

— 高等学校教材 —

画法几何学

(修訂第三版)

唐山铁道学院画法几何及制图教研組編

朱育万 周棣萼 主編

人 民 教 育 出 版 社

高等学校教材



画法几何学

(修订第三版)

唐山铁道学院画法几何及制图教研组编

朱育万 周棣萼 主编

人民教育出版社

本书原来是朱育万等同志编写的，于 1957 年由原高等教育出版社出版，1960 年 8 月进行了一次较为全面的修订。1962 年 3 月为进一步克服本书所存在的缺点又作了必要的修改。此次参加编写和修订工作的有：朱育万、周棣萼、李睿谟、倪志鏞、馬基琳和高法忱等同志。

全书内容包括：緒論，点，直綫，平面，两平面間直綫和平面間的各种位置，投影变换，曲綫和曲面，平面体和曲面体，平面、直綫与立体的相交及展开，立体的相交，正投影图中的阴影，軸測投影，透視投影，标高投影等十四章。

本书与唐山铁道学院画法几何及制图教研組所編“建筑工程制图”一书，分别作为高等工业学校土建类专业的画法几何和建筑工程制图課程試用教科书，也可供其他专业师生参考之用。

画 法 几 何 学

(修订第三版)

唐山铁道学院画法几何及制图教研組編

朱育万 周棣萼主編

北京市书刊出版业营业許可証出字第 2 号

人民教育出版社出版(北京景山东街)

人 民 教 育 印 刷 厂 印 装

新华书店北京发行所发行

各 地 新 华 书 店 經 售

统一书号 K15010·336 开本 787×1092 $\frac{1}{16}$ 印张 18

字数 389,000 印数 48,501—51,500 定价(7) 半1.70

1957 年 4 月第 1 版 1963 年 4 月第 3 版 1964 年 10 月北京第 12 次印刷

对本书第二版的說明

为了适应教育革命以来在画法几何教学上的需要，我們根据几年来的教学經驗和对教育方針的体会，对本书进行了一次較為全面的修訂工作。

新版在系統和內容上均重新作了考虑，改变了某些章节的系統編排，加强了第三投影、曲綫、曲面、立体和軸測投影的理論部分，增加了綜合性問題和应用实例，以及改正了原书第一版中某些不甚恰当和排印錯誤之处。新版作了較大变动的有直綫、平面、投影变换、曲綫和曲面、軸測投影等各章，其余各章也作了相应的修改。

本书第二版的改編工作主要由唐山铁道学院朱育万和兰州铁道学院周棣蓀負責，唐山铁道学院馬基琳、高法忱和李睿謨也参加了部分改編工作。

为了进一步改进教学內容，提高教学质量，敬希讀者多多提供宝贵意見。

編者 1960 年

对本书第三版的說明

本书于 1961 年被評选作为高等工业学校土建类画法几何課程的通用教材，由于当时時間比較匆促，对本书所存在的一些缺点，来不及进行及时修改。这次为了进一步适应教学上的要求，以便逐步提高教学质量，根据我們对党关于教材工作方針的体会，作了一些必要的修改。

在內容方面，主要增加了重影点及其可見性、曲綫面等部分，刪去了軸測投影中的阴影一节，并把一些一般可不作为教学要求的部分改用小字排印，供参考之用。在系統上主要改进了直綫与平面相交、体表面上的綫和点、立体的阴影和直綫的透視等部分的編排。此外，为了醒目和便于学习起見，把文中所討論的各个問題加上了标题，插图也注上了图名。

这一次修改工作是由朱育万、馬基琳、李睿謨进行的。

本书原来用朱育万、周棣蓀、倪志鏘、李睿謨四人合編的名义出版，由于在修訂編写过程中，一直是由唐山铁道学院画法几何及制图教研組組織力量进行討論和改編，所以本版改用了教研組集体名义。

由于編者水平所限，本书存在的問題和缺点一定还不少，我們热忱地欢迎讀者多提宝贵意見。

編者 1962 年 3 月

对学生自学的几点建議

大学一年級学生常把画法几何列为难学的課程之一。实际上常常是这样：有些学生在学习的头几周感到困难，漸漸掌握了規律，又覺得“没什么”而松勁，但由于不注意又感到困难，直到考試时經過复习，掌握了总的內容、系統和規律，获得了良好的成績，才真正認識到学这门課程并不特別困难。問題在于这门課程有其特点，因此要順利地进行学习，需要掌握适合于課程特点的方法。

画法几何学中，几乎没有什么需要記憶的公式，而且它的理論也是比較容易掌握，問題在于如何运用这些理論去解决具体問題。而大家知道，要具有解决实际問題的能力，需要掌握所学理論。通过解題的实践，人們才能更好地掌握和巩固所学的理論。

因此，要特別注意，在学习时对于任何一个作图原理和方法，不要滿足于“听懂了”、“看过了”或“記住了結論”，必須要知道“为什么？”。弄清楚解决这个問題，为什么需要采取这样的步驟？为什么这样作图？这样就可发现問題，进而解决問題，这才算真正懂了，才会去运用这些理論解决問題。学生常反映：“听得懂，看得懂，但不会作題”。实际上学生作題时有些困难，是必然会遇到的，不应看作“不会”，也有的却仅是懂得了教条，教条当然不能去解决实际問題。

有的学生认为学好画法几何，需要特别的空間想象力——而这几乎是一种天才，这实在是不适当地強調了这方面的重要性而造成的結果。我們不赞成死記条文与例題，指出需要弄清空間关系，这是必要的，但当把基本关系弄清以后，得到了規律，就应该掌握規律与运用規律。所謂空間想象，是根据投影图、根据給出的条件与所求的結果，来类比、分析、推理，并不是不可捉摸的东西，实际上想象空間关系和利用規律作图，是解决問題中一个辯証的过程。如果遇到一个問題，来龙去脉沒有弄清，就对图苦想，这是很难想出来的，但如果对任何一个問題，都要求先把空間关系想通了，解决了，再来作图，这是不必要，有时也是不可能的。

其次，学习方法不是一成不变的，学生要随各个阶段內容的不同，不断改进复习方法，以提高效率，做到時間少而效果大。复习必須深入，看了一部分，就能掌握一部分，不要以为多看几遍就算好，每次走馬看花，系統、重点都不能掌握，即使看上三、五遍用处也不大。

复习时可先回忆一下講課內容，然后以筆記为主进行自学（筆記必須有系統，重点，对問題的分析，与作图的主要步驟），講課的內容，是課程的核心，故要求透彻掌握，于是再以教本或参考书来补充，扩大知識。自学时，一边看，一边可动手作一些讲过的重要的例題或其他类似的題目，以使学习深入。看书时会作了的例子，不必再看文字說明，应看自己尚未掌握的地方，以免浪費時間。除了指定的內容以外，其他內容是否要看，可随各人的能力与要求而有所不同。

另外应指出，解題时作图必須整齐精确，要注出所有該注的字母或数字标记，一般讲反对徒手画，因为画法几何的題目都是用作图来解决問題的，如果画得潦草，就可能制造了錯誤而得不到应有的結果，以致浪費時間与返工，同时正确作图可养成按照規格作图的習慣，为制图打下基础。

初学时可利用硬紙、火柴等做些簡單模型，以帮助想象空間关系。但不宜每題都去依靠模型，而要逐步脫离它，以培养自己空間分析想象的能力。

掌握正确的学习方法，实际上是一个思想方法問題，并不是說到就能做好的，也需要一个过程，要求学生們仔細分析所建議的方法的精神實質，反复研究改进，而創造适合于自己的方法。

目 录

对本书第二版的说明	v	第六章 投影变换	78
对本书第三版的说明	v	§ 6.1 概述	78
对学生自学的几点建议	vi	§ 6.2 更换投影面法	79
第一章 緒論	1	§ 6.3 垂軸旋轉法	84
§ 1.1 画法几何学的任务	1	§ 6.4 平軸旋轉法	90
§ 1.2 关于投影法的基本概念	2	§ 6.5 重合法	91
§ 1.3 一些应用于工程上的作图法	4	§ 6.6 应用投影变换法解决问题的几个例子	95
§ 1.4 画法几何学的发展概述	6	第七章 曲綫和曲面	105
第二章 点	9	§ 7.1 平面曲綫	105
§ 2.1 点的正投影	9	§ 7.2 空間曲綫	108
§ 2.2 点在两投影面体系中的各种位置	10	§ 7.3 曲面概述	109
§ 2.3 三投影面体系及点在三投影面上的投影	12	§ 7.4 直綫面	110
§ 2.4 点的坐标及由点的两个投影作第三投影	14	§ 7.5 曲綫面	116
§ 2.5 重影点及其可见性	17	§ 7.6 迴轉面	117
§ 2.6 直观图的画法	18	§ 7.7 圓錐曲綫	118
第三章 直綫	21	§ 7.8 螺旋綫和螺旋面	121
§ 3.1 直綫的投影	21	第八章 平面体和曲面体	124
§ 3.2 平行及垂直于投影面的直綫	23	§ 8.1 立体的表示法	124
§ 3.3 綫段的实长及其与投影面的傾角	24	§ 8.2 体表面上的綫和点	126
§ 3.4 直綫內的点	26	§ 8.3 斜軸迴轉体輪廓的画法举例	129
§ 3.5 直綫的迹点	28	第九章 平面、直綫与立体的相交。展	
§ 3.6 两条直綫的相对位置	30	开	132
§ 3.7 直角的投影	33	§ 9.1 平面与平面体的相交、展开	132
第四章 平面	37	§ 9.2 平面与曲面体的相交、展开	136
§ 4.1 平面的各种表示方法	37	§ 9.3 直綫与立体的相交	145
§ 4.2 平面內的直綫	39	§ 9.4 曲面体的切平面	150
§ 4.3 平面內的点和图形	42	第十章 立体的相交	157
§ 4.4 平行及垂直于投影面的平面	45	§ 10.1 平面体的相交	157
§ 4.5 画出平面的迹綫	48	§ 10.2 曲面体的相交	161
第五章 两平面之間、直綫和平面之間		§ 10.3 平面体与曲面体的相交	170
的各种位置	52	第十一章 正投影图中的阴影	177
§ 5.1 直綫与平面互相平行	52	§ 11.1 关于正投影图中阴影的基本知識	177
§ 5.2 两个平面互相平行	53	§ 11.2 点的影	179
§ 5.3 两个平面相交	56	§ 11.3 綫的影	180
§ 5.4 直綫与平面相交	60	§ 11.4 平面形的阴影	181
§ 5.5 直綫与平面垂直	66	§ 11.5 几何体的阴影	183
§ 5.6 相互垂直的两个平面	70	§ 11.6 繪制立体阴影的三个基本方法	189
§ 5.7 点、直綫、平面的綜合例題	72	§ 11.7 建筑細部和房屋立面图的阴影	194

第十二章 軸測投影	203	§ 13.5 直綫的量点.....	239
§ 12.1 軸測投影的基本概念.....	203	§ 13.6 直綫綫段的分割和量度.....	242
§ 12.2 軸測投影的基本性質.....	204	§ 13.7 平面.....	244
§ 12.3 軸測正投影.....	205	§ 13.8 圓的透視.....	245
§ 12.4 坐标面內的或平行于坐标面的圓的軸測 正投影.....	213	§ 13.9 視点、画面和物体的相互位置的選擇.....	246
§ 12.5 軸測斜投影.....	219	§ 13.10 作建筑透視圖的基本方法.....	249
§ 12.6 在軸測投影中决定空間点、直綫、平面的 相互位置及解决一些几何問題.....	223	§ 13.11 受图幅限制时的作图.....	254
第十三章 透視投影	230	§ 13.12 透視圖中的阴影.....	256
§ 13.1 透視的基本知識.....	230	第十四章 标高投影	264
§ 13.2 点的透視.....	231	§ 14.1 点和直綫的标高投影.....	264
§ 13.3 直綫的迹点和灭点.....	233	§ 14.2 平面的标高投影.....	266
§ 13.4 各种特殊位置的直綫.....	235	§ 14.3 地面的表示法.....	272
		§ 14.4 平面与地面的交綫.....	274
		§ 14.5 地形問題.....	275

第一章 緒論

§ 1.1 画法几何学的任务

在工程和科学技术方面，經常需要把空間的形体表示到平面上去。例如，需要根据画在紙上的房屋或建筑物的图样来建造它們；需要根据图形容易地了解所画物体的形状。

这里存在着两种不同的要求。第一种是要使人們便于根据所画的图形来判断空間物体的准确的形状和大小，以便根据图形来建筑或制造物体。另一种是要使图形具有最大的显明性，以便一下子就可以看懂所画的是什么样的物体。

这些正是画法几何学所要解决的問題。

但是学习画法几何学，不仅是为了在平面上表示空間的物体，而且还需要应用这些平面上的图形来解决空間的几何問題。例如，画出某一地区的地形图，当然不是为了欣賞这一图形。工程技术人員利用这个地形图来設計鉄道或运河的綫路，决定什么地方需要开挖和填筑，以及計算土方等。机械工程技术人員根据按一定規則所作出的机器的图样，研究全部机构的相互作用、运动情况和各別零件的坚固性等。

同时，在工程上属于空間几何性質的問題，在平面上应用制图工具的图解算法在很多情况下都可以代替分析算法，因为这种方法不但能給出足够的而有时还超过生产和实际要求的精确度，而且可使問題的解决簡單和迅速。

然而平面(如紙面)只具有两个向度，而空間的形体均占有三个向度。因此要使三向度的形体能在二向度的平面上得到正确的反映，就必须建立和采用一些方法。这些方法必須能准确地表示和决定所研究的形体在空間的形状、大小、相互位置及几何特性等。这些在平面上表示空間形体并从而解决空間几何問題的方法，正是画法几何学这門科学所要研究的。

因此，画法几何学的任务就在于：

- 1) 提供空間形体在平面上的各种表示方法的几何基础；
- 2) 提供在平面上解决空間几何問題的图解方法。

由此可見，画法几何学能为繪制和閱讀图样提供理論基础，使有可能根据图样研究所画物体的几何性質(形状、大小、空間的相互位置等)；并可用图解法来解决各种空間几何問題。这对工程技术人員來說是具有十分重要的实际意义的。

此外，画法几何学在培养和发展空間想象力方面起着极其重要的作用。对于学习其他課程如理論力学、机械原理、測量学、天文学和結構力学等以及研究工程上某些特殊問題时都有帮助。同时也由于研究过画法几何学，就获得了有力的工具，使学生在高等工业学校毕业之后，能够去从事創造性的建設事业。

因此,画法几何学有着其普遍教育的意义,为现实世界的認識工具之一。

§ 1.2 关于投影法的基本概念

(一) 中心投影法和平行投影法

1. 中心投影法

如果在眼睛和物体(如房屋)之間,安放一块玻璃板(图 1.1),則由眼睛向房屋上每一个頂点所发出的視線均与玻璃板相交。把玻璃板上这些交点依次連接起来,就可以得到画在玻璃板上的房屋的形状。这个图形就称为房屋在玻璃板上的投影。

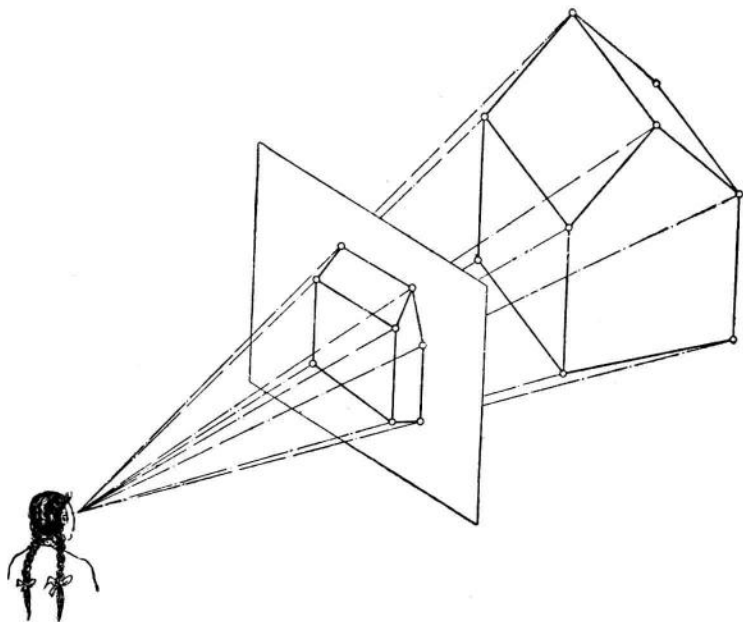


图 1.1 投影法

又如要把平面 P 外的一段曲綫 AB 画在平面 P 上(图 1.2),則可在空間选择一任意点 S ,并由 S 点向曲綫上所有的点引直綫。連接这些直綫与 P 平面的交点,就构成已知曲綫在 P 平面上的图形 ab 。这个图形也可以看作是一段鉄絲 AB , 在光源 S 照耀下落在桌面 P 上的影。在这情况下, P 平面上的 ab 就是曲綫 AB 在 P 平面上的投影。

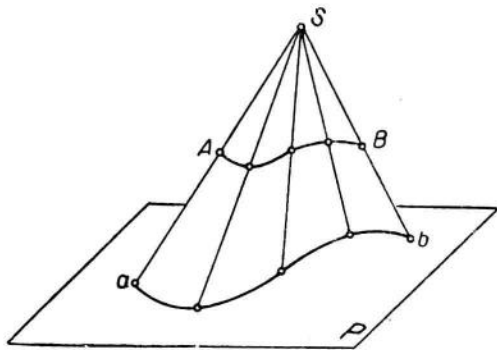


图 1.2 中心投影

在所举的两个例子中,玻璃板或平面 P 称为投影面;眼睛或 S 点称为投影中心;而由眼睛发出的視線或由光源 S 发出的光綫称为投射綫。

上述由投影中心把形体投射到投影面

上而得到投影的方法称为中心投影法或透视投影法。这一方法也称锥面投影法，因为由投影中心所引出的且包络于形体外周的投射綫构成一个锥面。

2. 平行投影法

如果把图 1.2 中的 S 点移开投影面 P 而到无穷远的地方 (图 1.3)，此时投射綫彼此平行，则变成平行投影法，或称柱面投影法。这时，可将投影 ab 看作是在阳光照射下铁丝 AB 落在平面 P 上的影。

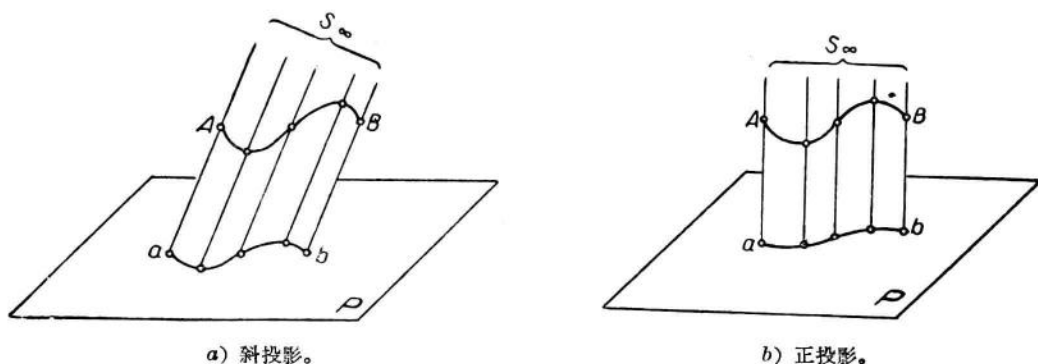


图 1.3 平行投影

在平行投影法的情况下，如果投射綫与投影面交成一个不是 90° 的斜角，则所得的投影称为斜角投影或斜投影 (图 1.3, a)；如成直角，则称为直角投影或正投影 (图 1.3, b)。

因此，投影法可分为两类：中心投影法和平行投影法；而平行投影法又可分为两种，即斜投影法和正投影法。

(二) 形体与其投影的关系

如果在一定条件下，即已知：a) 投影面和 b) 投影中心 (中心投影法时) 或投射方向 (平行投影法时)，则空间任一形体在投影面上将具有一个唯一而完全肯定的投影。

然而形体在投影面上的一个投影，却不能确定空间形体本身。

例如在图 1.4 中，在已知投影中心 S 和投影面 P 的情况下，直线 AB 和点 C 均有其唯一而肯定的投影 ab 和 c 。但是只要位于投射面 Sab 上的任何綫条 (如曲线 A_1B_1 和直线 A_2B_2) 及位于投射綫 Sc 上的任何点 C_1, C_2 ，它们的投影仍将分别为 ab 和 c 。

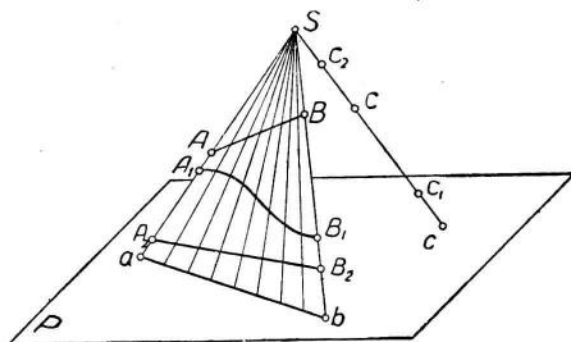


图 1.4 一个投影不能确定空间形体

又如，在平行投影法中，已知投射方向和投影面 Q (图 1.5)，则直线 DE 和点 F 均有其唯一而肯定的投影 de 和 f 。但是只要在投射面 $DEed$ 上的任何綫条 (如曲线 D_1E_1 和直线 D_2E_2) 及在投射綫 Ff 上的任何点 F_1, F_2 ，它们的投影仍将分别为 de 和 f 。

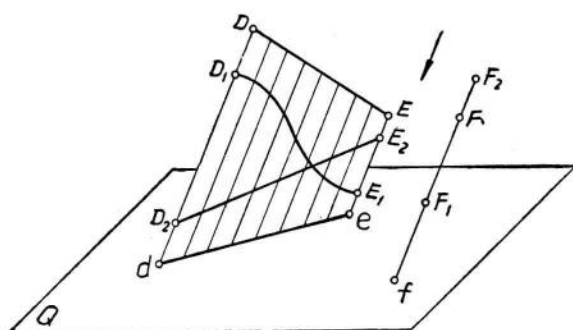


图 1.5 一个投影不能确定空间形体

由此可见，为了要从形体的投影来确定空间的形体，仅有一个投影是不够的。

但是怎样才能根据形体在平面上的投影，来构成对该形体的正确概念呢？这对于工程实践来说，具有首要的意义。为了解决这一问题，在画法几何学中常常需要采用某种型的第二元素，其型式则视所用的作图法而定。

§ 1.3 一些应用于工程上的作图法

为了绘制机器、房屋和结构物等的投影以及根据投影解决工程实践中的问题，可以采用下列四种主要的作图法：

- 1) 正投影法；
- 2) 轴测投影法；
- 3) 透视投影法；
- 4) 标高投影法。

这些方法正是我们本课程中所要研究的。现在分别简单地介绍如下。

(一) 正投影法是指将空间形体分别垂直地投射到两个或两个以上互相垂直的投影面上以得出其投影，然后将这些带有形体投影的投影面按一定的规则展成一个平面，从而得到该形体的正投影图的方法。图 1.6 所示就是一幢房屋的三面投影图。这一方法绘制简便且

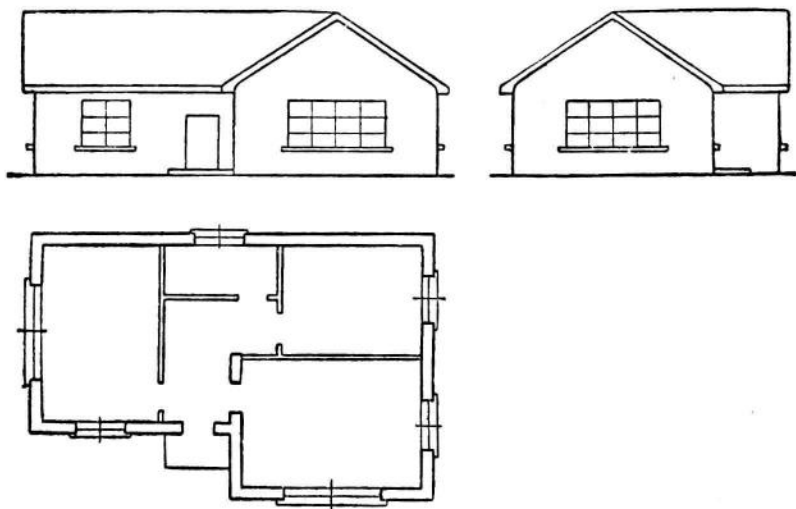


图 1.6 房屋的三面投影图

便于量度,所以在工程上应用最广。但其缺点是不够显明,缺乏画法几何和制图知识的人不易看懂。

(二) 轴测投影法是一种平行投影法。这一方法是将空间形体连同确定该形体的三个互相垂直的坐标轴一同平行地投射到一个投影面上以得出其投影的方法。如图 1.7, 所示是

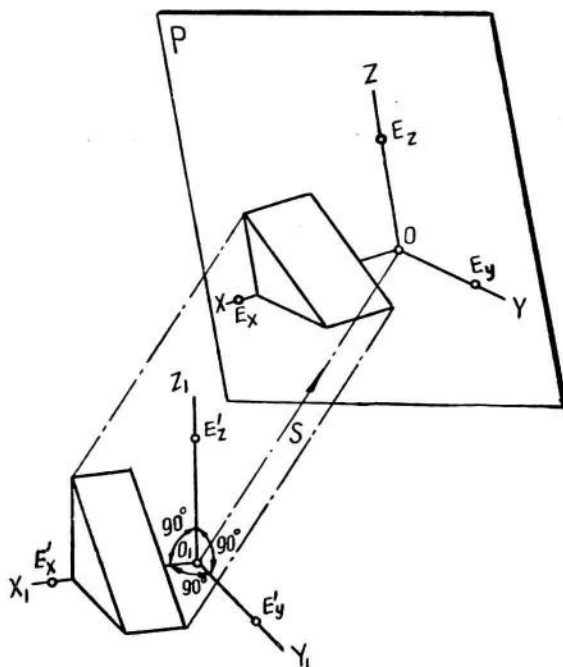


图 1.7 轴测投影法

空间一形体和确定该形体位置的 O_1X_1 、 O_1Y_1 、 O_1Z_1 坐标轴, 按投射方向 S 平行地投射到 P 平面上, 所得到的空间形体及坐标轴的轴测投影。图 1.8 所示为房屋的轴测正投影图。而图 1.9 所示为同一房屋的轴测斜投影图。用这种方法绘制的图具有很大的显明性而且在一定条件下也能直接量度, 在很多情况下作为正投影图的辅助工具。缺点是绘制较为费时, 所得图形较不自然。



图 1.8 房屋的轴测正投影图

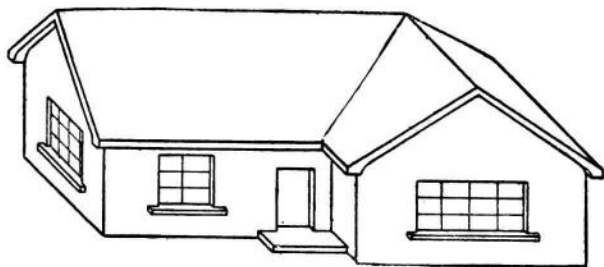


图 1.9 房屋的轴测斜投影图

(三) 透视投影法就是中心投影法, 它的本质已在图 1.1 及图 1.2 中提到过。图 1.10 就是根据这一方法所绘制的北京火车站的透视图。它的最大优点是图形非常显明, 大致与我们观看物体时所得到的形象相同, 常被

应用于土木建筑图中，表示土建工程的外貌或内部陈设。其缺点是绘制较为繁复且根据图形不能直接量度。



图 1.10 北京火车站的透视图

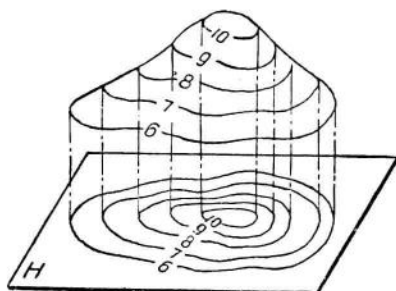


图 1.11 标高投影法

(四) 标高投影法是画土工结构物的投影图的主要方法。作出形体在一个水平面上的正投影并用数字将形体的高度标注在投影上，就可得到该形体的标高投影。例如，在图 1.11 中示出了一个山峰，假定此山峰被一系列高度差为一单位的水平面所截割，则由截割所得的交线必定是一些封闭的不规则曲线。将这些曲线铅垂地投射到水平面 H 上，就得到这些曲线在 H 面上的投影(称为等高线)，再在投影图上分别标注它们的高度值，这样就可得到利用等高线表示的山峰的标高投影图，或称地形图。

们的高度值，这样就可得到利用等高线表示的山峰的标高投影图，或称地形图。

§ 1.4 画法几何学的发展概述

(一) 在古代由于需要丈量田亩、兴修水利和航海等，产生了量度几何。随着人类生产活动和文化生活上的进一步发展，在绘画、雕刻、建筑防御工事、水利工程及房屋等方面都需要精确和富有表达性的方法。但应用文字却不可能十分完整和清晰地描述所要表明的物体，因而提出了许多有关必需在平面上表示空间物体的新的几何问题。由于许多人的长期努力，对于这些问题创造了一些解答，从而逐渐地规定出普遍的方法。根据这些方法可以在一定的条件下满足所提出的要求。

因而，画法几何学正是由于人们生产实践的需要而产生和发展的科学理论。科学的唯物主义在其反对唯心主义的哲学中确立了任何科学都不是根据人的主观的幻想而建立起来的。画法几何学也是如此。还在其形成为一个科学体系的很久以前，画法几何学的各种方法和规则早已由于实践的需要而应用于技术的各个领域中了。

例如，根据我国古代文件中的记载，从传说中的禹开始就进行了大规模的治水工程以便从事农业生产。历代以来与黄河、淮河等河流的斗争也未尝停息；此外，各处的水利工程、灌溉系统则不胜枚举。在治水过程中必先探测地形、水路，因此绘制地图(在平面上表示地势)

就首先发展起来。

与农业生产有直接影响的,还有天文的观测和历法的制定。从古代沿用的历法和二千多年来的天文记载中,我们可以知道早在战国时代就有甘公和石申二人所作的甘石星经的星图;东汉张衡(公元100年左右)用自己设计的浑天仪所测绘的灵宪图。此后历代的天文学家几乎都画过星图(如宋代苏颂所著的新仪象法要上的星图,科学家沈括在观测北极星方向的过程中所绘制的二百余张星图)。由此可以断言,我们的祖先在很早以前就能利用极坐标的方法来确定星位了。

营造技术在我国也是发展最早的科学之一。自周代以来,就有很多关于建造的记载。

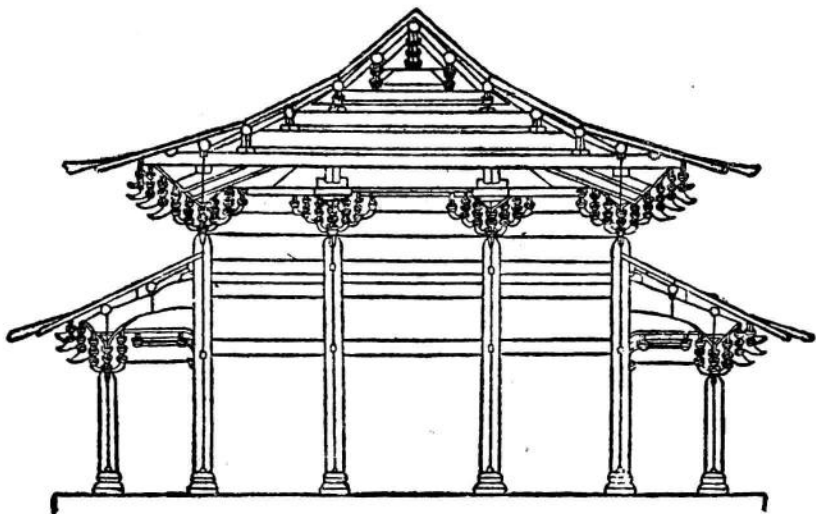


图 1.12 殿堂举折图(载营造法式)

其中完整无遗,保留至今的是宋代李诫(明仲)的营造法式一节(著成于公元1100年)。这部著作完整地总结了二千多年间祖国在建筑技术上的成就。书中载有很多图样,大多是正确地按照正投影的规则所绘制的。例如图1.12所示的殿堂举折图就是一个十分完整的正投影。其中还有很多图样已完全脱离了艺术画的领域,用轴测画法代替了透视法,以便绘制和按图制作(如图1.13的斗拱图)。

此外,在其他技术书籍中也可看到很多图样。例如在明代的天工开物一书中就画有大量插图。其中很多图样几乎与正确的轴测投影差不多,有些还适当地运用了阴影。

以上这些画法,都具有一定的根据,但是由

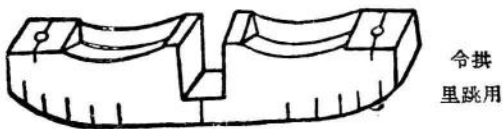
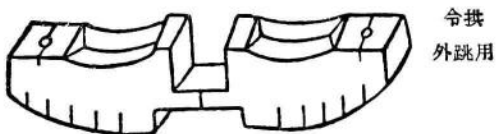


图 1.13 斗拱(载营造法式)

于长期的封建統治，輕視劳动，以致很多劳动人民在这一方面的創造均被埋沒了，而且也未
能總結出較為完整的科学体系来。

(二) 画法几何方法的完整而系統的著述，直到公元 1795 年才由法国的几何学家嘉司
帕拉·蒙若(1746—1818 年)所发表。蒙若所說明的画法是以互相垂直的两个平面作为投影
面的平行投影法。这个方法保證了物体在平面上的影象明显、正确，且便于量度。

蒙若著作的发表正处在法国革命时期，这时画法几何学由于技术的蓬勃发展而获得了
新的生命力。同时也正是因为画法几何学得到了严正的科学論証而使其在新的技术上找到
了广闊的应用并逐渐使图样形成为工程界的“国际語言”。

画法几何学还推动了純几何学方法的复兴。它为更一般性的科学——射影几何学的发展
准备了基地。

俄罗斯在这門科学上曾走着独特的道路。遺留至今而完成于十六世紀末期与十七世紀
初期的古代俄罗斯的城市图，已与現代的軸測图和透視图相似。著名的俄罗斯发明家 И. И.
庫里宾和杰出的建筑师 Л. В. 烏赫托姆斯基所繪的图，早在蒙若发表其总结正投影法的著作
之前，就已經是准确地按照物体各个投影的布置与相互关系的規則而繪制的。

(三) 解放前，我国是一个半封建半殖民地的国家，长期受帝国主义、封建主义和官僚資
本主义的反动統治，在科学技术方面十分落后。同时由于資产階級理論脫离实际的恶劣思
想严重地侵蝕了我們的一些科学工作者，使他們錯誤地認為画法几何这門課程“没有什么”，
甚至輕視从事这門課程的教学工作者。因而，就大大地影响了这門科学在我国的发展。

中华人民共和国成立以后，由于党和政府的正确領導，各方面均取得了偉大的成就。在
这門科学方面也改变了以往的情况，普遍地給予足够的重視。在高等工业学校中，一般都采
用了新的教材和教学方法，积极进行这門科学在理論和实践上的科学研究工作。因此，在我
国这門科学及其教学的发展有其广闊的道路。

复习綱要

1. 学习緒論后，对本課程应有一个总的概念。了解画法几何学研究的对象和学习画法几何学的目的。
2. 应掌握投影法的基本概念并明确中心投影法和平行投影法、斜投影和正投影的区别。
3. 对于四种主要的作图法，只需作一般的認識，因为在今后的教学中还要詳細地討論它們。

第二章 点

§ 2.1 点的正投影

(一) 上面談到, 空間形体的一个投影不能决定形体在空間的位置, 所以通常采用空間形体在两个互相垂直的平面上的投影来确定它。

假設在空間有彼此垂直的两个投影面 H 和 V (图 2.1)。 H 称为水平投影面, V 称为正立投影面。这两个投影面的交綫 OX 叫做投影軸。

由空間一点 A 向投影面分別作垂綫, 得交点 a 与 a' 。 a 称为 A 点的水平投影, a' 称为 A 点的正面投影。

这里規定: 空間的点用大写字母表示(如 A), 点的水平投影用其小写字母表示(如 a), 点的正面投影用其小写字母加一撇表示(如 a')。

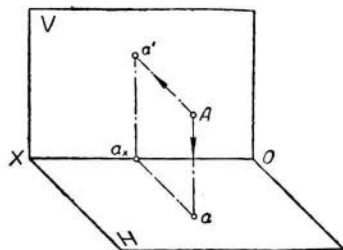


图 2.1 两投影面体系

在实际作图中, 需要把空間关系在一个平面(图紙)上表示出来, 所以要展开这两个投影面使它們摊在一个平面上。

为此, 令 V 平面不动, 而使 H 平面以 OX 为軸向下旋轉到与 V 平面重合(图 2.2), 得到如图 2.3 的样子。这种两投影面重合后的图叫做投影图。

(二) 图 2.3 中, A 点的投影图有两个特性:

1. 自图 2.2 中可以見到, 从 A 点所作之两垂綫 Aa 及 Aa' 决定一平面, 此平面与 H 平面及 V 平面相交得两交綫 aa_x 及 $a'a_x$, aa_x 及 $a'a_x$ 交于軸上同一点 a_x (三平面必交于一点); 且均垂直于 OX 軸(因 OX 垂直于 Aaa_xa' 平面, 故 OX 垂直于平面內經過 a_x 点所画之任何直綫)。

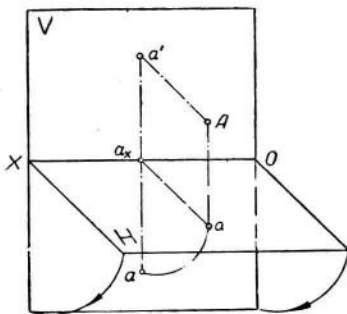


图 2.2 投影面的展开

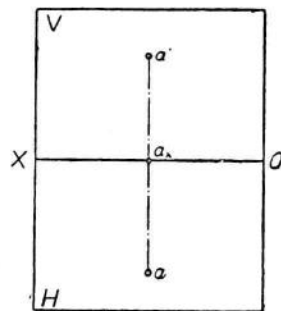


图 2.3 投影图

所以, 当 H 平面繞 OX 向下旋轉时, 水平投影 a 同时沿着半徑等于 aa_x 的圓弧随同 H 平面一起向下旋轉。旋轉 90° 到与 V 面重合后, 水平投影在投影軸之下而与垂綫 $a'a_x$ 在同一直綫上。由此可以得出这个重要的关系, 就是: 点的水平投影和正面投影一定位于投影軸 OX 的同一垂綫上。

2. 在图 2.2 中, Aaa_xa' 为一矩形, $a'a_x = Aa$, $aa_x = Aa'$ 。就是說: 点的正面投影至投影軸的距离等于該点本身至水平投影面的距离; 而点的水平投影至投影軸的距离, 等于該点本身至正立投影面的距离。

(三) 有了投影图, 就确定了点在空间与投影面的位置。假如要凭投影图来想象空间的位置, 如图 2.3, 可把图样沿着 OX 轴折转, 而使两个投影面成为直角的位置 (图 2.4), 然后自 a 及 a' 两点分别作投影面的垂线, 垂线的相交处即为 A 点。

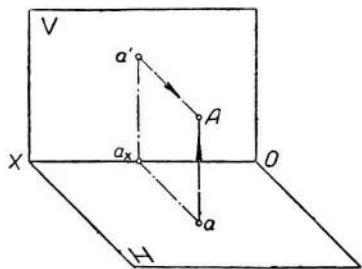


图 2.4 由投影图确定点的空间位置

§ 2.2 点在两投影面体系中的各种位置

(一) 四个象限

投影面的范围, 并不限于上述的那么大小, 把它扩大来看, 则 H 面和 V 面把空间分成四部分, 称为四个象限, 在水平投影面 H 之上, 正立投影面 V 之前者, 称第 I 象限, 其他象限的编号见图 2.5。

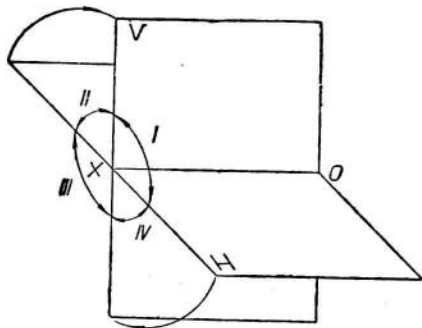


图 2.5 四个象限

画投影图时, 使 H 面的前半部向下旋转到与 V 平面重合, 而其后半部同时向上旋转到与 V 平面重合。为了节省作图起见, 投影图上不必再附加任何文字, 也不用画出边框, 只画出 OX 轴便行了 (如图 2.6)。

(二) 各种位置的点的投影图

现在来研究点在两投影面体系中各种位置的投影图。

在研究这个问题前应肯定观察者所处的位置, 即无论点在空间处于任何一种位置, 在求其水平投影时, 视点一定是在水平投影面之上无穷远处且由上往下看;

在求其正面投影时, 视点一定是在距正立投影面之前无穷远处而且是由前向后看。

点在空间对 H 、 V 投影面的位置, 可以有几种情形:

- 1) 点在各象限内;
- 2) 点在投影面内;
- 3) 点在投影轴内。

1. 点在各象限内的投影 (图 2.7)

a. A 点在第 I 象限内 (图 2.7, a)。这种情况前面已经谈过。在投影图上 (图 2.7, b), 其正面投影 a' 在 OX 之上方, 水平投影 a 在 OX 之下方。

b. B 点在第 II 象限内, 即 B 点在 H 面之上、 V 面之后。 B 点的正面投影 b' 在 V 平面的上半部, 其水平投影 b 在 H 面的后半部。这两部分投影面重合后都在 OX 之上, 所以 B 点的两个投影都在 OX 的上方。

c. C 点在第 III 象限内。在投影图中, 其正面投影 c' 在 OX 之下方, 水平投影 c 在 OX 之上方。



图 2.6 投影图中的投影轴