

小学数学奥林匹克竞赛辅导丛书

六年级同步

小学数学奥林匹克

竞赛辅导新教案

小学数学奥林匹克竞赛研究组 审定
韩新生 王家银 主编

名校名师 家教导航
知识点拨 名题精讲
思维训练 举一反三



●一套适合家长辅导孩子、

机械工业出版社
China Machine Press



小学数学奥林匹克竞赛辅导丛书

00590229

小学数学奥林匹克 竞赛辅导新教案

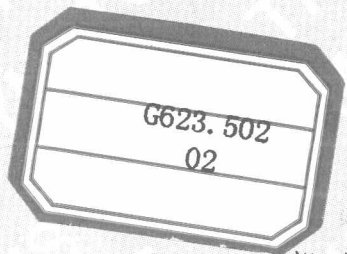
(六年级同步)

9623.502
02

主 编 韩新生 王家银
编 委 (按姓氏笔画排序)

王 秀	王 峰	王家银	左丽华	田朝光
刘华彬	刘晓波	李双平	李晋渊	李道军
杨 磊	沈勤龙	苏 静	陈龙清	陈自文
范科科	徐焯辉	曹继国	黄凤胜	董培吉
覃 岳	韩新生	靳 强	廖康强	潘淑丽

本册主编 陈龙清 刘晓波



机械工业出版社



92

本书是由一批有丰富教学经验的专家、一线优秀教师,根据小学生学习、记忆、思维的规律,精心设计、编写的。本书立足于小学数学教学大纲,紧扣数学奥林匹克竞赛主导思想,引导学生跳出常规的思维定式,通过对知识网络的概括、学习方法的指导、经典例题的讲解和发散思维训练、总结延伸性的点津、学习效果阶段检测、仿真模拟综合训练等栏目,使学生逐步学会数学奥林匹克竞赛的解题思维方法,并能举一反三,不断提高解题能力和自学能力。

图书在版编目(CIP)数据

小学数学奥林匹克竞赛辅导新教案·六年级同步/陈龙清,刘晓波主编. —北京:机械工业出版社,2002.5

(小学数学奥林匹克竞赛辅导丛书/韩新生,王家银主编)

ISBN 7-111-10255-X

I.小... II.①陈...②刘... III.数学课—教案
(教育)—小学 IV.G623.502

中国版本图书馆CIP数据核字(2002)第028881号

机械工业出版社(北京市百万庄大街22号 邮政编码100037)

责任编辑:王英杰 版式设计:郑文斌 策划:蔡晔

封面设计:姚学峰 责任印制:付方敏

三河市宏达印刷有限公司印刷·新华书店北京发行所发行

2002年6月第1版·第2次印刷

850mm×1168mm 1/32·9.375 印张250千字

定价:13.00元

凡购本书,如有缺页、倒页、脱页,由本社发行部调换

本社购书热线电话:(010) 68993821、68326677—2527

封面无防伪标均为盗版

写在前面的话

数学是思维的体操，是一切抽象科学、方法科学的基础。法国大文豪雨果曾将数学誉为开启人类智慧的“钥匙”。古希腊哲学家柏拉图曾经在他的哲学学校门口张榜声明：不懂几何学的人不得入内。他认为，未经过数学训练的人，尤其是没有掌握严格的演绎推理方法的人，难以深入讨论他所开设的课程。在英国大学里的律师专业和美国西点军校，许多高深的数学课程都是学生的必修课。著名数学教育家米山国藏说过一段寓意深刻的话：“学生们在初中或高中所学到的数学知识，在进入社会后，几乎没有什么机会应用，因而这种作为知识的数学，通常在出校门后不到一两年就忘记了，然而不管他们从事什么业务工作，那种铭刻于头脑中的数学精神和数学思想方法，却长期地在他们的生活和工作中发挥着重要的作用。”

可见，数学教育的意义不在于或主要不在于培养数学家，而在于培养人的数学观念和数学思想，通过开拓头脑中的数学空间，进而促进人的全面素质的提高和发展。

编写意图

数学奥林匹克，集中体现了素质教育思想，它脱胎于传统教学，以开放性、创造性的思维模式，吸引了无数渴望探索数学迷宫的孩子们。同时，数学奥林匹克又是传统数学教学有益的补充，可以起到激发兴趣、开拓思路、提高能力、扩展知识等多重作用。正因为如此，许多重点中学开设的实验班，也纷纷以数学奥林匹克的水平测试作为录取新生的首要条件。但是学校的普通数学教学与数学奥林匹克的要求差距很大，家长又不知如何辅导孩子，如果有一本信手拈来既能作为学生自学又可帮助家长指导孩子的辅导书，那该多好！

基于以上想法，我们精心策划并组织了一批有丰富教学经验的专家、一线教师，编著了这套《小学数学奥林匹克竞赛辅导丛书》，希望能为提高我国小学生的数学素质出一份力，为有志进入重点中学的孩子们助一臂之力。

编写特点

数学素质集中体现为数学解题能力，而数学解题能力的提高取决于三个因素：牢固的基本数学知识、正确的思维方法和丰富的解题经验。本书立足于小学数学教学大纲，紧扣数学奥林匹克竞赛主导思想，根据小学生学习、记忆、思维的规律，按照课堂讲课的方式设计了：知识网络、学习方法、经典例题、发散思维训练、学习效果检测以及总结启发性的点津等栏目，并通过大量的一题多解，向学生讲授各种数学思维方法的灵活运用，让学生边学边用，温故知新，解题能力和自学能力不断提高。

“家教导航”是本书的另一大特色，在本栏目的指导下，家长和学生可以实现互动学习、相互交流的效果。

编写力量

本套丛书共分为六册，分别是《小学数学奥林匹克竞赛辅导新教案》三、四、五、六年级分册和《小学数学奥林匹克竞赛解题方法大全》上、下册，可供不同层次、不同需要的读者选读。丛书的主编是特级教师韩新生和数学博士王家银。参加各分册编写的为来自北京四中、北师大实验中学、人大附中、北京八中、首都师大附中、北京西城外国语学校等重点中学的一线优秀教师。

让数学学习不再枯燥乏味，让数学奥林匹克不再高深莫测，让数学成绩快速提高，让重点中学的大门为你敞开。细读本书让你眼睛一亮：数学原来没那么难！

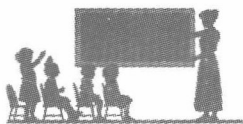
编者

2002年5月

目 录

写在前面的话	
第 1 讲 估算	1
第 2 讲 二进制与十进制	10
第 3 讲 带余除法和同余	19
第 4 讲 最大与最小	28
阶段过关训练一	36
第 5 讲 容斥原理	38
第 6 讲 加法原理与乘法原理	48
第 7 讲 简单染色问题	57
阶段过关训练二	66
第 8 讲 圆与扇形	68
第 9 讲 组合图形的计算	78
第 10 讲 正方体和长方体	88
第 11 讲 圆柱体与圆锥体	97
阶段过关训练三	106
第 12 讲 比和比例	110
第 13 讲 分数、百分数应用题	120
第 14 讲 工程问题	131
第 15 讲 浓度问题	141
第 16 讲 利润与利息问题	150
阶段过关训练四	158
第 17 讲 最短路线问题	161
第 18 讲 最佳策略问题	170
第 19 讲 消长问题	179
第 20 讲 适应性问题	189
第 21 讲 数学竞赛中的难题选讲	197
阶段过关训练五	206

综合训练一	209
综合训练二	213
综合训练三	217
答案与精析	222



第1讲 估算

家教导航

知识网络

在计数、度量和计算过程中，往往需要对某些量做一个大致估计，估算就是对这些量的粗略运算。通过估算得到的与实际情况相近、有一定误差的数叫做近似数。表示近似数近似的程度叫做近似数的精确度。

用位数较少的近似数代替位数较多的数时，要遵守一定的取舍法则。要保留的数位右边的所有数叫做尾数。取舍尾数主要有三种方法：

- (1) 去尾法：把尾数全部舍去。
- (2) 收尾法：把尾数舍去后，在它的前一位加上1。
- (3) 四舍五入法：当尾数最高位上的数字是不大于4的数字时，就把尾数舍去；当尾数最高位上的数字是不小于5的数字时，把尾数舍去后，在它的前一位加1。

重点·难点

本书的重点是选择恰当的方法对某个数或算式进行估算，从而确定它的取值范围。四舍五入法和放大缩小法都是常用的解题方法。

学法指导

在运用放大缩小法时，放大或缩小的幅度要适当，否则就不能得到准确的取值范围，所得的近似数也达不到题目要求的精确度。在放缩时可以先用较大的幅度去试，如果发现太大时，再把幅度调整得小一些，重新估算，从而逐步达到目的。





经典例题

[例 1] 已知 $x = \frac{1}{\frac{1}{1981} + \frac{1}{1982} + \frac{1}{1983} + \dots + \frac{1}{2002}}$, 求 x 的整

数部分是多少?



思路剖析

这道题我们可以利用通分的方法求出精确值, 但这样做的计算量是巨大的。然而题目只要求我们求出 x 的整数部分, 并不要求我们求出精确值, 因而我们可以运用“放大缩小法”, 粗略地估计一下 x 介于哪两个数之间, 再根据这两个数确定 x 的整数部分。



解答

$$\underbrace{\frac{1}{\frac{1}{1981} + \frac{1}{1981} + \dots + \frac{1}{1981}}}_{22 \text{ 个}} < x < \underbrace{\frac{1}{\frac{1}{2002} + \frac{1}{2002} + \dots + \frac{1}{2002}}}_{22 \text{ 个}}$$

$$\frac{1}{\frac{1}{1981} \times 22} < x < \frac{1}{\frac{1}{2002} \times 22}$$

$$\frac{1981}{22} < x < \frac{2002}{22}$$

$$90 \frac{1}{22} < x < 91$$

答: x 的整数部分为 90。

[例 2] 有 7 个自然数, 其平均值约等于 30.27, 后来发现这个数小数点后最后一位数是错的, 问这 7 个自然数的平均值应该约为多少?



思路剖析

由于 $(a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5 + a_6 + a_7) \div 7 \approx 30.27$, 从而有 $a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5 + a_6 + a_7 \approx 30.27 \times 7$



已知 a_1 、 a_2 、 a_3 、 a_4 、 a_5 、 a_6 、 a_7 这 7 个数均为自然数，可得 30.27×7 的结果也应为自然数，据此可求出这 7 个自然数的平均值。

解答

设这 7 个自然数的和为 M ，则据题意有

$$30.20 \leq \frac{M}{7} \leq 30.29$$

$$211.4 \leq M \leq 212.03$$

因为 M 表示的是 7 个自然数的和，因此 M 是整数，所以 $M = 212$ 。

因此这 7 个数的平均值应为 $\frac{212}{7} \approx 30.29$

答：这 7 个自然数的平均值应该约为 30.29。

[例 3] 在下列方框里填上两个相邻的自然数使不等式成立： $\square < 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \frac{1}{6} + \frac{1}{7} + \frac{1}{8} + \frac{1}{9} + \frac{1}{10} < \square$

思路剖析

本题要求填入两个连续的自然数，不难发现左边的“ \square ”内至少是 2，这是由于：

$$1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{6} = 2$$

据此可猜想右边“ \square ”内是 3 或 4 等。我们可以通过放大或缩小分母的值来达到估计出这个数的范围的目的。

解答

$$\begin{aligned} & \text{因为 } 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \frac{1}{6} + \frac{1}{7} + \frac{1}{8} + \frac{1}{9} + \frac{1}{10} \\ &= \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{6}\right) + \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{8}\right) + \left(\frac{1}{5} + \frac{1}{10}\right) + \left(\frac{1}{7} + \frac{1}{9}\right) \\ &< 2 + \left(\frac{3}{8} + \frac{3}{10} + \frac{1}{5} + \frac{1}{8}\right) \\ &= 3 \end{aligned}$$





$$\text{所以 } 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \frac{1}{6} + \frac{1}{7} + \frac{1}{8} + \frac{1}{9} + \frac{1}{10} < 3$$

$$\begin{aligned} \text{又因为 } 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \frac{1}{6} + \frac{1}{7} + \frac{1}{8} + \frac{1}{9} + \frac{1}{10} \\ = 2 + \left(\frac{3}{8} + \frac{3}{10}\right) + \left(\frac{1}{7} + \frac{1}{9}\right) > 2 \end{aligned}$$

$$\text{所以有 } 2 < 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \frac{1}{6} + \frac{1}{7} + \frac{1}{8} + \frac{1}{9} + \frac{1}{10} < 3$$

[例 4] 小龙 2002 年的年龄等于他出生那年年号的各位数字之和减去 3。请问他在 2002 年几岁？



思路剖析

已知小龙是 2002 年前出生的，并且可以检验他不是出生于 2000 年或 2001 年，所以他出生于 2000 年以前，而 2000 年以前各年年号的各位数字之和最大的是 1999 年，由此可知，小龙年龄最大不超过 $1+9+9+9-3=25$ 岁。所以他应出生在 2002 - 25 = 1977 年后。

若他出生在 1986 年，则他的年龄是 16 岁，而年号的各位数字之和减去 3 等于 21，不符合题意。若他出生在 1986 年以后，则他的年龄不超过 16 岁，而各年年号的各位数字之和减去 3 均大于 16，不符合本题要求。所以他出生在 1977 年至 1985 年之间。



解答

设小龙出生于 $\overline{198x}$ ， x 为一位数，则

$$2002 - 1980 - x = 1 + 9 + 8 + x - 3$$

$$22 - x = 15 + x$$

$$2x = 7$$

$$x = 3.5 \text{ (不合题意, 舍去)}$$

设小龙出生于 $\overline{197y}$ ， y 为一位数，则

$$2002 - 1970 - y = 1 + 9 + 7 + y - 3$$

$$32 - y = 14 + y$$

$$2y = 18$$

$$y = 9$$



答：小龙出生于1979年，2002年他23岁。

【例5】 比较 $\frac{1}{2} \times \frac{3}{4} \times \frac{5}{6} \times \frac{7}{8} \times \cdots \times \frac{15}{16}$ 与 $\frac{1}{4}$ 的大小。



思路剖析

本题如果以常规方法来计算，会显得相当麻烦，观察前一个数的分子和分母，依次由自然数1, 2, ..., 15, 16组成，因此可以引入另一个数 $\frac{2}{3} \times \frac{4}{5} \times \frac{6}{7} \times \frac{8}{9} \times \cdots \times \frac{14}{15}$ 后，再来与 $\frac{1}{4}$ 比较。



解答

设 $a = \frac{1}{2} \times \frac{3}{4} \times \frac{5}{6} \times \cdots \times \frac{15}{16}$, $b = \frac{2}{3} \times \frac{4}{5} \times \frac{6}{7} \times \cdots \times \frac{14}{15}$, 则有

$$a \times b = \frac{1}{2} \times \frac{2}{3} \times \frac{3}{4} \times \frac{4}{5} \times \frac{5}{6} \times \frac{6}{7} \times \cdots \times \frac{14}{15} \times \frac{15}{16} = \frac{1}{16} = \left(\frac{1}{4}\right)^2$$

由于 a 有8项， b 有7项，且 a 的前7项都对应小于 b 的前7项，并且 a 的第8项 $\frac{15}{16} < 1$ ，所以 $a < b$ 。由 $a \times b = \left(\frac{1}{4}\right)^2$ 与 $a < a \times b$ ，可知

$$a \times a < \left(\frac{1}{4}\right)^2$$

$$a < \frac{1}{4}$$

$$\text{即 } \frac{1}{2} \times \frac{3}{4} \times \frac{5}{6} \times \frac{7}{8} \times \cdots \times \frac{15}{16} < \frac{1}{4}$$

【例6】 记号 $[x]$ ，表示不超过数 x 的最大整数。

比如： $[2.3] = 2$, $[\frac{17}{4}] = 4$, $[5] = 5$ 。试计算下列式子： $[\frac{1 \times 2}{80}] +$

$$[\frac{2 \times 3}{80}] + [\frac{3 \times 4}{80}] + \cdots + [\frac{30 \times 31}{80}]$$



思路剖析

观察式子，可知本题中分数的分母均为80，而分子的一般形式为 $k(k+1)$ ，其中 $k=1, 2, 3, \dots, 30$ ，即分子为两个连续的自然数的乘积。再考虑当 $k=8$ 时， $8 \times 9 = 72 < 80$ ，而 $9 \times 10 = 90 > 80$ ，





这说明当 $k = 1, 2, \dots, 8$ 时, $\left[\frac{k(k+1)}{80} \right] = 0$ 。

其他情况我们可以类似讨论得出。



解答

由于式中各项分数的分子都是两个连续自然数之积, 因此可表示为 $k(k+1)$, $k = 1, 2, 3, \dots, 30$ 。所以各分数都可以写成

$$\frac{k(k+1)}{80}。$$

由于 $8 \times 9 = 72 < 80$, 而 $9 \times 10 = 90 > 80$, 因而当 $k = 1, 2, \dots, 8$ 时, $\left[\frac{k(k+1)}{80} \right] = 0$;

由于 $12 \times 13 = 156 < 160$, 而 $13 \times 14 = 182 > 160$, 因而当 $k = 9, 10, 11, 12$ 时, $\left[\frac{k(k+1)}{80} \right] = 1$;

由于 $15 \times 16 = 240$, 因而当 $k = 13, 14$ 时, $\left[\frac{k(k+1)}{80} \right] = 2$;

由于 $17 \times 18 = 306 < 320$, 而 $18 \times 19 = 342 > 320$, 因而当 $k = 15, 16, 17$ 时, $\left[\frac{k(k+1)}{80} \right] = 3$;

由于 $19 \times 20 = 380 < 400$, 而 $20 \times 21 = 420 > 400$, 因而当 $k = 18, 19$ 时, $\left[\frac{k(k+1)}{80} \right] = 4$;

由于 $21 \times 22 = 462 < 480$, 而 $22 \times 23 = 506 > 480$, 因而当 $k = 20, 21$ 时, $\left[\frac{k(k+1)}{80} \right] = 5$;

类似讨论可知:

当 $k = 22, 23$ 时, $\left[\frac{k(k+1)}{80} \right] = 6$;

当 $k = 24$ 时, $\left[\frac{k(k+1)}{80} \right] = 7$;

当 $k = 25, 26$ 时, $\left[\frac{k(k+1)}{80} \right] = 8$;

当 $k = 27$ 时, $\left[\frac{k(k+1)}{80} \right] = 9$;



当 $k = 28, 29$ 时, $\left[\frac{k(k+1)}{80} \right] = 10$;

当 $k = 30$ 时, $\left[\frac{k(k+1)}{80} \right] = 11$;

由上述讨论可知:

$$\begin{aligned} & \left[\frac{1 \times 2}{80} \right] + \left[\frac{2 \times 3}{80} \right] + \cdots + \left[\frac{29 \times 30}{80} \right] + \left[\frac{30 \times 31}{80} \right] \\ &= 0 \times 8 + 1 \times 4 + 2 \times 2 + 3 \times 3 + 4 \times 2 + 5 \times 2 + 6 \times 2 + 7 \times 1 + \\ & \quad 8 \times 2 + 9 \times 1 + 10 \times 2 + 11 \times 1 \\ &= 110 \end{aligned}$$

[例 7] 有一个算式, $\frac{A}{3} + \frac{B}{5} + \frac{C}{7} \approx 1.16$, 其中 A 、 B 、 C 均为自然数, 左式四舍五入得到右边的近似值 1.16。那么 A 、 B 、 C 分别代表哪几个自然数?



思路剖析

本题可以采用估值的方法先确定左边算式的精确值所在范围, 并且 1.16 是四舍五入得到的, 因此左边的值一定介于 1.155 与 1.164 之间。从而可以确定一个与 A 、 B 、 C 有关的等式, 再分析讨论 A 、 B 、 C 的具体数值, 这一步骤则通过 A 、 B 、 C 是自然数来求得。



解答

☆解法一: 由已知得

$$1.155 \leq \frac{A}{3} + \frac{B}{5} + \frac{C}{7} \leq 1.164$$

$$1.155 \leq \frac{35A + 21B + 15C}{105} \leq 1.164$$

$$121.275 \leq 35A + 21B + 15C \leq 122.22$$

由于 A 、 B 、 C 是整数, 所以 $35A + 21B + 15C$ 也是整数, 因此 $35A + 21B + 15C = 122$ 。

首先确定 A 的取值范围, 容易看出 A 最大只能取 3。否则若 $A = 4$, 则 $35 \times 4 = 140 > 122$ 。这说明 $A = 1, 2, 3$ 。





(1) 当 $A = 1$ 时, $21B + 15C = 122 - 35 = 87$, 解得 $B = 2, C = 3$ 。

(2) 当 $A = 2$ 或 3 时, 经试验此时方程无自然数解。

从而得 $A = 1, B = 2, C = 3$

☆解法二: 因为 $\frac{1}{3} \approx 0.333, \frac{1}{5} = 0.2, \frac{1}{7} \approx 0.143$

所以 $\frac{1}{3} + \frac{1}{5} + \frac{1}{7} \approx 0.676$

$$2 \times \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{5} + \frac{1}{7} \right) \approx 1.352$$

又 $0.676 < 1.16 < 1.352$, 所以 $\frac{A}{3} + \frac{B}{5} + \frac{C}{7}$ 至少包含一个 $\frac{1}{3} + \frac{1}{5} + \frac{1}{7} \approx 0.676$ 。

$1.16 - 0.676 = 0.484$, 而 $\frac{1}{5} + \frac{1}{7} < 0.484 < 2 \times \left(\frac{1}{5} + \frac{1}{7} \right)$,
 $\frac{1}{3} + \frac{1}{7} < 0.484 < 2 \times \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{7} \right)$, $0.484 - 0.343 = 0.141 \approx \frac{1}{7}$, 所以
 0.484 中至少包含一个 $\frac{1}{5} + \frac{1}{7} \approx 0.343$ 。

如果用 $\frac{1}{3} + \frac{1}{7} < 0.484 < 2 \times \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{7} \right)$, $0.484 - \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{7} \right) \approx$
 0.008 , 则误差较大, 应舍去。 $\frac{A}{3} + \frac{B}{5} + \frac{C}{7}$ 可由 $\frac{1}{3} + \frac{1}{5} + \frac{1}{7}, \frac{1}{5} + \frac{1}{7}, \frac{1}{7}$ 组成, 从而 $A、B、C$ 这三个数依次为 $1、2、3$ 。



点 津

本节易错点在于使用“放大缩小法”过程中, 不能做到“放缩”适度。如果取的位数少了, 范围太大, 无法确定; 如果取的位数多了, 计算量太大, 繁琐且没有必要。要想做到“放缩”适度, 我们需在实践中不断积累解题经验。比如对例题 2, 我们用了三次放缩法, 才得到符合题意要求的近似值。只有逐步试探, 逐步缩小范围, 才可以得到符合题意的近似值。



发散思维训练

1. 哥哥对弟弟说：“到 21 世纪的某一年，我的年龄的平方刚好是那年的年份数。”哥哥的出生年份是_____年。

2. $\frac{1}{\frac{1}{20} + \frac{1}{21} + \frac{1}{22} + \dots + \frac{1}{39}}$ 的整数部分是_____。

3. 已知 $A = \frac{12345678910111213141516171819}{91817161514131211101987654321}$ ， A 的小数部分的前三位数是_____。

4. $1.22 \times 8.03 + 1.23 \times 8.02 + 1.24 \times 8.01$ 的整数部分是_____。

5. 在下面的横线处分别填入两个相邻的整数，使不等式成立。

$$\underline{\hspace{2cm}} < \left(\frac{1}{11} + \frac{1}{12} + \frac{1}{13} + \dots + \frac{1}{20} \right) \times 5 < \underline{\hspace{2cm}}$$

6. 计算下式，精确到小数点后三位数的近似值。

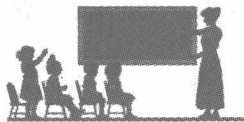
$$1357902468 \div 8642097531$$

7. 李军读一本书，如果每天读 80 页，需 4 天多读完，如果每天读 90 页，需 3 天多读完。现在，为使每天读的页数与读完的天数相等，则每天应该读多少页？

8. 有 30 个数： $1.64, 1.64 + \frac{1}{30}, 1.64 + \frac{2}{30}, \dots, 1.64 + \frac{29}{30}$ ，如果取每个数的整数部分（例如 1.64 的整数部分是 1， $1.64 + \frac{29}{30}$ 的整数部分是 2），并将这些整数相加，那么其和等于多少？

9. 下列是经过四舍五入得到的一个式子： $\frac{1}{A} + \frac{1}{B} + \frac{1}{C} \approx 0.658$ ，其中 A 、 B 、 C 分别代表三个一位的自然数，求 A 、 B 、 C 代表的三个自然数分别是多少？





第2讲 二进制与十进制

家教导航

知识网络

所谓数的进位制，指的是记载数目的一种规则。世界上大多数地区和民族均采用的是十进制计数法。在十进制计数法中，采用0、1、2、3、4、5、6、7、8、9这10个数字表示任何十进制数，它遵循的原则是“逢十进一，退一当十”，任何一个十进制数 N 都可以表示为： $N = a_m \times 10^m + a_{m-1} \times 10^{m-1} + a_{m-2} \times 10^{m-2} + \cdots + a_2 \times 10^2 + a_1 \times 10 + a_0$ ，其中 $a_m, a_{m-1}, a_{m-2}, \cdots, a_2, a_1, a_0$ 都只能取0, 1, 2, \cdots , 9中的数字，简记为 $N = (a_m a_{m-1} a_{m-2} \cdots a_2 a_1 a_0)_{10}$ 。

类似的，对于在现代计算机运算技术中采用的二进制计数法，我们有以下的说明：在二进制计数法中，采用0和1这两个数字表示任何二进制数，它遵循“逢二进一，退一当二”的原则。同样，任何一个二进制数 N 都可以表示为： $N = a_m \times 2^m + a_{m-1} \times 2^{m-1} + a_{m-2} \times 2^{m-2} + \cdots + a_2 \times 2^2 + a_1 \times 2 + a_0$ ，其中 $a_m, a_{m-1}, a_{m-2}, \cdots, a_2, a_1, a_0$ 都只能取0或1，我们简记为 $N = (a_m a_{m-1} a_{m-2} \cdots a_2 a_1 a_0)_2$ 。

重点·难点

二进制的四则运算是本讲的难点，它遵循“逢二进一，退一当二”的原则。这就要将它与十进制区分开来，利用二者的类似点进行计算。本讲的重点在于这两种进制数之间的互换，如何选择合适的方法是关键。

学法指导

(1) 二进制数转化成十进制数：通过下式 $N = (a_m a_{m-1} \cdots$

