

刘慈群

渗流力学论文集

刘慈群 著



石油工业出版社

刘慈群渗流力学论文集

刘慈群 著

石油工业出版社

内 容 提 要

全书收集刘慈群先生一生研究和探索的渗流力学学术论文共 78 篇。
本书适合油田开发研究人员及工程技术人员参考使用。

图书在版编目 (CIP) 数据

刘慈群渗流力学论文集/刘慈群著.
北京:石油工业出版社,2010.11
ISBN 978-7-5021-8061-4

I. 刘…
II. 刘…
III. 渗流力学-文集
IV. 0357.3-53

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2010) 第 192537 号

出版发行:石油工业出版社
(北京安定门外安华里 2 区 1 号 100011)
网 址:www.petropub.com.cn
发行部:(010) 64523620
经 销:全国新华书店
印 刷:保定彩虹印刷有限公司

2010 年 11 月第 1 版 2010 年 11 月第 1 次印刷
787×1092 毫米 开本:1/16 印张:28.5
字数:730 千字 印数:1—1000 册

定价:98.00 元
(如出现印装质量问题,我社发行部负责调换)
版权所有,翻印必究

作者简介



刘慈群 (1930—2010)

刘慈群，男，汉族，1930年1月生于江苏省仪征市，1952年毕业于清华大学物理系，同年进入北京地质学院工作，1957年考取中国科学院力学研究所钱伟长先生的研究生。1960年冬在中国科学院兰州地质所成立了渗流力学研究室，刘慈群先生与郭尚平、李永善、黄延章等同志一起承担并完成了石油工业部的多项科研任务，尤其是他参加了大庆油田开发工作组，完成了萨尔图中区开发研究设计中的渗流研究和计算任务。由于一些原因，1967年中国科学院力学研究所渗流研究组解散，为了能够继续从事渗流力学研究，刘慈群先生先后工作于国家地震局兰州地震大队、中国科学院兰州冰川冻土研究所等，直至20世纪80年代初中国科学院兰州渗流力学研究室重建。1987年中国科学院渗流流体力学研究所成立并迁至河北省廊坊市，自此刘慈群先生一直在渗流力学研究所工作，1992年退休。

刘慈群先生一生从事渗流力学科研和教学工作，在国内外学术期刊上发表研究论文约160余篇。他治学严谨，思想活跃，先后培养了二十余名优秀的硕士、博士研究生；在研究工作中取得多项科研成果，其中“非均质油田开发水动力学计算方法”达到国际先进水平；“双重介质二相渗流理论”先后获得石油科技成果一等奖和国家自然科学三等奖；“碱水驱数值模拟”获得中国科学院科技进步一等奖；“砂岩油藏数值模拟技术研究与应用”项目获得部级科技进步一等奖。

刘慈群先生曾获得“优秀共产党员”、“优秀研究生导师”、“先进科技工作者”、“有突出贡献的科学家”、“石油工业有突出贡献科技专家”等荣誉称号，及至晚年仍然积极为渗流力学人才的培养做着贡献，2008年获得中国科学院研究生院的“杰出贡献教师奖”。

2010年4月7日22时18分，刘慈群先生在中国石油天然气管道中心医院因病逝世，享年80岁。

(刘曰武 撰稿)

前 言

公元 2010 年 4 月 7 日，刘慈群先生因病辞世，享年 80 岁。

刘慈群先生是国内外著名的渗流力学专家，中国地下渗流力学的学术奠基人和拓荒者之一。他为人坦诚，严谨治学，勤于耕耘，将一生都献给了他所钟爱的科学事业。他的离去是中国优秀博士生导师的伤逝！是中国渗流力学学术泰斗的陨落！是中国学术界的损失！

慈群先生 1952 年毕业于清华大学物理系，1956 年开始发表渗流力学方面的学术论文。20 世纪 50 年代是地下不定常渗流基础理论的全面发展和应用的时代，那时的地下渗流力学被称为“地下流体力学”或“地下水动力学”。中国学者对于地下渗流理论的研究在 20 世纪 50 年代中期刚刚起步，学术著作寥寥无几。曾有前苏联学者克利门托夫（Климентов П П，1957）认为：“在地下水动力学方面，中国学者所写的近代科学著作，据我们所知仅有两篇：（1）‘隔水层倾斜时计算潜水均匀运动的新方法’——张忠胤（1956）及（2）‘土坝上垂直排水设备的渗漏计算’——陈继生（1955）”。然而，在 1956—1960 年期间，时任北京地质学院教师的慈群先生相继发表了“根据注水实验资料计算渗透系数的新公式（1956）”、“地下水在各向异性的含水层中向完整井流动的规律及其应用（1957）”、“在透水性沿着水平方向急剧变化的岩层中地下水向完整井流动的研究（1958）”、“在均匀各向异性的孔隙介质中，地下水向不完整井流动的研究（1959）”、“双层土河间地块中潜水的流动公式（1960）”等数十篇探索性的学术论文，积极开拓了中国地下渗流力学研究的新天地。其中，像“在均匀各向异性的孔隙介质中，地下水向不完整井流动的研究（1959）”一文中所采用的点汇积分解法，就是置于现在也是先进的，能够用于解决如分形介质、水平井、水力压裂井等较为复杂的渗流问题（Ozkan 和 Raghavan，1991；李凡华，1997，王晓冬，1998；王晓冬等，2010）。显然，这些研究方法和研究结果对于我国渗流力学的发展起到了奠基性的作用。

在 1960 年以后，随着大庆油田的发现，中国石油开发的热潮渐然兴起，慈群先生的学术研究开始偏重于地下油气渗流力学。作为流体力学的一个分支，地下渗流力学为油气田开发提供理论和分析方法，这诚如陈钟祥先生后来所言，“渗流力学是认识油气藏、高效开发油气藏及改造油气藏的科学基础和重要工具

(陈钟祥 1981)”，慈群先生早已洞悉此意，以一篇“液体在不均质双层油层中不稳定一维渗流问题 (1963)”为开端，辛勤耕耘、不辍努力，相继取得了一系列的研究进展。在中国力学学会举行的全国第一次流体力学学术讨论会 (1963 年 10 月，上海) 上，慈群先生在入选的 13 篇渗流理论方面的学术论文中就有第一作者论文 3 篇，第二作者 3 篇，其学术造诣令人瞩目。其中“行列注水时非均质油田开发过程的水动力学计算 (郭尚平、刘慈群，1963，1964)”和“面积注水时非均质油田开发过程的水动力学计算方法 (刘慈群、郭尚平，1963)”两篇学术论文“比当时的国外方法更精确更简便，对大庆等油田开发前期的渗流计算起了重要作用 (唐廷友，1999)。”

在 20 世纪 70 年代末期，慈群先生开始探索多层介质和多重介质渗流方面的问题，相关研究一直持续了三十余年，几乎每年都有新作见刊。他的“三重介质弹性渗流方程组的精确解 (刘慈群，1981)”透彻演绎了三重介质渗流的数学模型和基本特征，得到了钱伟长先生的评荐，具有时代领先水平；他与陈钟祥先生合作完成的“双重孔隙介质中二相驱替理论 (陈钟祥、刘慈群，1980)”后来获得石油工业部科技成果一等奖和国家自然科学三等奖；他与郭尚平先生合作完成的“多重介质渗流研究进展”一文 (刘慈群、郭尚平，1982)，不仅扼要评价了当时国内外对于多重介质渗流理论的研究状况，而且还明确指出：“多重介质非线性渗流和物理化学渗流是一个很有发展前途的研究领域，应组织力量加强基础研究和物理模拟研究，应重视多重介质渗流理论在油气田和地下水开发等生产实际应用的研究和应用。”这样前瞻性的建议在今天仍然是有积极意义的，目前我国对于裂缝—溶洞性的多重介质碳酸盐岩油田开发规律的深入认识仍然是急需的，国家“973”、“油气重大专项”中都设置了相关研究课题，但是研究仍未取得突破性进展。

进入 20 世纪 80 年代以后，慈群先生敏锐地感觉到了化学驱油的发展和重要性，着手研究了一系列机理性的化学溶液渗流问题，相继发表了“碱水驱油集中型数学模型 (刘慈群、杨玠，1982)”、“化学溶液渗流的吸附问题 (刘慈群，1983)”、“溶液渗流时吸附问题的特征线解 (刘慈群，1984)”、“碱水驱油数学模拟 (刘慈群、沃绍昌，1986)”、“表面活性剂在油层中的渗流损失 (刘慈群，1987)”、“表面活性剂在油层中渗流损失的数值模拟 (刘慈群、杨玠，1989)”等一系列研究论文，深刻揭示了化学驱油过程中的一些重要机理并给出了相应的定量评价方法，为此他获得了中国科学院科技进步一等奖。在国内，慈群先生较早地采用了特征线方法求解化学溶液多组分驱替问题，这与学科的发展不谋而合，后来国内外许多学者都普遍应用这类方法分析化学驱油方面的

问题 (Green 和 Willhite, 1998), 这充分体现了我国学者追求科学发展前沿性的学术意识。

水平井采油的热潮再度兴起对 20 世纪 80 年代中后期和 90 年代渗流力学的发展产生了巨大的影响, 慈群先生是我国最先发表水平井渗流理论研究论文的学者 (刘慈群, 1991)。业内人士熟知, 一般普通完善直井引起油气储层发生一维平面径向渗流, 水力压裂直井引起二维渗流, 而水平井则引起比较复杂的三维渗流。对于二维和三维渗流问题的解析求解需要动用多重积分变换等高等数理方法。慈群先生以其深厚数学物理功底, 常常能够化繁为简、深入浅出。他采用影响椭圆的方法求解复杂的有限导流垂直裂缝井非牛顿流体不定常耦合渗流问题, 给出了简洁的解析解式 (刘慈群, 1990), 清晰展现了渗流规律和表现特征。这种方法还被他的学生们用于解决更复杂的水力压裂井、水平井两相渗流问题和低渗透储层中的非线性两相渗流问题 (刘曰武, 1997; 邓英尔, 1999; 宋付权, 1999), 取得了一些颇具特色的研究成果。

慈群先生一生追求科学, 淡泊名利, 从无怨悔, 堪为老一辈优秀科学家的典范。据不完全统计, 他先后发表第一作者学术论文 110 余篇, 这些著述不仅篇章锦绣而且文风严谨, 其中不乏领域开山之作。他特别注重渗流力学数学模型的建立和应用, 因为他深知“一门科学只有当它达到了能够成功地应用数学时, 才算发展了 (马克思语; 拉法格, 1954)”。慈群先生在这方面的科研成就卓著, 让后人难以望其项背, 远不止这篇短文所能概括的。

慈群先生晚年安居廊坊, 与弟子们常有鱼雁往来, 尺牍间不是问题探讨就是研究建议, 他人书虽老但学术思维活跃, 短短数语常常让人茅塞顿开、受益匪浅。他平日里生活粗茶淡饭, 谈笑间唯学术探讨最为乐道而少有闲言碎语。他对年轻人的积极进取总是充满爱意的。笔者 1995 年心境不好无意上进, 从不喜欢造访他人的慈群先生竟亲临寒舍, 谆谆教诲并推荐笔者求学, 至今还清晰记得他朴素慈祥的语音: “……青年人要知道学无止境啊, 学会文武艺, 才好献于国和家呀; 学术不可贪多, 正所谓伤其十指不如断其一指, 继续把你的水平井渗流做深做透, 你看好么……。”

而今, 一代大师乘鹤西去, 怎能不令人扼腕痛惜!

伟哉! 先生, 高山有灵当为之肃穆! 河水有知当为之呜咽!

身正是范, 无言长忆, 高风亮节勉励我辈踏踏实实求是, 方方正正树人。

王晓冬

2010 年 5 月于中国地质大学 (北京)

目 录

01 根据注水实验资料计算渗透系数的新公式	(1)
02 地下水在各向异性的含水层中向完整井流动的规律及其应用	(5)
03 在透水性沿着水平方向急剧变化的岩层中地下水向完整井流动的研究	(10)
04 渗透系数对油井产量影响的计算公式	(20)
05 在半无限双层含水层中排水管列的渗流计算	(25)
06 双层土河间地块中潜水的流动公式	(33)
07 液体在不均质双层油层中不稳定一维渗流问题	(36)
08 非均质油田开发过程中的水动力学计算方法	(49)
09 在半无限双层土中有入渗时潜水向排水管列的渗流	(64)
10 饱水土层的一维压密问题	(72)
11 多层越流问题	(79)
12 关于地下热应力波的传播问题	(81)
13 含弱渗透夹层的有限封闭油层中的弹性渗流问题	(88)
14 双重孔隙介质中二相驱替理论	(93)
15 含水层中对流—扩散传热问题	(104)
16 三重介质弹性渗流方程组的精确解	(108)
17 双重介质非线性渗流	(114)
18 双重介质中弹性渗流方程组的近似解	(119)
19 地下水径向非稳定运动问题的近似解	(123)
20 多重介质渗流研究进展	(133)
21 非牛顿流体弹性径向渗流近似解	(138)
22 非牛顿流体的注入量公式	(143)
23 非线性扩散方程的近似解	(147)
24 碱水驱油集中型数学模型	(150)
25 有起始比降固结问题的近似解	(155)
26 关于计算渗流力学问题	(158)
27 用数值反演研究多重介质不完善井的压力变化性质	(163)
28 化学溶液渗流的吸附问题	(169)

29	三重介质轴对称二维不定常渗流的精确解	(173)
30	轴对称二维定常和不定常渗流	(180)
31	非线性渗流数值模拟	(188)
32	碱水二维渗流的对流模型	(194)
33	溶液渗流时吸附问题的特征线解	(199)
34	在裂隙含水层中水质运移的集中型模型	(203)
35	有弥散和吸附的径向渗流数值模拟	(207)
36	地下水在粘弹性含水层系中不定常渗流	(213)
37	碱小驱油数学模拟	(220)
38	裂缝性地层中水质对流模型	(228)
39	溶质输运问题的数值反演解	(232)
40	表面活性剂在油层中的渗流损失	(240)
41	垂直裂缝地层中流体的渗流	(243)
42	地下水在粘弹性含水层系中的越流	(248)
43	化学输运问题及其数值模拟方法	(254)
44	均匀流场中二维扩散方程的解析解	(260)
45	地下水水质球向输运问题的近似解	(264)
46	非牛顿幂律流体球向不定常渗流	(268)
47	用有限解析差分格式数值求解化学输运方程	(273)
48	底水灰岩油藏中不完善井的压力动态	(277)
49	表面活性剂在油层中渗流损失的数值模拟	(283)
50	垂直裂缝井非牛顿流体试井分析	(288)
51	非牛顿流体管内不定常流的解析解	(293)
52	石油磺酸盐损耗实验数据的拟合	(301)
53	幂律非牛顿流体渗流	(304)
54	双重孔隙介质中垂直裂缝井的试井分析方法	(310)
55	在双重孔隙介质中有限导流垂直裂缝井的非牛顿流体试井分析方法	(316)
56	有吸附的径向弥散问题	(322)
57	双重介质中二维不定常渗流	(327)
58	双重孔隙介质中水平井试井分析方法	(332)
59	水平井流量公式	(340)
60	水平井瞬时压力动态分析	(342)
61	双渗透介质中二维不定常渗流	(349)

62 重质、高粘油试井分析方法 (358)

63 水平井两相渗流 (364)

64 水平井水驱开发极限产量问题 (368)

65 粘弹性溶液的不定常渗流 (374)

66 Bingham 非牛顿幂律流体渗流的瞬时流量 (378)

67 裂缝井水、油两相渗流 (384)

68 双重孔隙介质中水平井两相渗流 (388)

69 垂直裂缝井的各类试井方法综述 (393)

70 非牛顿流体的广义 Maxwell 模型及其解 (397)

71 双渗透介质中轴对称二维不定常渗流 (401)

72 水平井的产能及试井分析公式 (409)

73 分维油藏压力动态特征 (415)

74 环空套管内粘弹性流体 (418)

75 聚合物溶液多维定常渗流 (423)

76 各向异性介质中水驱油特征 (426)

77 矩形双重介质中垂直裂缝井弹性开发分析 (434)

78 有弥散和吸附的椭圆渗流 (439)

吉林斯基认为水从直径为 d 的圆井试坑中的渗流（非平面流）与从宽度 $b=d$ 的渠道中的砂层（平面流）有本质上是相似的，同时也证明了可以用水动力网表示水从试坑中渗流的情景以及根据水动力网求出水动力网各要素。

总称，吉林斯基根据水从渠道中渗流的流体力学解答与水从试坑中渗流的水动力网作图等效的比拟，得出根据试坑实验的资料计算砂土及重砂土的渗透系数的公式：

$$K = \frac{1}{2} \frac{Q}{\pi h} \frac{1}{\epsilon} \tag{1}$$

- 式中 K ——渗透系数，m/昼夜；
 Q ——供应的液体流量，L/min；
 ϵ ——快于 $H + h_0$ 及 d 的系数，其值可由表 1 查得；
 H ——试坑中水坑高，m；
 h_0 ——毛细上升高度，m；
 d ——试坑直径，m。

表 1 对应于试坑不同的直径，系数 ϵ 的数值

$d \times h_0$	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
1.00	0.99	0.98	0.97	0.96	0.95	0.94	0.93	0.92	0.91	0.90	0.89	0.88	0.87	0.86	0.85	0.84	0.83	0.82	0.81	0.80	0.79
0.5	1.12	1.38	1.65	1.92	2.20	2.48	2.75	3.03	3.30	3.58	3.85	4.12	4.39	4.66	4.93	5.20	5.47	5.74	6.01	6.28	6.55
0.30	1.78	2.14	2.51	2.87	3.24	3.61	3.97	4.34	4.71	5.08	5.45	5.82	6.19	6.56	6.93	7.30	7.67	8.04	8.41	8.78	9.15

01 根据注水实验资料计算 渗透系数的新公式

刊于《水力发电》，第 11 期，18~20，1956

摘要：吉林斯基考虑了水从试坑中渗流的实际景象，运用了流体力学和动力网的方法，得出了计算渗透系数的公式和方法。本文在其基础上根据因次（量纲）分析定律，求出根据注水实验资料计算渗透系数 K 的公式。结合应用实例得出计算任何条件下的渗透系数的解析公式。

关键词：渗透系数 解析解 动力网 注水实验资料

根据试坑注水实验资料计算未饱水砂土及压砂土的渗透系数，对水工建筑物和灌溉渠道的设计具有重要意义。然而在实践中通常采用的方法，由于过分简化了实际渗流情况以及运用了简单的水力学方法，因而计算的结果与实际情况相差甚远：如鲍尔迭列夫方法没有考虑水向两侧的溢流，因而根据该方法计算大颗粒砂土的渗透系数所造成的误差大概等于 300%；涅斯捷诺夫方法没有考虑渗透水流中间部分的扩张；而捷里索夫方法没有根据水流运动的一般特性而是根据假设等。

吉林斯基考虑了水从试坑中渗流的实际景象，运用了流体力学和动力网的方法，得出了计算渗透系数的公式和方法。

吉林斯基认为水从直径为 d 的圆柱试坑中的渗流（非平面流）与从宽度 $b = d$ 的渠道中的渗流（平面流）在本质上是相似的。同时他又证明了可以用水动力网表示水从试坑中渗流的情景以及根据水动力网求出渗流各要素。

这样，吉林斯基根据水从渠道中渗流的流体力学解答与水从试坑中渗流的水动力网作图解答的比较，得出根据试坑实验的资料计算砂土及亚砂土的渗透系数的公式：

$$K = \xi Q \tag{1}$$

式中 K ——渗透系数，m/输液；

Q ——稳定的渗流流量，L/min；

ξ ——决定于 $H + h_k$ 及 d 的系数，其值可由表 1 查得；

H ——试坑中水位高，m；

h_k ——毛细上升高度，m；

d ——试坑直径，m。

表 1 对应于试坑不同的直径，系数 ξ 的数值

$H + h_k$	30 cm	31 cm	32 cm	33 cm	34 cm	35 cm	36 cm	37 cm	38 cm	39 cm	40 cm	41 cm	42 cm	43 cm	44 cm	45 cm	46 cm	47 cm	48 cm	49 cm	50 cm
1.00	1.06	1.03	1.00	0.97	0.94	0.91	0.88	0.86	0.84	0.82	0.80	0.77	0.76	0.74	0.72	0.70	0.69	0.67	0.66	0.64	0.63
0.95	1.12	1.08	1.05	1.02	0.99	0.96	0.95	0.90	0.88	0.86	0.84	0.81	0.79	0.78	0.76	0.74	0.72	0.71	0.69	0.67	0.66
0.90	1.18	1.14	1.11	1.07	1.04	1.01	0.98	0.95	0.93	0.90	0.88	0.86	0.84	0.82	0.80	0.78	0.76	0.74	0.73	0.71	0.70

$H + h_k$	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
cm	cm	cm	cm	cm	cm	cm	cm	cm	cm	cm	cm	cm	cm	cm	cm	cm	cm	cm	cm	cm	cm
0.85	1.25	1.21	1.17	1.14	1.10	1.07	1.04	1.01	0.98	0.95	0.93	0.91	0.88	0.86	0.84	0.82	0.80	0.79	0.77	0.75	0.73
0.80	1.33	1.28	1.24	1.20	1.17	1.13	1.10	1.07	1.04	1.01	0.99	0.96	0.94	0.91	0.89	0.87	0.85	0.83	0.81	0.79	0.77
0.75	1.41	1.37	1.32	1.28	1.24	1.20	1.17	1.14	1.10	1.08	1.05	1.02	1.00	0.97	0.95	0.92	0.90	0.88	0.86	0.84	0.82
0.70	1.51	1.46	1.41	1.37	1.33	1.29	1.25	1.21	1.18	1.15	1.12	1.09	1.06	1.03	1.00	0.98	0.96	0.93	0.91	0.89	0.87
0.65	1.62	1.57	1.52	1.47	1.42	1.38	1.34	1.30	1.26	1.23	1.19	1.16	1.13	1.10	1.07	1.05	1.02	1.00	1.98	0.95	0.93
0.60	1.75	1.67	1.64	1.59	1.54	1.49	1.44	1.40	1.36	1.32	1.28	1.25	1.21	1.18	1.15	1.12	1.10	1.07	1.05	1.02	1.00
0.55	1.90	1.84	1.78	1.72	1.66	1.61	1.56	1.51	1.46	1.42	1.38	1.35	1.31	1.28	1.25	1.22	1.18	1.15	1.13	1.10	1.07
0.50	2.08	2.00	1.93	1.87	1.80	1.75	1.70	1.64	1.60	1.55	1.51	1.47	1.43	1.39	1.35	1.31	1.28	1.25	1.22	1.19	1.16
0.45	2.28	2.20	2.12	2.05	1.98	1.92	1.87	1.81	1.75	1.70	1.64	1.60	1.55	1.51	1.47	1.43	1.40	1.35	1.33	1.29	1.27
0.40	2.53	2.44	2.36	2.28	2.20	2.12	2.05	1.99	1.92	1.87	1.81	1.76	1.71	1.66	1.62	1.58	1.54	1.50	1.45	1.42	1.38
0.35	2.84	2.73	2.63	2.53	2.45	2.37	2.29	2.22	2.14	2.09	2.02	1.97	1.90	1.85	1.80	1.75	1.70	1.65	1.61	1.57	1.53
0.30	3.22	3.09	2.99	2.88	2.78	2.69	2.59	2.50	2.42	2.34	2.27	2.20	2.13	2.07	2.01	1.96	1.91	1.86	1.81	1.76	1.72
0.25	3.74	3.58	3.44	3.31	3.19	3.08	2.97	2.87	2.77	2.69	2.60	2.53	2.45	2.38	2.31	2.24	2.17	2.11	2.05	1.99	1.94
0.20	4.42	4.23	4.07	3.92	3.78	3.64	3.50	3.37	3.24	3.13	3.03	2.93	2.84	2.75	2.67	2.59	2.52	2.45	2.38	2.31	2.26
0.15	5.39	5.15	4.94	4.75	4.56	4.40	4.24	4.09	3.94	3.80	3.67	3.53	3.41	3.29	3.18	3.08	2.99	2.89	2.81	2.73	2.65
0.10	6.93	6.61	6.30	6.04	5.78	5.56	5.33	5.15	4.94	4.75	4.60	4.45	4.28	4.13	3.99	3.84	3.71	3.58	3.47	3.36	3.25

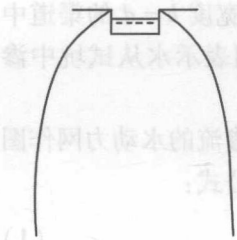


图1 注水实验

例如，注水实验资料：试坑直径 $d = 0.40\text{m}$ ，试坑中水位高 $H = 0.15\text{m}$ ，毛细上升高度 $h_k = 0.25\text{m}$ ，稳定的渗流流量 $Q = 0.8\text{L/min}$ ，求土的渗透系数（图1）。

已知 $H + h_k = 0.15 + 0.25 = 0.40\text{m}$ 。从表1查得对应于 $d = 0.40\text{m}$ 的 $\xi = 1.81$ ，代入式（1）得：

$$K = 1.81 \times 0.8 = 1.45\text{m/输液}$$

作者根据因次（量纲）分析定律，求出根据注水实验资料计算渗透系数 K 的公式。从理论的分析 and 实验的研究知道从试坑中稳定的渗流流量 Q 与试坑的直径 d 、未饱和水土的渗流系数 K 、试坑中的水位高 H 以及毛细上升高 h_k 等因素（量）有关。将上述关系写成函数的形式：

$$Q = f(K, d, H + h_k) \sim K^\alpha \cdot d^\beta \cdot (H + h_k)^\gamma \tag{2}$$

上述因素（量）的因次各为：

$$[Q] = [L^3 T^{-1}]; [K] = [L T^{-1}]; [d] = [L]; [H + h_k] = [L]$$

因而式（2）的因次方程为：

$$[L^3 T^{-1}] = [L T^{-1}]^\alpha \cdot [L]^\beta \cdot [L]^\gamma = [L_{\alpha+\beta+\gamma}] \cdot [T^{-\alpha}]$$

根据因次一致的原则，即 $[T]$ ， $[L]$ 的幂必须相等，可得：

$$\begin{cases} \alpha + \beta + \gamma = 3 \\ -\alpha = -1 \end{cases}$$

解得：

$$\alpha = 1; \beta = 2 - \gamma$$

将 α, β 的值代入式 (2) 得：

$$Q = K \cdot d^{2-\gamma} \cdot (H + h_k)^\gamma = K \cdot d^2 \cdot \left(\frac{H + h_k}{d} \right)^\gamma \quad (3)$$

将式 (3) 变化成无因次方程为：

$$\frac{K \cdot d^2}{Q} = f\left(\frac{H + h_k}{d}\right)^\gamma \quad (4)$$

从式 (4) 显然可得：

$$K = \xi \cdot Q \quad (1')$$

式中, $\xi = \frac{1}{d^2} \cdot f\left(\frac{H + h_k}{d}\right)$, 函数 f 的形式需用实验资料求得, 式 (1') 即为吉林斯基根据流体力学方法所得的式 (1)。

从式 (4) 可知, 如以 $(H + h_k) / d$ 为横坐标、 Kd^2 / Q 为纵坐标作图, 则实验结果一定落在一条直线上。

作者根据表 1 的资料整理后, 作 $(H + h_k) / d \sim Kd^2 / Q$ 图, 发现实验点落在一条曲线上, 如图 2 所示。

为了求出 f 函数的具体形式, 作者根据吉林斯基的资料作成表 2。根据表 2 所列资料作图得出图 3。

$$\lg \frac{Q}{\frac{\pi}{4} d^2 K} = m \cdot \lg \left(\frac{H + h_k}{d} \right) + \lg C \quad (5)$$

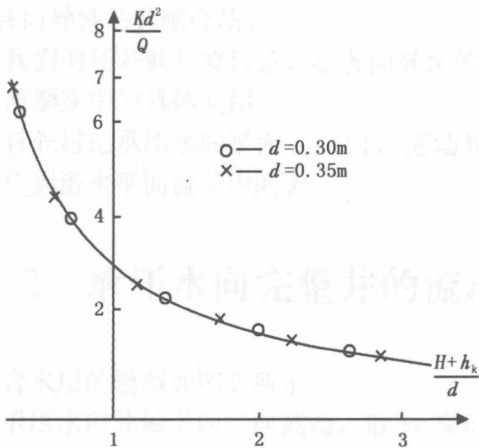


图2 $(H + h_k) / d \sim Kd^2 / Q$

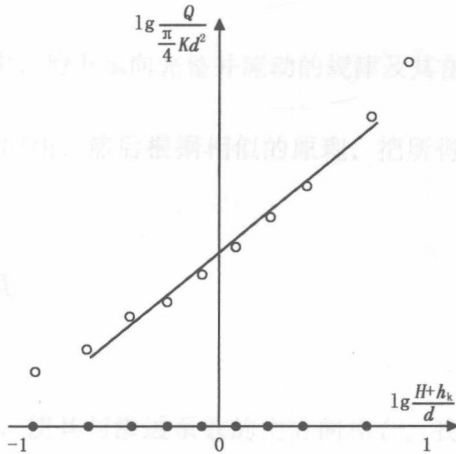


图3 由表 2 资料绘制图

从图 3 知:

$$m = \frac{1.02}{1.22} = 0.835, \lg C = 0.83$$

因而式 (5) 可写成:

$$\lg \frac{Q}{\pi d^2 K/4} = m \cdot 6.75 \cdot \left(\frac{H + h_k}{d} \right)^{0.855} \tag{6}$$

将式 (6) 化简得求渗透系数的解析公式:

$$K = \frac{1}{5.30 \times d^2} \cdot \left(\frac{H + h_k}{d} \right)^{-8.55} \cdot Q \tag{7}$$

显然, 根据式 (7) 可以求任何情况下的渗透系数。

表 2 $\lg \frac{H + h_k}{d}$ 和 $\lg \frac{Q}{\pi d^2 K/4}$ 关系表

$\lg \frac{H + h_k}{d}$	0.926	0.758	0.565	0.420	0.246	0.090	0.952 - 1	0.768 - 1	0.589 - 1	0.384 - 1	0.128 - 1
$\lg \frac{Q}{\pi d^2 K/4}$	1.766	1.508	1.324	1.662	1.012	0.873	0.745	0.612	0.55	0.588	0.270

02 地下水在各向异性的含水层中向完整井流动的规律及其应用

刊于《水文地质工程地质》，第二期，21~23，1957

摘要：本文讨论了在各向异性的含水层中，地下水向完整井流动的规律及其在水文地质勘察中的具体应用。首先讨论承压水的平面（二向）流动规律及其应用，然后根据相似的原理，把所得结论推广到潜水平面流动中间去。

关键词：各向异性 承压水的流动规律 渗透系数 二向平面流动

一、引言

含水层的透水性，在有些情况，具有方向性。这是由于形成含水层的裂隙发育程度在各个（水平）方向不同所引起的。因而表征含水层透水性的渗透系数也将随着水流方向的不同而改变。

我们假定含水层的透水性是连续变化的，即由最大逐渐变到最小或者相反，这就是说，假如以向量表示渗透系数（向量的方向表示水流的方向，大小表示渗透系数的数值），那么任一点的渗透系数变化的情况，将由连结向量端点所形成的椭圆清晰的表示出来（见图1）。

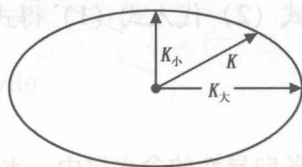


图1 渗透系数变化图示

渗透系数最大和最小的方向称为主方向，即裂隙发育程度最好或最坏的方向。这样的含水层称为各向异性的含水层（或各向异性的孔隙介质）。

我们的任务就是要讨论，在各向异性的含水层中，地下水向完整井流动的规律及其在水文地质勘察中的具体应用。

首先讨论承压水的平面（二向）流动规律及其应用，然后根据相似的原理，把所得结论推广到潜水平面流动中间去。

二、承压水向完整井的流动规律

含水层的模型如图2所示。

承压水向井做平面二向流动。取 xy 直角坐标系，使其与渗透系数的主方向相合。我们认为，承压水的流动遵循水流的连续性方程和现行达尔西定律，见式（1）和式（2），即：

$$\frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_y}{\partial y} = 0 \quad (1)$$

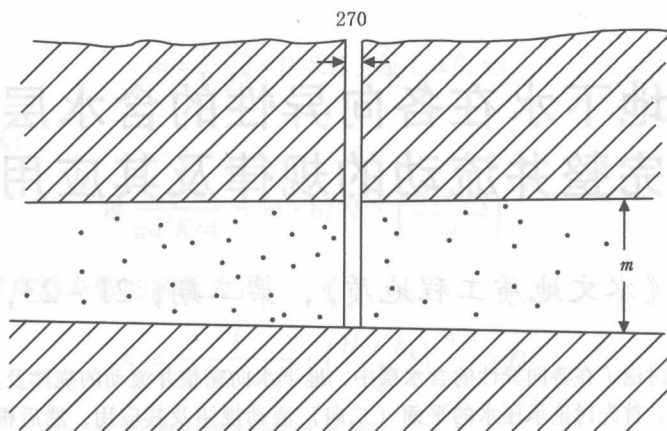


图2 地质模型图示

$$v_x = -K_x \frac{\partial h}{\partial x}, \quad v_y = -K_y \frac{\partial h}{\partial y} \quad (2)$$

式中 v_x ——渗透速度向量在 x 方向投影；

v_y ——渗透速度向量在 y 方向投影；

K_x ——在 x 方向的渗透系数（最大）；

K_y ——在 y 方向的渗透系数（最小）；

h ——测压水头。

将式（2）代入式（1）得式（3）：

$$\frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + \frac{K_y}{K_x} \cdot \frac{\partial^2 h}{\partial y^2} = 0 \quad (3)$$

在各向异性的含水层中，水头函数不再满足拉普拉斯方程式，但经过坐标变换，如令：

$$\xi = x, \quad \eta = \sqrt{\frac{K_x}{K_y}} y = \lambda \cdot y$$

则式（3）转换为拉普拉斯方程式[见式（4）]：

$$\frac{\partial^2 h}{\partial \xi^2} + \frac{\partial^2 h}{\partial \eta^2} = 0 \quad (4)$$

因而式（3）的解就是式（4）的解。根据所给问题的运动条件（含水层的各向异性只改变水流的动力特性，而不改变其运动特性，因此水流仍然是径向流动），式（4）的解为：

$$h = D \cdot \ln r + C = D \cdot \ln \sqrt{\xi^2 + \eta^2} + C = D \cdot \ln \sqrt{x^2 + \lambda^2 y^2} + C \quad (5)$$

根据式（5）渗透速度向量分量为：

$$v_x = -K_x \frac{\partial h}{\partial x} = -K_x \frac{D \cdot x}{\sqrt{x^2 + \lambda^2 y^2}}$$

$$v_y = -K_y \frac{\partial h}{\partial y} = -K_y \frac{D \cdot y}{\sqrt{x^2 + \lambda^2 y^2}}$$

且满足关系式 (6):

$$\frac{v_x}{x} = \frac{v_y}{y} \quad (6)$$

式 (5) 表示测压水头分布规律, 已知在各向异性的含水层中, 等水头线的计算见式 (7):

$$x^2 + \lambda^2 y^2 = e^{(\frac{h}{b} - \frac{h_0}{b})} = \text{常数} \quad (7)$$

从式 (7) 可以看出, 等水头线是一簇椭圆线 (见图 3)。

从式 (6) 可知, 流线是一簇向原点 (井) 汇集的直线 (见图 3), 即水流做径向流动。并知沿着流线的渗透速度:

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = K_x \frac{D \sqrt{x^2 + y^2}}{x^2 + \lambda^2 y^2}$$

用极坐标 ($x = r \cos \theta$, $y = r \sin \theta$) 来表示渗透速度, 则上式转换为 [见式 (8)]:

$$v = K_x \frac{D \cdot r}{r^2 \cos^2 \theta + \lambda^2 r^2 \sin^2 \theta} = K_x \frac{D}{r [1 + (\lambda^2 - 1) \sin^2 \theta]} \quad (8)$$

现在求常数 D : 以原点为中心做一半径为 r 的圆, 因为流线是汇集于原点的直线, 则通过半径为 r , 高度为 m 的圆柱面的流量为:

$$q = \int m v dS = \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi/2} v \cdot m \cdot r d\theta = 4 \int_0^{\pi/2} v \cdot m \cdot r d\theta$$

由式 (8) 将 v 值代入上式, 经过积分后得

$$q = 4 \int_0^{\pi/2} \frac{K_x \cdot D \cdot m}{1 + (\lambda^2 - 1) \sin^2 \theta} d\theta = 2\pi \sqrt{K_x K_y} D \cdot m$$

因此

$$D = \frac{q}{2\pi \sqrt{K_x K_y} m}$$

从而式 (5) 为 [见式 (9)]:

$$h = \frac{q}{2\pi \sqrt{K_x K_y} m} \ln \sqrt{x^2 + \lambda^2 y^2} + C \quad (9)$$

从式 (9) 可得沿着主方向上的水头分布规律 (即令 $y = 0$, 得 h_x , 令 $x = 0$, 得 h_y):

$$h_x = \frac{q}{2\pi \sqrt{K_x K_y} m} \ln x + C \quad (10)$$

$$h_y = \frac{q}{2\pi \sqrt{K_x K_y} m} \ln \lambda y + C \quad (11)$$