优的生产、存储和劳动力安排计划,以谋求最大的利润或最小的成本,主要用线性规划、整数规划方法来解决此类问题。此外,运筹学还可以应用在生产作业计划、日程表的编排、合理下料、配料问题及物资管理等方面。

(2) 存储管理。存储论应用于多种物资库存的管理,确定某些设备的合理能力或容量及适当的库存方式和库存量。

(3) 运输问题。用运筹学中有关运输问题的方法,可以确定最小成本的运输路线、物资的调拨、运输工具的调度及建厂地址的选择等。

(4) 人力资源管理。可以用运筹学方法对人员的需求和获得情况进行预测;确定合适的人员编制;用指派问题对人员合理分配;用层次分析法来确定人才评价体系等。

(5) 市场营销。运筹学方法可用于广告预算和媒介的选择、竞争性的定价、新产品的开发、销售计划的制订等方面。

(6) 财务和会计。涉及预测、贷款、成本分析、定价、证券分析与管理、现金管理,使用较多的运筹学方法是:统计分析、数学规划与控制决策分析。

(7) 网络流控制问题。用运筹学的网络流规划问题,解决网络系统中各流量的分配、控制、获得网络最佳设计和优化控制。

(8) 设备维修、更新和可靠性、项目选择和评价。

(9) 工程的优化设计。在建筑、电子、光学、机械和化工等领域有广泛的应用。

(10) 控制和管理。涉及路网运输的管理、控制和分配与分布,包括如何有效地疏散和集中人流、有效地调度运输工具、有效地利用时间等。

(11) 计算机和信息系统。运筹学用于计算机的内存分配,研究不同排队规则对计算机工作性能的影响。

(12) 城市管理。对各种紧急服务系统的设计和运用。如救火站、救护车分布点的设立。此外,还有城市垃圾的清扫、搬运和处理,城市供水和污水处理系统的设计等。

## 第五节 运筹学的主要分支

运筹学发展到今天,内容已相当丰富,分支也很多,可以根据所解决问题的主要特征将其分为两大类:确定型模型和概率型模型。确定型模型主要包括:线性规划、整数规

划、目标规划、非线性规划、动态规则、图与网络；概率型模型主要包括：决策论、对策论、排队论、存储论、维修更新理论、搜索论、可靠性和质量管理等。这些不同类型的数学模型构成了运筹学的各个分支。主要的分支有以下几种。

### 1. 线性规划(Linear Programming)

经营管理中如何有效地利用现有人力、物力完成更多的任务,或在预定的任务目标下,如何耗用最少的人力、物力去实现目标。这类统筹规划的问题用数学语言表达,先根据问题要达到的目标选取适当的变量,问题的目标通过用变量的函数形式表示(称为目标函数),对问题的限制条件用有关变量的等式或不等式表达(称为约束条件)。当变量连续取值,且目标函数和约束条件均为线性时,称这类模型为线性规划的模型。有关对线性规划问题建模、求解和应用的研究构成了运筹学中的线性规划分支。线性规划建模相对简单,有通用算法和计算机软件,是运筹学中应用最为广泛的一个分支。用线性规划求解的典型问题有运输问题、生产计划问题、下料问题、混合配料问题等。有些规划问题的目标函数是非线性的,但往往可以采用分段线性化等方法,转化为线性规划问题。

### 2. 非线性规划(Nonlinear Programming)

如线性规划模型中目标函数或约束条件不全是线性的,对这类模型的研究构成非线性规划分支。由于大多数工程物理量的表达式是非线性的,因此非线性规划在各类工程的优化设计中得到较多应用,它是优化设计的有力工具。

### 3. 动态规划(Dynamic Programming)

动态规划是研究多阶段决策过程最优化的运筹学分支。有些经营管理活动由一系列相互关联的阶段组成,在每个阶段依次进行决策,而且上一阶段的输出状态就是下一阶段的输入状态,各阶段决策之间互相关联,因而构成一个多阶段的决策过程。动态规划研究多阶段决策过程的总体优化,即从系统总体出发,要求各阶段决策所构成的决策序列使目标函数值达到最优。

### 4. 图论与网络分析(Graph Theory and Network Analysis)

生产管理中经常遇到工序间的合理衔接搭配问题,设计中经常遇到研究各种管道、线路的通过能力,以及仓库、附属设施的布局等问题。运筹学中把一些研究的对象用节点表示,对象之间的联系用连线(边)表示,用点、边的集合构成图。图论是研究由节点和边所组成图形的数学理论和方法。图是网络分析的基础,根据研究的具体网络对象(如铁路网、电力网、通信网等),赋予图中各边某个具体的参数,如时间、流量、费用、距离等,规定图中各节点代表具体网络中任何一种流动的起点、中转点或终点,然后利用图论方法来研究各类网络结构和流量的优化分析。网络分析还包括利用网络图形来描述一项工程中各项作业的进度和结构关系,以便对工程进度进行优化控制。

### 5. 存储论(Inventory Theory)

一种研究最优存储策略的理论和方法。如为了保证企业生产的正常进行,需要有一定数量原材料和零部件的贮备,以调节供需之间的不平衡。实际问题中,需求量可以是常数,也可以是服从某一分布的随机变量。每次订货需一定费用,提出订货后,货物可以一次到达,也可能分批到达。从提出订货到货物的到达可能是即时的,也可能需要一个周期(订货提前期)。某些情况下允许缺货,有些情况不允许缺货。存储策略研究在不同需

求、供货及到达方式等情况下,确定在什么时间点及一次提出多大批量的订货,使用于订购、贮存和可能发生短缺的费用的总和为最少。

#### 6. 排队论(Queueing Theory)

生产和生活中存在大量有形和无形的拥挤和排队现象。排队系统由服务机构(服务员)及被服务的对象(顾客)组成。一般顾客的到达及服务员用于对每名顾客的服务时间是随机的,服务员可以是一个或多个,多个情况下又分平行或串联排列。排队按一定规则进行,如分为等待制、损失制、混合制等。排队论研究顾客不同输入、各类服务时间的分布、不同服务员数及不同排队规则情况下,排队系统的工作性能和状态,为设计新的排队系统及改进现有系统的性能提供数量依据。

#### 7. 对策论(Game Theory)

对策论用于研究具有对抗局势的模型。在这类模型中,参与对抗的各方称为局中人,每个局中人均有一组策略可供选择,当各局中人分别采取不同策略时,对应一个收益或需要支付的函数。在社会、经济、管理等与人类活动有关的系统中,各局中人都按各自的利益和知识进行对策,每个人都力求扩大自己的利益,但又无法精确预测其他局中人的行为,无法取得必要的信息,他们之间还可能玩弄花招,制造假象。对策论为局中人在这种高度不确定和充满竞争的环境中,提供一套完整的、定量化和程序化的选择策略的理论和方法。对策论已应用于商品、消费者、生产者之间的供求平衡分析,利益集团间的协商和谈判,以及军事上各种作战模型的研究等。

#### 8. 决策论(Decision Theory)

决策是指为最优地达到目标,依据一定准则,对若干备选行动的方案进行的抉择。随着科学技术的发展,生产规模和人类社会活动的扩大,要求用科学的决策替代经验决策。即实行科学的决策程序,采用科学的决策技术和具有科学的思维方法。决策过程一般是指:形成决策问题,包括提出方案,确定目标及效果的度量;确定各方案对应的结局及出现的概率;确定决策者对不同结局的效用值;综合评价,决定方案的取舍。决策论是对整个决策过程中涉及方案目标选取、度量、概率值确定、效用值计算,一直到最优方案和策略选取的有关科学理论。

## 第六节 运筹学的展望

在信息和数字化时代,运筹学的发展面临着新的挑战。首先要清醒地认识到过去与现在研究前提的不同。O. R. 传统的研究前提是:现实世界是系统化、结构化的,因而生成了传统的 O. R. 各分支;环境是稳定的,因果关系是确定的;环境是合作的。O. R. 新的研究前提是:现实世界错综复杂,整体状态不是所有局部问题的简单总和;环境是变化的、冲突的,存在众多不确定性,不可能全面预知;特定的思考与分析过程以及恰当的方法可以不断修正认识,从而逐步趋向适应。因此,为适应环境与面对的复杂问题,O. R. 模型应注意注入及强化其柔性,即接纳人文因素,逐步接近问题的实质;方法论上注意交互式过程;追求目标从传统意义下的最优解改变为可接受的满意解。

其次,要确立根本理念与正确的方向,这就是理念更新、实践为本和多学科交融。理

念更新中特别强调柔性。因为柔性将显示出生机与活力,包括:让决策者更多地参与,并在模型中实现;以恰当的方式涵盖必要的非结构化因素:最优解的度量由纯客观指标转向允许某些主观判断——用满意解适当取代最优解;运行方式由纯程序化求解转为适当的人机交互式。

实践为本指的是:在实践中发现新问题,推动新理论和新算法的研究成为 O. R. 研究的主流;以问题驱动为主,学科驱动为辅,互相支持,相辅相成。

多学科交融中要特别注意运筹学与系统理论、系统分析与系统工程、计算机科学与信息系统、物流与设施规划、人工神经网络、混沌理论等学科的交融。

展望未来,运筹学的发展充满希望。人们关注着在“数字地球”的关键技术中寻求 O. R. 的切入点(大规模科学计算、海量存储、高精度卫星图像、宽带网);关注着运筹学在复杂系统与计算机模拟中的应用和生物信息学中的 O. R. 方法——将动态规划方法引入生物分子序列比较,预测外显子和内含子,寻找基因、启动子和序列对齐等隐藏统计规律的隐马氏过程方法以及 DNA 分子生物计算机的研制;关注着经济博弈论与宏观金融博弈分析、供应链管理、现代优化算法(禁忌搜索、模拟退火、遗传算法、人工神经网络)、模糊 O. R. 与随机 O. R. 的进展;关注着现代军事运筹学包括红蓝军对抗的平时训练、计算机模拟军事演习和现代战争中的电子对抗的研究成果,期待着运筹学在我国现代化建设中发挥出更加积极的作用。

## 第二章

## 线性规划

运筹学的一大分支是数学规划。而线性规划又是数学规划的重要组成部分。线性规划(Linear Programming, LP)也是运筹学最基本的内容。相对于其他运筹学分支,线性规划理论完善、方法简单、应用广泛,是任何运筹学分支首先要阐明的基本知识。

早在 19 世纪法国数学家傅立叶关于线性不等式的研究表明,他对线性规划已有所了解,还提出了单纯形法求解线性逼近中的线性规划。20 世纪 30 年代末,苏联数学家康托洛维奇开始研究生产组织中的线性规划问题,并写出了线性规划应用于工业生产问题的经典著作《生产组织与计划中的数学方法》。1947 年美国数学家丹奇格提出了单纯形(Simplex)方法及有关理论,为线性规划奠定了理论基础。20 世纪 50 年代,线性规划成为经济学家分析经济问题的重要工具。随着计算机的迅猛发展,线性规划现被广泛应用于工业、农业、商业等各个领域。

### 第一节 线性规划及其数学模型

人们在生产和经营活动中,常常会遇到如何运用现有资源如人力、资金、原材料等,安排生产和经营活动,使产值最大或利润最高的问题;或者,对于给定的任务,如何统筹安排,以使用最少的资源消耗去完成的问题。对于这种在生产、经营活动中从计划与组织角度提出的最大或最小目标问题的研究,这类现实中的优化问题,都可以用线性规划的数学模型来描述。

#### 一、问题的提出

**例 2-1** 某企业计划生产 A、B 两种产品。这两种产品都要分别在 I, II, III, IV 4 个不同的设备上加工。按工艺资料规定,生产每件产品 A 需占用各设备分别为 4 小时、2 小时、8 小时、0 小时,生产每件产品 B 需占用各设备分别为 4 小时、4 小时、0 小时、8 小时。已知各设备计划期内用于生产两种产品的能力分别为 24 小时、16 小时、32 小时、24 小时,又知每生产一件产品 I 企业能获得 4 元利润,每生产一件产品 II 企业能获得 8 元利润,如表 2-1 所示。问该企业应如何安排生产,才能使总的利润最大?