

# 數學建模

MATHEMATICAL MODELING

龔曉嵐 编著



哈爾濱工業大學出版社  
HARBIN INSTITUTE OF TECHNOLOGY PRESS

# 数 学 建 模

MATHEMATICAL MODELING

龚晓岚 编著



哈爾濱工業大學出版社  
HITP HARBIN INSTITUTE OF TECHNOLOGY PRESS

## 内 容 简 介

数学建模课程是继高等数学课程之后,为了进一步提高运用数学知识解决实际问题的基本技能,培育和训练综合能力所开设的一门新学科。通过具体实例的引入使学生掌握数学建模基本思想、基本方法、基本类型,学会进行科学的研究的一般过程,并能进入一个实际操作的状态。通过数学模型有关概念、特征的学习和数学模型应用实例的介绍,培养学生数学推导计算和简化分析的能力,以及熟练运用计算机解决数学问题的能力。

本书编写方式独特新颖,案例真实生动、实用性强,舍弃繁难的证明,但又不乏系统性、连贯性。书中有许多编者在数学建模教学和研究中积累的案例和成果,有利于激发同学的学习兴趣,培养学生运用所学的数学知识分析、解决实际问题的意识和能力。本书适合各大学本专科学生及数学建模爱好者阅读使用。

## 图书在版编目(CIP)数据

数学建模/龚晓岚编著。—哈尔滨:哈尔滨工业大学出版社,2012.7

ISBN 978 - 7 - 5603 - 3641 - 1

I. ①数… II. ①龚… III. ①数学模型—高等学校—教材 IV. ①O141.4

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2012)第 148598 号

策 划 编辑 刘培杰 张永芹

责 任 编辑 王勇钢

封 面 设计 孙茵艾

出 版 发 行 哈尔滨工业大学出版社

社 址 哈尔滨市南岗区复华四道街 10 号 邮编 150006

传 真 0451 - 86414749

网 址 <http://hitpress.hit.edu.cn>

印 刷 哈尔滨市石桥印务有限公司

开 本 787mm×960mm 1/16 印张 11.75 字数 220 千字

版 次 2012 年 7 月第 1 版 2012 年 7 月第 1 次印刷

书 号 ISBN 978 - 7 - 5603 - 3641 - 1

定 价 28.00 元

---

(如因印装质量问题影响阅读,我社负责调换)

# 前　　言

数学建模课程是继高等数学课程之后,为进一步提高学生运用数学知识解决实际问题的基本技能,培育和训练综合能力所开设的一门新学科.通过具体实例的引入使学生掌握数学建模基本思想、基本方法、基本类型,学会进行科学研究的一般过程,并能进入一个实际操作的状态.通过数学模型有关概念、特征的学习和数学模型应用实例的介绍,培养学生数学推导计算、简化分析能力、熟练运用计算机解决数学问题的能力.

本书编写方式独特新颖,案例真实生动、实用性强,舍弃繁难的证明,但又不乏系统性,连贯性.书中有许多编者在数学建模教学和研究中积累的案例和成果,有利于激发学生的学习兴趣,培养学生运用所学的数学知识分析、解决实际问题的意识和能力.

因编者的水平有限,书中难免存在疏漏之处,敬请读者批评指正.

编　　者

2012年1月1日

# 目 录

<b>模块一 数学建模与数学建模竞赛概述</b> .....	( 1 )
课题一 数学与数学模型 .....	( 1 )
课题二 数学模型的分类 .....	( 5 )
课题三 数学建模竞赛概述 .....	( 9 )
课题四 论文书写 .....	( 14 )
<b>模块二 线性模型</b> .....	( 20 )
课题一 矩阵及其应用 .....	( 20 )
课题二 交通网络流模型 .....	( 27 )
课题三 投入产出分析模型 .....	( 35 )
课题四 人员流动模型 .....	( 41 )
<b>模块三 微分方程模型</b> .....	( 54 )
课题一 微分方程模型的建模步骤 .....	( 54 )
课题二 人口预测模型 .....	( 57 )
课题三 混合溶液的数学模型 .....	( 63 )
课题四 真空中的抛射体运动模型 .....	( 67 )
课题五 放射性废料的处理问题 .....	( 72 )
课题六 汽车制动问题模型 .....	( 75 )
<b>模块四 初等模型</b> .....	( 80 )
课题一 初等模型的建模方法 .....	( 80 )
课题二 公平的席位分配 .....	( 84 )
课题三 商人怎样安全过河 .....	( 87 )
<b>模块五 MATLAB 软件的介绍</b> .....	( 91 )
课题一 MATLAB 软件初步 .....	( 91 )
课题二 MATLAB 的符号运算 .....	( 96 )
课题三 MATLAB 数值积分 .....	( 111 )
课题四 MATLAB 数值微分 .....	( 117 )
<b>模块六 数学建模实例</b> .....	( 126 )
课题一 交通灯问题 .....	( 126 )

课题二	学生成绩管理	(130)
课题三	鱼群增长问题	(141)
课题四	小型的投入产出问题	(143)
课题五	海水温度的变化	(147)
课题六	追击问题	(153)
课题七	购房贷款利率问题	(158)
课题八	投资组合问题	(160)
课题九	木材采购问题	(167)
课题十	选址问题	(170)
<b>附录</b>		(174)
	全国大学生数学建模竞赛章程(2008年修订)	(174)
	历年全国大学生数学建模竞赛题目(1992—2011)	(177)

# 模块一 数学建模与数学建模竞赛概述

## 一、知识教学要求

- (1)了解数学建模的概念以及数学建模的重要意义.
- (2)掌握数学建模的过程.
- (3)了解数学建模常用的思维方法.
- (4)了解数学建模竞赛的历史和现阶段的情况.

## 二、能力培养要求

初步具备撰写科学论文的方法和实践能力.

## 课题一 数学与数学模型

### 学习目标

- (1)了解数学建模的概念和数学建模的重要意义.
- (2)能够建立起数学建模的思想.

数学是研究现实世界的数量关系与空间形式的一门科学,在它产生和发展的历史长河中,一直是和各种各样的应用问题紧密相关的.数学的特点不仅在于概念的抽象性、逻辑的严密性、结论的明确性和体系的完整性,而且在于它应用的广泛性.进入20世纪以来,随着科学技术的迅速发展和计算机的日益普及,人们对各种问题的要求越来越精确,使得数学的应用越来越广泛和深入.正如华罗庚所说:“宇宙之大、粒子之微、火箭之速、化工之巧、地球之变、生物之谜、日用之繁等各个方面,无处不有数学的重要贡献.”可见,数学无处不在.

数学模型(Mathematical Model)是近些年发展起来的新学科,是数学理论与实际问题相结合的一门科学.它将现实问题归结为相应的数学问题,并在此基础上利用数学的概念、方法和理论进行深入地分析和研究,从而从定性或定量的角度来刻画实际问题,并为解决现实问题提供精确的数据或可靠的指导.

作为用数学方法解决实际问题的第一步,数学建模自然有着与数学同样悠久的历史.两千多年以前创立的欧几里得几何,17世纪发现的牛顿万有引力定律,都

是科学发展史上数学建模的成功范例.

### 【案例导入】

数学建模乍一听似乎很高深,但实际上并非如此.每一个从客观世界中抽象出来的数学概念、数学分支都是客观世界中某种具体事物的数学模型.例如,在中学的数学课程中我们在作应用题而列出的数学式子就是简单的数学模型,而作题的过程就是在进行简单的数学建模.下面我们用一道代数应用题求解过程来认识数学建模.

一个笼子里装有鸡和兔若干只,已知它们共有 8 个头和 22 只脚,问该笼子中有多少只鸡和多少只兔?

解 设笼中有鸡  $x$  只,有兔  $y$  只,由已知条件有(数学模型)

$$x+y=8 \quad (1)$$

$$2x+4y=22 \quad (2)$$

求解以上二元方程后,得解  $x=5, y=3$ ,即该笼子中有鸡 5 只,有兔 3 只.将此结果代入原题进行验证可知所求结果正确.

### 【知识链接】

人们在观察、分析和研究一个现实对象时经常使用模型,如展览馆里的飞机模型、水坝模型.实际上,照片、玩具、地图、电路图等都是模型,它们能概括地、集中地反映现实对象的某些特征,从而帮助人们迅速、有效地了解并掌握那个对象.数学模型不过是更抽象些的模型.

当需要从定量的角度分析和研究一个实际问题时,人们就要在深入调查研究、了解对象信息、作出简化假设、分析内在规律等工作的基础上,用数学的符号和语言,把它表述为数学式子(称为数学模型),然后使用通过计算得到的模型结果来解释实际问题,并接受实际的检验.这个全过程就称为数学建模.

## 一、数学模型

数学模型是对于现实世界的一个特定对象,一个特定目的,根据特有的内在规律,作出一些必要的假设,运用适当的数学工具,得到的一个数学结构.

简单地说:就是系统的某种特征的本质的数学表达式(或是用数学术语对部分现实世界的描述),即用数学式子(如函数、图形、代数方程、微分方程、积分方程、差分方程等)来描述(表述、模拟)所研究的客观对象或系统在某一方面的存在规律.

数学模型的一个重要特征是高度的抽象性.通过数学模型能够将形象思维转化为抽象思维,从而可以突破实际系统的约束,运用已有的数学研究成果对研究对象进行深入地研究.

数学模型的另一个特征是经济性.用数学模型研究不需要过多的专用设备和工具,可以节省大量的设备运行和维护费用,用数学模型可以大大加快研究工作的进度,缩短研究周期,特别是在电子计算机得到广泛应用的今天,这个优越性就更为突出.但是,数学模型具有局限性,在简化和抽象过程中必然造成某些失真.所谓“模型就是模型”(而不是原型),即是指该性质.

## 二、数学建模

数学建模(Mathematical Modeling)就是建立数学模型,是利用数学方法解决实际问题的一种实践.即通过抽象、简化、假设、引进变量等处理过程后,将实际问题用数学方式表达,建立起数学模型,然后运用先进的数学方法及计算机技术进行求解.简而言之,建立数学模型的这个过程就称为数学建模.

数学建模其实并不是什么新东西,可以说有了数学并需要用数学去解决实际问题就一定要用数学的语言、方法去近似地刻画该实际问题,这种刻画的数学表述就是一个数学模型,其过程就是数学建模的过程.数学模型一经提出,就要用一定的技术手段(计算、证明等)来求解并验证,其中大量的计算往往是必不可少的,高性能的计算机的出现使数学建模这一方法得到了飞速的发展,掀起一个高潮.现代观点:“所谓高科技就是一种数学技术.”

应用数学知识去研究和解决实际问题,遇到的第一项工作就是建立恰当的数学模型.从这一意义上讲,可以说数学建模是一切科学的基础.没有一个较好的数学模型就不可能得到较好的研究成果,所以,建立一个较好的数学模型乃是解决实际问题的关键之一.数学建模将各种知识综合应用于解决实际问题中,是培养和提高同学们应用所学知识分析问题、解决问题的能力的必备手段之一.

## 三、数学建模步骤

根据以上案例可以得出数学建模的一般步骤:

- (1)根据问题的背景和建模的目的作出假设(本题隐含假设鸡兔是正常的,畸形的鸡兔除外);
- (2)用字母表示要求的未知量;
- (3)根据已知的常识列出数学式子或图形(本题中常识为鸡兔都有一个头且鸡有2只脚,兔有4只脚);
- (4)求出数学式子的解答;
- (5)验证所得结果的正确性.

如果想对某个实际问题进行数学建模,通常要先了解该问题的实际背景和建模目的,尽量弄清要建模的问题属于哪一学科的问题,然后通过互联网或图书馆查



找搜集与建模有关的资料和信息为接下来的数学建模作准备. 这一过程称为模型准备. 由于人们所掌握的专业知识是有限的, 而实际问题往往是多样和复杂的, 模型准备对作好数学建模是非常重要的.

一个实际问题会涉及很多因素, 如果把涉及的所有因素都考虑到, 既不可能也没必要, 而且还会使问题复杂化导致建模失败. 要想把实际问题变为数学问题还要对其进行必要的简化和假设, 这一过程称为模型假设. 在明确建模目的和掌握相关资料的基础上, 去除一些次要因素, 以主要矛盾为主来对该实际问题进行适当的简化, 并提出一些合理的假设可以为数学建模带来方便使问题得到解决. 一般地, 所得建模的结果依赖于对应的模型假设, 究竟模型假设到何种程度, 要根据经验和具体问题决定. 在整个建模过程中, 模型假设可以在模型的不断修改中得到逐步完善.

有了模型假设后, 就可以选择适当的数学工具并根据已知的知识和搜集的信息来描述变量之间的关系或其他数学结构(如数学公式、定理、算法等)了, 这一过程称为模型构成. 做模型构成时可以使用各种各样的数学理论和方法, 必要时还要创造新的数学理论和方法, 但要注意的是在保证精度的条件下尽量用简单的数学方法是建模时要遵循的一个原则. 要求建模人对所有数学学科都精通是做不到的, 但做到了解这些学科能解决哪一类问题和大体上怎样解决的方法对开阔思路是很有帮助的. 此外, 根据不同对象的一些相似性, 借用某些学科中的数学模型, 也是模型构成中常使用的方法. 模型构成是数学建模的关键.

在模型构成中建立的数学模型可以采用解方程、推理、图解、计算机模拟、定理证明等各种传统的和现代的数学方法对其进行求解, 其中有些可以用计算机软件来做这些工作. 建模的目的是解释自然现象、寻找规律以解决实际问题. 要达到此目的, 还要对获得结果进行数学上的分析, 如分析变量之间的依赖关系和稳定状况等, 这一过程称为模型求解与分析. 把模型在数学上分析的结果与研究的实际问题作比较以检验模型的合理性称为模型检验. 模型检验对建模的成败是很重要的, 如果检验结果不符合实际, 应该修改补充假设或改换其他数学方法重新作模型构成. 通常, 一个模型要经过如此多次反复修改才能得到满意结果.

利用建模中获得的正确模型对研究的实际问题给出预报或对类似实际问题进行分析、解释和预报, 以供决策者参考称为模型应用.

上面的论述可以用图 1 说明数学建模的一般步骤:

要指出的是上述数学建模的一般步骤中的每个过程不必在每个建模问题中都要出现, 而且有时各个过程之间没有明显的界限. 因此, 在建模中不必在形式上按部就班, 只要反映出建模的特点即可.

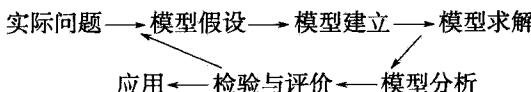


图 1 数学建模的过程

#### 四、建立数学模型的要求

##### 1. 真实完整.

①真实地、系统地、完整地、形象地反映客观现象；

②必须具有代表性；

③具有外推性, 即能得到原型客体的信息, 在模型的研究实验时, 能得到关于原型客体的原因；

④必须反映完成基本任务所达到的各种业绩, 而且要与实际情况相符合.

2. 简明实用. 在建模过程中, 要把本质的东西及其关系反映进去, 把非本质的、对反映客观真实程度影响不大的东西去掉, 使模型在保证一定精确度的条件下, 尽可能的简单和可操作, 数据易于采集.

3. 适应变化. 随着有关条件的变化和人们认识的发展, 通过相关变量及参数的调整, 能很好地适应新情况.

#### 五、数学建模的应用

数学建模在国民经济和社会活动的诸多方面, 都有着非常具体的应用:

**分析与设计** 例如, 描述药物浓度在人体内的变化规律以分析药物的疗效; 建立跨音速空气流和激波的数学模型, 用数值模拟设计新的飞机翼型.

**预报与决策** 生产过程中产品质量指标的预报、气象预报、人口预报、经济增长预报等, 都要有预报模型. 使经济效益最大的价格策略、使费用最少的设备维修方案, 是决策模型的例子.

**控制与优化** 电力、化工生产过程的最优控制、零件设计中的参数优化, 都要以数学模型为前提. 建立大系统控制与优化的数学模型, 是迫切需要和十分棘手的课题.

**规划与管理** 生产计划、资源配置、运输网络规划、水库优化调度、排队策略、物资管理等, 都可以用运筹学模型解决.

## 课题二 数学模型的分类

### 学习目标

(1) 了解数学建模的方法与步骤以及数学模型的分类.



(2) 具备数学建模常用思维方法及能力.

根据研究目的,对所研究的过程和现象(称为现实原型或原型)的主要特征、主要关系采用形式化的数学语言,概括地、近似地表达出来的一种结构. 所谓“数学化”,指的就是构造数学模型通过研究事物的数学模型来认识事物的方法,称为数学模型方法,简称为 MM 方法.

数学模型是数学抽象的概括的产物,其原型可以是具体对象及其性质、关系,也可以是数学对象及其性质、关系. 数学模型有广义和狭义两种解释. 广义地说, 数学概念,如数、集合、向量、方程都可称为数学模型; 狹义地说, 只有反映特定问题和特定的具体事物系统的数学关系结构方式. 数学模型大致可分为二类:(1) 描述客体必然现象的确定性模型,其数学工具一般是微分方程、积分方程和差分方程等;(2) 描述客体或然现象的随机性模型,其数学模型方法是科学研究与创新的重要方法之一. 在体育实践中常常提到优秀运动员的数学模型. 如经调查统计现代的世界级短跑运动健将模型为身高 1.80 m 左右、体重 70 kg 左右,100 m 成绩 10 s 左右或更好等.

用字母、数字和其他数学符号构成的等式或不等式,或用图表、图象、框图、数理逻辑等来描述系统的特征及其内部联系或与外界联系的模型,它是真实系统的一种抽象. 数学模型是研究和掌握系统运动规律的有力工具,它是分析、设计、预报或预测、控制实际系统的基础.

### 【知识链接】

#### 一、数学模型的分类

数学模型的种类很多,而且有多种不同的分类方法. 例如:

(1) 按研究方法和对象的数学特征分: 初等模型、几何模型、优化模型、微分方程模型、图论模型、逻辑模型、稳定性模型、扩散模型等.

(2) 按研究对象的实际领域(或所属学科)分: 人口模型、交通模型、环境模型、生态模型、生理模型、城镇规划模型、水资源模型、污染模型、经济模型、社会模型等.

(3) 按是否考虑随机因素分: 确定性模型、随机性模型.

(4) 按是否考虑模型的变化分: 静态模型、动态模型.

(5) 按应用离散方法或连续方法分: 离散模型、连续模型.

(6) 按人们对事物发展过程的了解程度分: 白箱模型、灰箱模型、黑箱模型.

**白箱模型** 指那些内部规律比较清楚的模型. 如力学、热学、电学以及相关的工程技术问题.

**灰箱模型** 指那些内部规律尚不十分清楚,在建立和改善模型方面都还不同程度地有许多工作要做的问题. 如气象学、生态学、经济学等领域的模型.

**黑箱模型** 指一些其内部规律还很少为人们所知的现象. 如生命科学、社会科学等方面的问题. 但由于因素众多、关系复杂,也可简化为灰箱模型来研究.

## 二、数学建模的一般方法

建立数学模型的方法并没有一定的模式,但一个理想的模型应能反映系统的全部重要特征,模型应具有可靠性和实用性.

建模的一般方法:

### 1. 机理分析

机理分析就是根据对现实对象特性的认识,分析其因果关系,找出反映内部机理的规律,所建立的模型常有明确的物理或现实意义.

(1) 比例分析法——建立变量之间函数关系的最基本最常用的方法.

(2) 代数方法——求解离散问题(离散的数据,符号,图形)的主要方法.

(3) 逻辑方法——数学理论研究的重要方法,对社会学和经济学等领域的实际问题,在决策、对策等学科中得到广泛应用.

(4) 常微分方程——解决两个变量之间的变化规律,关键是建立“瞬时变化率”的表达式.

(5) 偏微分方程——解决因变量与两个以上自变量之间的变化规律.

### 2. 测试分析方法

测试分析方法是将研究对象视为一个“黑箱”系统,内部机理无法直接寻求,通过测量系统的输入输出数据,并以此为基础运用统计分析方法,按照事先确定的准则在某一类模型中选出一个数据拟合得最好的模型. 测试分析方法也叫做系统辨识.

(1) 回归分析法——用于对函数  $f(x)$  的一组观测值  $(x_i, f_i), i=1, 2, \dots, n$ , 确定函数的表达式,由于处理的是静态的独立数据,故称为数理统计方法.

(2) 时序分析法——处理的是动态的相关数据,又称为过程统计方法.

将这两种方法结合起来使用,即用机理分析方法建立模型的结构,用系统测试方法来确定模型的参数,也是常用的建模方法,在实际过程中用哪一种方法建模主要是根据我们对研究对象的了解程度和建模目的来决定. 机理分析法建模的具体步骤大致可见图 2.

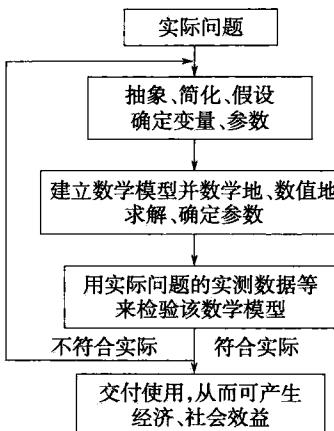


图 2

### 3. 仿真和其他方法

(1) 计算机仿真(模拟)——实质上是统计估计方法,等效于抽样试验.

① 离散系统仿真——有一组状态变量.

② 连续系统仿真——有解析表达式或系统结构图.

(2) 因子试验法——在系统上作局部试验,再根据试验结果进行不断分析修改,求得所需的模型结构.

(3) 人工现实法——基于对系统过去行为的了解和对未来希望达到的目标,并考虑到系统有关因素的可能变化,人为地组成一个系统.

### 三、数学建模常用算法

(1) 蒙特卡罗(Monte Carlo)算法,该算法又称随机性模拟算法,是通过计算机仿真来解决问题的算法,同时可以通过模拟来检验自己模型的正确性.

(2) 数据拟合、参数估计、插值等数据处理算法,通常使用 MATLAB 作为工具.

(3) 线性规划、整数规划、多元规划、二次规划等规划类问题,通常使用 Lindo、Lingo 软件实现.

(4) 图论算法,这类算法可以分为很多种,包括最短路、网络流、二分图等算法,涉及图论的问题可以用这些方法解决.

(5) 动态规划、回溯搜索、分治算法、分支定界等计算机算法.

(6) 最优化理论的三大非经典算法:模拟退火法、神经网络、遗传算法(这些问题是用来解决一些较困难的最优化问题的算法,对于有些问题非常有帮助,但是算

法的实现比较困难,需慎重使用).

(7)网格算法和穷举法. 网格算法和穷举法都是暴力搜索最优点的算法, 在很多竞赛题中有应用, 当重点讨论模型本身而轻视算法的时候, 可以使用这种暴力方案, 最好使用一些高级语言作为编程工具.

(8)一些连续离散化方法, 很多问题都是实际来的, 数据可以是连续的, 而计算机只识别离散的数据, 因此将其离散化后进行差分代替微分、求和代替积分等思想是非常重要的.

(9)数值分析算法(如果在比赛中采用高级语言进行编程的话, 那一些数值分析中常用的算法比如方程组求解、矩阵运算、函数积分等算法就需要额外编写库函数进行调用).

(10)图象处理算法(赛题中、论文中都应该不乏图片, 这些图形如何展示以及如何处理就是需要解决的问题, 通常使用 MATLAB 进行处理).

#### 四、计算机软件在数学建模中的应用

在参加数学建模活动中, 经常会使用一些计算机软件. 常见的通用数学软件包括 MATLAB 和 Mathematica 和 Maple, 其中 MATLAB 是一个高性能的科技计算软件, 广泛应用于数学计算、建模、仿真和数据分析处理及工程作图. Mathematica 是数值和符号计算的代表性软件. Maple 以符号运算、公式推导见长. 而 MATLAB 在数值计算、矩阵计算和图形绘制方面更有优势, 因此可以结合起来使用. Lingo/Lindo 是计算最优化问题的专用数学软件. Lindo 用于求解线性规划和二次规划, Lingo 除了具有 Lindo 的全部功能外, 还可以用于求解非线性规划, 也可以用于一些线性和非线性方程组的求解以及代数方程求根等, 二者都可以求解整数规划. 此外, 还有统计分析软件 SPSS 和 SAS 等.

## 课题三 数学建模竞赛概述

### 学习目标

- (1)了解数学建模的方法与步骤以及数学模型的分类.
- (2)具备数学建模常用思维方法及能力.

### 【知识链接】

#### 一、大学生数学建模竞赛介绍

全国大学生数学建模竞赛是教育部高教司和中国工业与应用数学学会共同主

办,面向全国高校(包括高职高专院校)所有专业大学生的一项通讯竞赛,从 1992 年开始,每年一届,2010 年的第 19 届竞赛有来自我国及新加坡、澳大利亚的 1 197 所院校 17 311 个代表队的 5 万 1 千多名同学参加(每队 3 名同学),是目前全国高校规模最大的基础性学科竞赛. 竞赛 2007 年开始被列入教育部质量工程首批资助的学科竞赛之一.

教育特别是大学教育应该及时反映并满足社会发展的需要,科学工作者、工程技术人员和经济管理人员等的教育必须包括数学和计算科学方面更多的内容,数学建模和与之相伴的计算正在成为众多领域中的关键工具.

数学建模是在 20 世纪 60 和 70 年代进入一些西方国家大学的,我国的几所大学也在 80 年代初将数学建模引入课堂. 经过 20 多年的发展现在绝大多数本科院校和许多专科学校都开设了各种形式的数学建模课程和讲座,为培养学生利用数学方法分析、解决实际问题的能力开辟了一条有效的途径.

大学生数学建模竞赛最早是 1985 年在美国出现的,1989 年在几位从事数学建模教育的教师的组织和推动下,我国几所大学的学生开始参加美国的竞赛,经过两三年的参与,师生都认为这种竞赛有利于学生的全面发展,应该推动数学建模教学在高校迅速发展. 1992 年由中国工业与应用数学学会组织举办了我国 10 个城市的大学生数学模型联赛,74 所院校的 314 队参加. 教育部领导及时发现,并扶植、培育了这一新生事物,决定从 1994 年起由教育部高教司和中国工业与应用数学学会共同主办全国大学生数学建模竞赛,每年一届. 十几年来这项竞赛的规模以平均年增长 20% 以上的速度发展(图 3).

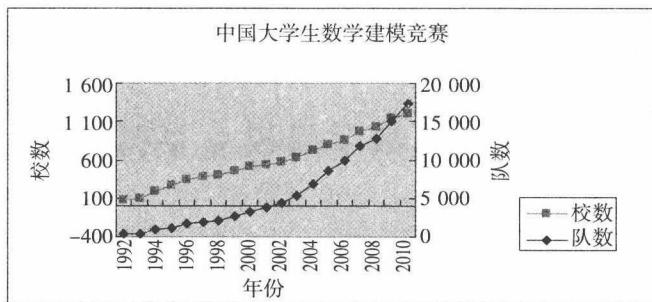


图 3

竞赛不限专业(面向所有专业的大学生),参加竞赛的同学 90% 以上来自非数学专业,甚至每年都有人文和社会科学类专业的大学生参赛. 从 1999 年起,竞赛分本科组和专科组同时举行.

在全国大学生数学建模竞赛的影响和带动下,许多学校组织、举办相应的活动。一些同学在校内发起、组织数学建模协会,建立网站,起到了很好的宣传、普及作用。许多学校举办了校内的竞赛,使更多的同学得到锻炼。还有一些地区性、行业性的数学建模联赛(或邀请赛)也已经开始定期举行,而且规模正在不断扩大。

作为开展数学建模活动的又一种形式,于 2001 年和 2006 年举办了两届全国大学生数学建模夏令营,100 多人参加,为期 5 天。夏令营的建模题目提前两个月公布,同学们可以与任何人讨论,有充分的时间准备论文,在夏令营里大家相互切磋、热烈讨论,收获很大。

## 二、参加数学建模竞赛的意义

数学建模是培养学生综合能力的有效途径。数学建模竞赛可以培养团队精神与合理表达自己思想和综合运用知识的能力等,所有这些对提高学生的素质都是很有帮助的,且非常符合当今提倡素质教育的精神。

数学建模是一种数学的思考方法,从科学、工程、经济、管理等角度看,数学建模就是用数学的语言和方法,通过抽象、简化建立能近似刻画并解决实际问题的一种强有力的数学工具。数学建模可以把学生学过的和将要学的数学方法和知识与我们周围的现实生活联系起来,甚至和少数真正的实际应用联系起来,不仅使我们知道数学有用、怎样用,更知道在真正的应用中还要继续学习。

### 1. 数学建模竞赛提高了学生的综合素质

数学建模竞赛不同于其他各种单个学科如:数学竞赛、物理竞赛、计算机程序设计竞赛等的竞赛,因为这些竞赛只涉及一门学科,甚至一门课程的知识,而数学建模竞赛涉及数学学科、计算机学科等其他许多学科的知识,仅数学学科就涉及高等数学、线性代数、概率统计、计算方法、运筹学、图论、数学软件等方面的知识。学生要想在数学建模竞赛中取得好成绩,除了具有以上数学知识外,还要有较好的计算机编程能力,网上查阅资料的能力及论文写作能力等。此外,他们还应有接触各种新知识的环境和喜好。因为数学建模的竞赛题远非只是一个数学题目,而更多是一个初看起来与数学没有联系的实际问题,它涉及很多知识,有些还是当前尚未解决的问题。例如,飞行管理问题,DNA 排序问题等就是较有代表性的数学建模考试题目。通常数学建模题目只给出问题的描述和要达到的目的,参赛学生要做的事情是将问题用数学语言转化成数学问题,然后在数学的背景下使用计算机或数学软件来求解,最后再根据所得的解来解释和检验所给的实际问题。与数学竞赛不同的是,数学建模赛题没有标准答案,试卷的评分标准是看学生解决问题和创新的能力。因此要做好一个数学建模问题并不是一件容易的事情,需要学生拥有很多的知