

惯性器件与惯性导航系统

邓志红 付梦印 张继伟 肖烜 编



科学出版社

惯性器件与惯性 导航系统

邓志红 付梦印 张继伟 肖 烜 编

科学出版社

北 京

内 容 简 介

惯性器件(陀螺仪和加速度计)是各类惯性导航系统的核心部件。本书以惯性器件及其系统技术发展为主线,系统介绍惯性技术理论基础、经典陀螺仪结构及工作原理、光学陀螺仪结构及工作原理、振动陀螺仪结构及工作原理、加速度计、平台式惯性导航系统、捷联式惯性导航系统、惯性测试技术、组合导航技术等内容。本书不但注重已有原理的阐述,而且注重前沿性,如加入原子陀螺仪、旋转捷联式惯性导航系统技术以及海洋地球物理辅助导航技术等,使读者在掌握基本原理的同时也能把握学科方向的发展前沿。

本书可作为高年级本科生的专业基础课教材,也可作为研究生和专业人员进行科学研究的参考书。

图书在版编目(CIP)数据

惯性器件与惯性导航系统/邓志红等编. —北京:科学出版社,2012. 6
ISBN 978-7-03-034646-9

I. ①惯… II. ①邓… III. ①惯性元件-高等学校-教材 ②惯性导航系统-高等学校-教材 IV. TN96

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2012)第 118225 号

责任编辑:张艳芬 潘继敏 / 责任校对:包志虹
责任印制:张 倩 / 封面设计:耕者设计工作室

科学出版社出版

北京东黄城根北街 16 号

邮政编码: 100717

<http://www.sciencep.com>

新科印刷有限公司印刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

*

2012 年 6 月第 一 版 开本: B5(720×1000)

2012 年 6 月第一次印刷 印张: 20 3/4

字数: 403 000

定价: 55.00 元

(如有印装质量问题,我社负责调换)

前 言

随着科学技术的发展,惯性技术作为一门多学科交叉、理论和实践紧密结合的技术,在陆、海、空、天各个领域的应用越来越广泛,同时获得长足发展。惯性器件与惯性导航作为惯性技术的两个核心技术,其原理、技术和方法的发展和完善对促进惯性技术的发展至关重要。

本书以惯性器件与惯性导航系统技术发展为主线,共 8 章。第 1 章介绍惯性器件与惯性导航系统涉及的基础知识,第 2 章介绍机械转子式陀螺仪,第 3 章介绍基于 Sagnac 效应工作的光学陀螺仪与原子陀螺仪,第 4 章介绍振动陀螺仪与各类加速度计,第 5 章介绍平台式惯性导航系统,第 6 章介绍捷联式惯性导航系统,包括陀螺寻北仪工作原理,第 7 章介绍惯性测试技术,第 8 章介绍组合导航技术。

本书面向仪器科学与技术,自动化,导航,制导与控制、探测等专业的本科生、研究生以及刚刚走上工作岗位的青年科技工作者,为惯性技术领域的创新发展提供特色突出、内容丰富的高质量学习资源。各章节之间既相互联系,又相对独立,读者可以选择学习。

哈尔滨工程大学张树侠教授仔细审阅了本书,提出了许多宝贵意见,并提供了大量参考资料,在此谨致深切谢意!同时,向本书参考文献的作者表示感谢!课题组研究生孙牧和韩雨蓉对书中插图进行了编辑和绘制工作,在此对他们的辛勤工作表示感谢!

限于作者的水平,书中难免存在疏漏之处,恳请读者批评指正。

作 者

2012 年 2 月

目 录

前言	
第 1 章 基础知识	1
1.1 基本概念	1
1.1.1 惯性导航的基本原理	1
1.1.2 惯性导航系统的组成及分类	2
1.2 地球参考椭球和重力场	4
1.2.1 地球的形状	4
1.2.2 参考旋转椭球体的曲率半径	6
1.2.3 地球重力场特性	8
1.2.4 垂线与纬度	9
1.2.5 地球运动和时间的定义	10
1.3 参考坐标系的建立	11
1.3.1 确定地球相对惯性空间运动的坐标系	11
1.3.2 确定运载体相对地球表面位置的坐标系	13
1.3.3 运载体和导航仪表坐标系	14
1.4 坐标变换及姿态矩阵描述	16
1.4.1 方向余弦矩阵表示的坐标变换	16
1.4.2 四元数表示的坐标变换	23
思考题	29
第 2 章 机械转子式陀螺仪	30
2.1 机械转子式陀螺仪力学基础	30
2.1.1 牛顿定律	30
2.1.2 哥氏定理	30
2.1.3 刚体的定点转动	34
2.2 机械转子式陀螺仪工作原理	41
2.2.1 机械转子式陀螺仪的物理模型	41
2.2.2 双自由度陀螺仪	43
2.2.3 单自由度陀螺仪	51
2.2.4 性能指标与误差模型	54
2.3 典型的机械转子式陀螺仪	56

2.3.1	液浮陀螺仪	56
2.3.2	挠性陀螺仪	58
2.3.3	静电陀螺仪	59
	思考题	61
第3章	光学陀螺仪与原子陀螺仪	62
3.1	光学陀螺仪基础	63
3.1.1	光的干涉	63
3.1.2	氦-氖激光器	64
3.1.3	Sagnac 效应	65
3.2	激光陀螺仪	67
3.2.1	基本结构原理和分类	68
3.2.2	激光陀螺仪输出误差特性分析	71
3.2.3	自锁效应的克服	74
3.3	光纤陀螺仪	77
3.3.1	光路的互易性	77
3.3.2	光纤陀螺仪的功能元件	78
3.3.3	光纤陀螺仪分类及特点	81
3.3.4	噪声因素及抑制措施	84
3.4	MOEMS 陀螺仪	86
3.4.1	集成光学陀螺仪	86
3.4.2	光子晶体光纤陀螺仪	87
3.5	原子陀螺仪	88
3.5.1	原子陀螺仪的基本结构	89
3.5.2	原子陀螺仪的工作原理	90
	思考题	92
第4章	振动陀螺仪与加速度计	93
4.1	振动陀螺仪基础	93
4.1.1	哥氏加速度与哥氏效应	93
4.1.2	振动陀螺仪原理	94
4.1.3	振动陀螺仪的典型结构	99
4.2	半球谐振陀螺仪	100
4.2.1	半球谐振陀螺仪的结构	100
4.2.2	半球谐振陀螺仪的工作原理	102
4.2.3	半球谐振陀螺仪的信号检测	104
4.3	音叉振动陀螺仪	107

4.3.1	音叉振动陀螺仪的结构	107
4.3.2	音叉振动陀螺仪的工作原理	108
4.4	微机电陀螺仪	111
4.4.1	微机电陀螺仪概述	111
4.4.2	微机电陀螺仪结构及工作原理	112
4.4.3	微机电陀螺仪的微弱信号检测	115
4.5	压电振动陀螺仪	117
4.6	加速度计	119
4.6.1	比力与比力测量	119
4.6.2	摆式加速度计	121
4.6.3	石英振梁式加速度计	126
4.6.4	硅微加速度计	128
	思考题	131
第5章	平台式惯性导航系统	132
5.1	平台式惯性导航系统概述	132
5.2	陀螺稳定平台	134
5.2.1	单轴积分陀螺稳定平台	135
5.2.2	三轴陀螺稳定平台	142
5.3	指北方位惯性导航系统基本工作原理	143
5.3.1	比力方程	144
5.3.2	指北方位惯性导航系统的定位原理	145
5.3.3	平台的稳定及修正	149
5.3.4	指北方位惯性导航系统的控制方程	156
5.3.5	指北方位惯性导航系统的高度通道问题	156
5.4	自由方位与游动方位惯性导航系统的力学编排方程	158
5.4.1	自由方位惯性导航系统的特点分析	159
5.4.2	自由方位惯性导航系统的力学编排	160
5.4.3	游动方位惯性导航系统的力学编排	167
5.5	平台式惯性导航系统误差分析	169
5.5.1	基本方程与误差方程	169
5.5.2	误差分析	178
5.6	平台式惯性导航系统的初始对准	187
5.6.1	初始对准概述	187
5.6.2	水平对准	188
5.6.3	方位对准	193

思考题.....	199
第 6 章 捷联式惯性导航系统	200
6.1 捷联式惯性导航系统概述	200
6.1.1 捷联式惯性导航系统的特点	200
6.1.2 捷联算法	202
6.2 捷联式惯性导航系统的姿态矩阵计算	204
6.2.1 姿态矩阵微分方程描述	204
6.2.2 姿态矩阵的实时计算	209
6.2.3 等效旋转矢量算法	220
6.2.4 各种姿态算法的比较	224
6.3 捷联式惯性导航系统的速度与位置计算	225
6.3.1 速度计算	225
6.3.2 位置计算	230
6.4 捷联式惯性导航系统的初始对准	237
6.4.1 捷联式惯性导航系统的误差模型	237
6.4.2 捷联式惯性导航系统的自对准	241
6.4.3 捷联式惯性导航系统的传递对准	247
6.5 旋转捷联式惯性导航系统	257
6.5.1 旋转调制补偿机理	257
6.5.2 旋转捷联式惯性导航系统的关键技术	260
6.6 陀螺寻北仪	261
6.6.1 陀螺寻北仪工作原理	261
6.6.2 陀螺寻北仪数学模型	263
思考题.....	265
第 7 章 惯性测试技术	266
7.1 惯性测试技术概述	266
7.2 标定方法	268
7.2.1 分立标定法	268
7.2.2 系统级标定法	274
7.3 惯性测试设备	286
7.3.1 精度测试设备	286
7.3.2 环境试验设备	289
思考题.....	290
第 8 章 组合导航技术	291
8.1 常见导航系统基本定位原理	291

8.1.1 卫星导航	291
8.1.2 天文导航	293
8.1.3 地形辅助导航	294
8.1.4 无线电导航	296
8.2 海洋地球物理辅助导航	298
8.2.1 海洋重力辅助导航	299
8.2.2 地磁辅助导航	301
8.2.3 海深和海底地形辅助导航	304
8.2.4 制图和同步定位技术	304
8.3 组合导航系统设计	306
8.3.1 组合导航系统的组合工作模式	306
8.3.2 组合导航系统的滤波设计	308
8.3.3 多传感器信息融合	312
思考题	317
参考文献	318

第1章 基础知识

1.1 基本概念

1.1.1 惯性导航的基本原理

通常说的惯性技术,是惯性器件、惯性测量、惯性导航、惯性制导和惯性稳定等技术的统称。惯性技术既是一门学科,也是一门工程技术,在陆、海、空、天各个领域有着广泛应用。惯性器件(陀螺仪和加速度计)、惯性仪表、惯性导航系统都是以牛顿力学定律为基础的。

惯性导航系统通过加速度计实时测量载体运动的加速度,经积分运算得到载体的实时速度和位置信息。图 1.1 是一个地球表面运动载体的惯性导航系统原理图。假设在载体内部有一个导航平台(物理平台或数学平台),取 Ox_y 为导航坐标系,将两个加速度计 A_x 、 A_y 的测量轴分别稳定在 Ox 轴和 Oy 轴方向上,分别测量沿两个轴向的加速度 a_x 和 a_y ,则载体运动的速度和位置分量可分别计算如下:

$$v_x = v_{x0} + \int_0^t a_x dt \quad (1.1a)$$

$$v_y = v_{y0} + \int_0^t a_y dt \quad (1.1b)$$

$$x = x_0 + \int_0^t v_x dt \quad (1.1c)$$

$$y = y_0 + \int_0^t v_y dt \quad (1.1d)$$

式中 v_{x0} 、 v_{y0} 和 x_0 、 y_0 分别为载体的初始速度和初始位置。

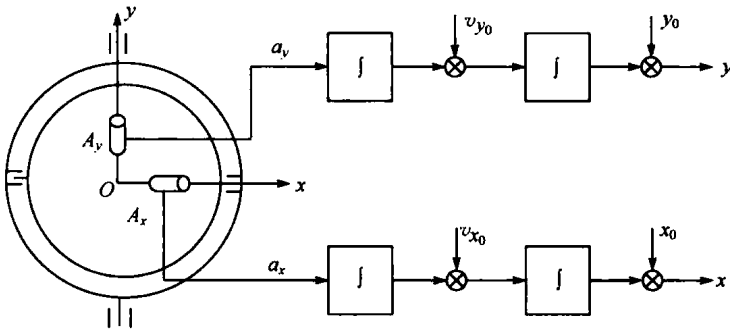


图 1.1 二维平面上惯性导航系统原理框图

在实际的导航系统中,也可以采用地理经度 λ 和纬度 φ 来表示位置信息,如果 Ox 和 Oy 轴分别指示北向和东向,则用经纬度表示的载体位置为

$$\varphi = \varphi_0 + \int_0^t \frac{v_x}{R} dt \tag{1.2a}$$

$$\lambda = \lambda_0 + \int_0^t \frac{v_y}{R} \sec\varphi dt \tag{1.2b}$$

式中, R 为地球半径; λ_0 、 φ_0 分别为载体的初始经度和初始纬度。

从原理上看,加速度计测量的是其敏感轴向上的比力,如何在运载体运动(平动、转动)过程中,保证加速度计的输出是沿导航坐标系的矢量,这是实现准确导航定位的基础。要满足这一条件有两种途径:第一种途径是利用陀螺稳定平台建立一个相对某一空间基准的三维空间导航坐标系,以解决加速度计输出信号测量基准的问题,即采用陀螺稳定平台来始终跟踪所需要的导航坐标系,陀螺稳定平台由陀螺仪来控制,加速度计安装在陀螺稳定平台上;第二种途径是通过不同坐标系之间的变换,解决加速度计输出的指向问题,即将加速度计和陀螺仪都直接固联安装在运载载体上,陀螺仪的输出角速度信息用来解算运载体相对导航坐标系的姿态变换矩阵,经姿态变换矩阵将加速度计的输出变换至导航坐标系,相当于建立了一个数学平台。因此,惯性导航系统是以陀螺仪和加速度计为敏感元件,根据陀螺仪的输出建立导航坐标系,根据加速度计的输出并结合初始运动状态,推算出运载载体的瞬时速度和瞬时位置等导航参数的解算系统,其原理示意图如图 1.2 所示。

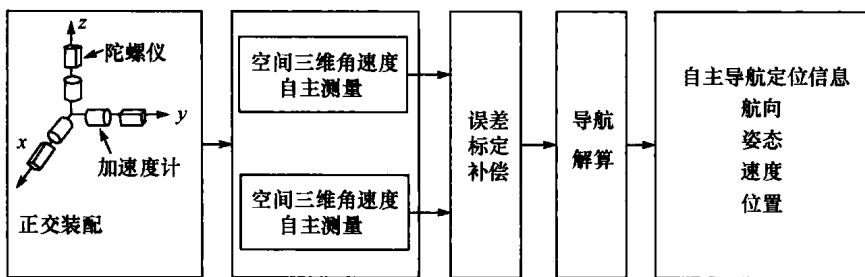


图 1.2 惯性导航系统原理示意图

1.1.2 惯性导航系统的组成及分类

惯性导航系统一般由惯性传感器模块、导航解算模块、电路系统、电源模块、滤波模块和外壳等部分组成,如图 1.3(a)所示为基本惯性导航系统的外形图,图 1.3(b)为其内部结构示意图。其中,惯性传感器模块是惯性导航系统的核心,一般由三个陀螺仪和加速度计通过正交装配构成。

根据构建导航坐标系方法和途径的不同,可将惯性导航系统分为两种类型:采用物理平台模拟导航坐标系的系统称为平台式惯性导航系统;采用数学算法确定

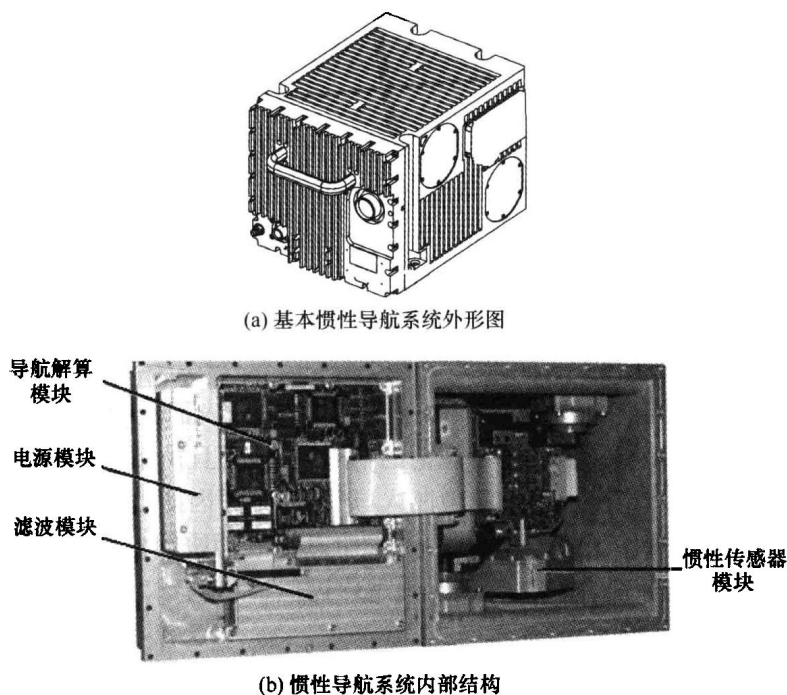


图 1.3 惯性导航系统组成结构示意图

导航坐标系的系统称为捷联式惯性导航系统。平台式惯性导航系统是用物理平台直接模拟导航坐标系,导航计算比较简单。陀螺稳定平台能够隔离载体的角运动,给惯性器件提供较好的工作环境,系统的精度较高,但是物理平台本身结构复杂、体积大、制造成本高。捷联式惯性导航系统由于没有实体物理平台,结构简单、体积小、维护方便,但惯性器件直接安装在运载体上,工作环境恶劣,对惯性器件的环境适应性要求很高。同时,由于加速度计输出的加速度分量是沿载体坐标系轴向的,需经计算转换到某种导航坐标系中去,计算量大。

惯性导航完全不依赖于外部的声、光、电、磁等传播信号,可以实时、高精度地输出所需要全部导航参数信息,自主地进行定位、导航,不受地域的限制,不受自然环境和人为干扰的影响,隐蔽性好,不论外太空、空间、地面、地下、水面及水下都能全天候地可靠工作,这是其他导航技术,如天文导航、无线电导航与定位、卫星导航等无法实现的。这些独特的优点使其成为国防、航天、航空、船舶与海洋、陆地交通等领域十分重要、不可替代的导航手段。本书主要介绍惯性器件的基本原理和惯性导航原理。

1.2 地球参考椭球和重力场

导航的任务就是确定运载体相对参照体的位置、航向及姿态。在地球上对运载体进行导航,其参照体就是地球,而星际导航则以宇宙空间的天体作为参照体。由于本书所讨论的导航都是以地球作为参照体的,因此下面介绍一些与地球有关的知识。

1.2.1 地球的形状

地球不是一个规则的球体,地球内部是熔岩,地球表面上有山脉河流、陆地海洋,形成了高低起伏、形状复杂的不规则的物理实体,而且由于自转的影响,地球呈扁圆状,沿赤道的方向突出,南极稍微凹入,形状似梨。因此,地球表面是一个不规则的曲面,在实际导航问题中不能够按照这个真实表面来确定地球的形状和建立模型,通常采用以下三种几何模型来对地球作近似描述。

1) 大地水准体

该模型在确定地球形状时,采用海平面作为基准,把“平静”的海平面延伸到全部陆地所形成的表面称为“大地水准面”,它所包围的几何体称为“大地体”或“地球体”。大地体的表面是地球重力场的一个等位面,也可认为地球体的法线方向和重力方向一致。通常所说的海拔高度就是相对大地水准面的。

2) 圆球

该模型把地球视为一个圆球体,球心位于地心,半径采用 1964 年国际天文学会通过的数据,即 $R=6371.02 \pm 0.05\text{km}$,满足

$$x^2 + y^2 + z^2 = R^2 \quad (1.3)$$

这种把地球视为圆球体的近似称为第一近似,在精度要求不高的场合可用于近似分析。

3) 参考旋转椭球体

这种模型将大地体近似为一旋转椭球体,中心位于地心,旋转轴为地球的自转轴。如图 1.4 所示,分别以 R_e 和 R_p 为长半轴和短半轴的椭圆绕地球自转轴旋转所形成的椭球体,因此参考旋转椭球体的赤道平面是一个圆平面。参考旋转椭球体可用二次方程描述为

$$\frac{x^2}{R_e^2} + \frac{y^2}{R_e^2} + \frac{z^2}{R_p^2} = 1 \quad (1.4)$$

式中, R_e 和 R_p 通过大地测量确定,如表 1.1 所列,其中扁率定义为

$$\epsilon = \frac{R_e - R_p}{R_e} \quad (1.5)$$

扁率也称为椭球度,用来描述参考旋转椭球体。

在大地测量中,还常用偏心率来描述参考旋转椭球体的形状,通常存在两个偏心率定义,分别为

$$e^2 = \frac{R_e^2 - R_p^2}{R_e^2} \quad (\text{第一偏心率}) \quad (1.6)$$

和

$$e'^2 = \frac{R_e^2 - R_p^2}{R_p^2} \quad (\text{第二偏心率}) \quad (1.7)$$

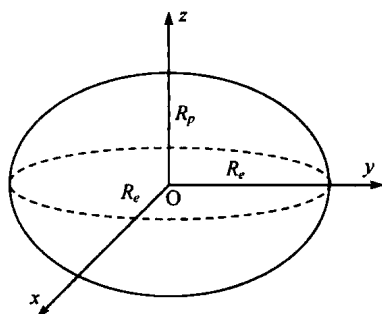


图 1.4 地球参考旋转椭球体

由于地球表面大部分是海洋,所以三种模型中,大地水准体对地球的近似度最好,而参考旋转椭球体与大地水准体非常接近,在垂直方向的最大误差约为 150m,垂线偏离真垂线(大地水准面的法线)最大误差为 3",因此在惯性导航系统中常采用参考旋转椭球作为地球的描述。

表 1.1 常用的参考旋转椭球体参数

参考旋转 椭球体名称	长半轴 R_e /m	短半轴 R_p /m	扁率 $\epsilon = \frac{R_e - R_p}{R_e}$	使用地区
克拉索夫斯基	6378254	6356803	$\frac{1}{298.3}$	俄、中
海福德	6378389	6356912	$\frac{1}{297.0}$	西欧
1975 年国际推荐	6378140	6356755	$\frac{1}{298.257}$	—
克拉克	6378206	6356584	$\frac{1}{295.0}$	美
WGS84	6378137	6356752	$\frac{1}{298.257}$	全球

1.2.2 参考旋转椭球体的曲率半径

平面曲线的曲率表明了曲线偏离直线的程度,曲率的倒数就是曲率半径,曲率半径主要用来描述某处曲线弯曲变化的程度。对于圆球面,其上任意点沿任何方向的曲率半径都是相等的,但是对于旋转椭球体来说,其球面上同一点沿不同方向的曲率半径是不同的。

导航问题中经常要从运载体相对地球的位移或速度信息中求取运载体经、纬度的变化率,因此当把地球近似为参考旋转椭球体时必须研究参考旋转椭球表面各方向的曲率半径。显然,椭球体表面上不同点的曲率半径是不同的,同一点沿不同方向的曲率半径也是不同的。因此,为了便于以参考旋转椭球体研究导航问题,下面分别介绍子午圈曲率半径和卯酉圈曲率半径。

1. 主曲率半径

图 1.5 所示的参考旋转椭球体模型中,设 P 点为参考旋转椭球面上的某一点, n 为 P 点处的法线, NS 为椭球面的对称轴。过 P 点做 NS 的垂直平面,截椭球面所得的平面曲线 lPl 称为 P 点处的纬圈;过 P 点和直线 NS 做平面截椭球面所得的平面曲线 mPm 称为 P 点处的经圈(子午圈),其所形成的椭圆面称为子午面;过 P 点做纬圈 lPl 的切线 tPt ,用 tPt 和法线 n 形成的平面截椭球面所得的平面曲线 rPr 称为 P 点处的卯酉圈。 P 点处沿子午圈 mPm 的曲率半径 R_M 和沿卯酉圈 rPr 的曲率半径 R_N 称为参考旋转椭球面在 P 点处的主曲率半径。

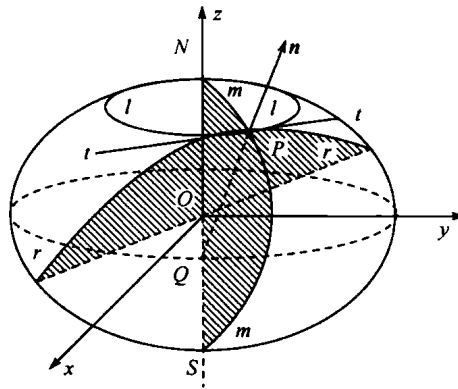


图 1.5 参考旋转椭球面上的主曲率半径

2. 曲率半径的求取

1) 子午圈曲率半径 R_M 的求取

在纬度 φ 处,用参考旋转椭球长半轴 R_e 、第一偏心率 e^2 表示的子午圈的曲率

半径为

$$R_M = \frac{R_e(1-e^2)}{(1-e^2\sin^2\varphi)^{\frac{3}{2}}} \quad (1.8)$$

或用参考旋转椭球长半轴 R_e 、扁率 ϵ 表示为

$$R_M = \frac{R_e(1-\epsilon)^2}{[(1-\epsilon)^2\sin^2\varphi + \cos^2\varphi]^{\frac{3}{2}}} \approx R_e(1-2\epsilon+3\epsilon\sin^2\varphi) \quad (1.9)$$

在赤道上, $\varphi=0$, 子午圈的曲率半径最小, $R_M=R_e(1-2\epsilon)$; 在地球南北极, $\varphi=\pm 90^\circ$, 子午圈的曲率半径最大, $R_M=R_e(1+\epsilon)$ 。

若已知载体的北向速度 v_N , 则根据子午圈曲率半径 R_M , 可以求出载体纬度的变化率为

$$\frac{d\varphi}{dt} = \frac{v_N}{R_M} \quad (1.10)$$

同时, 可确定载体绕东向轴的转动角速度为

$$\omega_E = -\frac{v_N}{R_M} \quad (1.11)$$

2) 任意纬圈半径 R_L 的求取

显然, 随着纬度 φ 不同, 纬圈半径 R_L 也不同, 可以证明, R_L 与纬度 φ 的关系为

$$R_L = \frac{R_e \cos\varphi}{(1-e^2\sin^2\varphi)^{\frac{1}{2}}} \quad (1.12)$$

或

$$R_L = \frac{R_e \cos\varphi}{[(1-\epsilon)^2\sin^2\varphi + \cos^2\varphi]^{\frac{1}{2}}} \approx R_e(1+\epsilon\sin^2\varphi)\cos\varphi \quad (1.13)$$

当载体绕纬圈运动时, 纬度不变, 经度在变。若已知载体的东向速度 v_E , 则根据纬圈的半径 R_L 可以求出载体经度的变化率为

$$\frac{d\lambda}{dt} = \frac{v_E}{R_L} \quad (1.14)$$

3) 卯酉圈曲率半径 R_N 的求取

如图 1.6 所示, 可以证明, 任意点 P 处卯酉圈的曲率半径正好等于 P 点与过 P 点的椭球法线和椭球极轴的交点 O' 之间的距离 PO' , 于是 P 点处卯酉圈的曲率半径 R_N 与纬圈的半径 R_L 之间的关系为

$$R_L = R_N \cos\varphi \quad (1.15)$$

结合式(1.13), 可得出卯酉圈的曲率半径与纬度之间的关系

$$R_N = \frac{R_e}{[(1-\epsilon)^2\sin^2\varphi + \cos^2\varphi]^{\frac{1}{2}}} \approx R_e(1+\epsilon\sin^2\varphi) \quad (1.16)$$

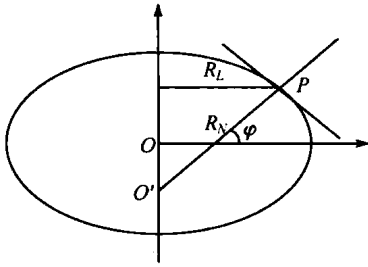


图 1.6 等纬度圈半径 R_L 和卯酉圈曲率半径 R_N 的关系

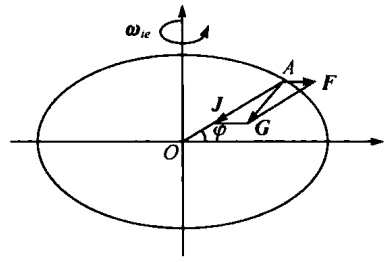


图 1.7 地球重力场示意图

在地球赤道上,卯酉圈就是赤道圆。此时卯酉圈的曲率半径最小;在南北极卯酉圈就是子午圈,此时卯酉圈的曲率半径最大。

综合式(1.14)和式(1.15),有

$$\frac{d\lambda}{dt} = \frac{v_E}{R_N \cos\varphi} \tag{1.17}$$

同时,根据运载体东向速度和卯酉圈曲率半径,可以确定运载体绕北向轴的运动角速度为

$$\omega_N = \frac{v_E}{R_N} \tag{1.18}$$

1.2.3 地球重力场特性

与地球形状直接相关的是地球的重力场特性。假如地球是一个匀质球体,悬浮在空中且不旋转,则地球表面各点的引力都相等。但是对于实际的地球来说,由于地球形状的不规则及地球自身旋转运动的影响,地球表面物体的单位质量除了受地心引力 J 外,还受地球自转带来的离心力 F 的作用,如图 1.7 所示,重力 G 是 J 和 F 的合力,即

$$\mathbf{G} = \mathbf{J} + \mathbf{F} \tag{1.19}$$

其中, $\mathbf{F} = -m\boldsymbol{\omega}_e \times (\boldsymbol{\omega}_e \times \mathbf{r})$, $\boldsymbol{\omega}_e$ 为地球自转角速度向量; m 为物体的质量; \mathbf{r} 为地心到物体所在点的位置向量。由此可见,重力 G 的方向不是指向地心的。

单位质量在重力场的作用下所获得的加速度称为重力加速度,通常用符号 g 来表示,重力加速度 g 是重力的大小和方向的一种表征,用公式表示为

$$\mathbf{g} = \mathbf{G}_e - \boldsymbol{\omega}_e \times (\boldsymbol{\omega}_e \times \mathbf{r}) \tag{1.20}$$

式中, \mathbf{G}_e 为地球的引力加速度。

在地球上,随着纬度 φ 和距离地面高度 h 的变化,重力加速度 g 的大小和方向也要发生变化,其大小随纬度的变化规律可近似为

$$g(\varphi) = g_0(1 + 0.0052884\sin^2\varphi - 0.0000059\sin^2 2\varphi) \tag{1.21}$$