

■ 全国著名考研辅导机构推荐用书



考研数学24堂课

■ 主 审 张 宇

■ 主 编 杨 超 方 浩 姜晓干

■ 总策划 海天培训学校



知识图表总揽全局 重点难点深刻剖析
典型例题深度精讲 真题赏析巩固练习

最新版

北京理工大学出版社
BEIJING INSTITUTE OF TECHNOLOGY PRESS

赠送 160元学习卡 [详见封三]

013030635

013
553

考研数学24堂课

■主 审 张 宇

■主 编 杨 超 方 浩 姜晓千

■总策划 海天培训学校



 **北京理工大学出版社**
BEIJING INSTITUTE OF TECHNOLOGY PRESS



北航

C1638866

013
553

013030839

版权专有 侵权必究

图书在版编目 (CIP) 数据

考研数学 24 堂课 / 杨超, 方浩, 姜晓千主编. —北京: 北京理工大学出版社, 2013.3
ISBN 978-7-5640-7467-8

I. ①考… II. ①杨… ②方… ③姜… III. ①高等数学—研究生—入学考试—自学参考资料
IV. ①O13

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2013) 第 038684 号

出版发行 / 北京理工大学出版社

社 址 / 北京市海淀区中关村南大街 5 号

邮 编 / 100081

电 话 / (010) 68914775 (办公室) 68944990 (批销中心) 68911084 (读者服务部)

网 址 / <http://www.bitpress.com.cn>

经 销 / 全国各地新华书店

印 刷 / 北京绿谷春印刷有限公司

开 本 / 787 毫米 × 1092 毫米 1/16

印 张 / 33

字 数 / 710 千字

版 次 / 2013 年 3 月第 1 版 2013 年 3 月第 1 次印刷

定 价 / 56.00 元

责任编辑 / 张慧峰

责任校对 / 周瑞红

责任印制 / 边心超

图书出现印装质量问题, 本社负责调换



考研之路似卷茫
俱向往深思量
甚囂尘上请君莫
彷徨
北风啸杀掠考场
身似铁心如钢
雄关不惧成败自
含香

张宇二零一三年春
与考研学子共勉

【注】有一考研学生将苏轼《江城子》的词句改写为：“考研成败两茫茫，不思量，自难忘，寒窗孤影，无处话凄凉。北风啸杀掠考场，纵使十年八年也不惧，身似铁，心如钢。”文采极好，但略显悲观，于是，我也改词一首，送给考研学子，希望同学们雄关不惧，因为成败自含香。

总 序

2013年1月6日上午11:30, 考研数学尘埃落定. 随后, 我便穿梭于各大教育门户网站接受采访, 第一时间给广大考生详细解析这份考研数学试卷——我所解析的, 并不是一个具体的题目, 而是2013年的卷子所反映出的命题特点, 并指出2014年考研复习的方向. 下面我就如何做好考研复习与考生朋友们作如下交流.

第一, 考研数学复习一定要把握命题的风格与趋势.

考研数学命题一直以来“重基础、轻技巧”, 而我们广大考生往往在一些不正确的引导下, “以题型为核心, 以技巧为灵魂”, 导致基本概念的理解不透彻、基本定理的使用不正确、基本方法的使用不恰当, 即使再认真努力, 方向错了, 结果也不会理想.

我主编的这套教材严格依据教育部考试中心《全国硕士研究生入学统一考试数学考试大纲》(以下简称《考试大纲》)编写, 与《考试大纲》无缝接轨, 科学、严谨地进行内容设计, 对《考试大纲》的知识点进行了正确的诠释, 不贪多, 不过度, 不烂笔, 把握住“火候”, 这一点是很有讲究的.

第二, 考研数学复习一定要贯彻数学思维的训练和数学思想方法的研究.

一般认为, 数学题型很重要. 给出一种题型, 掌握这种题型的解题步骤, 然后去套这个步骤就可以了. 这种按部就班的学习习惯和方法, 对于考试来说, 我不否认它有一定的合理之处, 但是我也绝不完全赞同.

要想真正掌握数学知识, 达到较高的数学素养并形成较强的解题水平, 必须在复习的过程中重视每个概念、定理和结论背后的数学思维方法, 甚至可以在老师的引导下去欣赏和体味这思维背后的方法论. 这个过程, 是学习数学不可或缺的, 我坚持这一观点, 并且在教学和编写教材中贯彻这一观点.

第三, 考研数学复习一定要重视经典好题的分析与解答.

数学解题实践是整个数学学习过程的重中之重. 一定要有好的数学题目作为载体, 才能够把知识理解和掌握好, 所以, 复习过程中题目质量的高低直接决定了复习的效果.

本套教材的每一本书中, 都精挑细选了考研数学的经典好题, 它们的来源请看《考研数学题源探析经典1000题》的前言, 我在那里做了详细说明.

第四, 考研数学复习一定要加强运算能力的培养.

考研数学的考试时间是3个小时, 要解决23个数学题目, 一届又一届考生的考后感受就是——做不完. 做不完, 除了个别没有思路的题目外, 大多因为计算速度太慢, 计算能力不强. 我一直提醒考生, 在复习的全过程中都不要“眼高手低”, 要算就算到底, 运算能力是硬功夫, 不是一朝一夕的事情, 请考生切记.

本套丛书答疑地址在我的新浪微博: <http://weibo.com/zhangyumaths>. 或者联系诸位分册主编, 详情请看各分册主编前言.

阅读这套书需要在脑力上付出巨大的努力, 加油吧, 预祝同学们成功!

张宇

2013年春 于北京

前 言

本书是长期在一线从事考研数学辅导的教师为广大备战考研学生量身定做的基础复习用书。

每一届学生从备战考研的时间来说,典型分为两种:一种是启动时间比较早,在大三上学期就确定考研目标,并着手准备;一种是大三下学期才开始准备。每年的十一月左右我们会开设数学导学班(部分城市会开基础班),于是就有一些问题让学生很困惑,比如:

(1)基础阶段是夯实数学基础的关键时期,可以借助本科课本来复习,但是却不明白考研大纲的要求;

(2)考生独立看书过程中会遇到很多不易理解的概念、性质、定理;

(3)数学离不开做题,但除了完成课本后的相关习题,还需要做哪些相应的习题;

.....

在平时的教学过程中,我们一直在思考和探索:面对浩如烟海的习题,各种抽象的概念和定理,怎样在有限的时间里,让学生摆脱数学给人留下的枯燥和无聊的印象,给学生一种新的理念和思想,并让他们在这种理念下学会主动学习,感受到高等数学的乐趣,掌握考试内容的内涵和精髓,做到由此及彼,举一反三,不仅数学能学好,还可以提升自己的学习能力,这正是一个准研究生的基本素质。

为了实现这个目标,在多年的教学和总结的基础上,我们编写了这本《考研数学 24 堂课》。本书共 24 课,包含高等数学、线性代数、概率论与数理统计三个板块。每课分为五部分:

第一部分为知识结构网络图,清晰呈现知识脉络;

第二部分为基本内容讲解,即对考纲要求的考点进行梳理;

第三部分为重点、难点、易错点讲解,考生在学习过程中,容易因对基本概念、定理理解得不深,逻辑推理不严密,没有理解公式的本质等原因而出现一些典型错误,我们将其归纳和整理,以此帮助学生澄清模糊概念,排除思维障碍。本部分的写作语言活泼生动,娓娓道来,例如求极限的三种常见的方法——等价无穷小替换、洛必达法则和泰勒公式,我们分别用三种交通工具——大巴车、普通火车和高铁来形容,让学生很容易理解他们的优势与劣势。

第四部分为典型例题,详细讲解了每章内容中的典型习题、解题方法。第三章的中值定

理是高数的重点和难点,我们的例题也分基础阶段和强化阶段,学生可以根据自己的学习情况选择在不同的阶段使用。

第五部分是真题赏析,我们选择了1987年以来的真题,之所以选择这么多年份的真题,一是可以通过做题检查自己的学习效果,二是在做真题的过程中了解命题规律。

本书是张宇考研数学系列用书《高等数学18讲》《线性代数10讲》《概率论与数理统计8讲》的篇前篇,由杨超、方浩同志主笔完成。在本书的编写出版过程中参考了张宇、姜晓千、张新同志著作中的一些经典内容,由于篇幅所限,不在此列出,在此谨表衷心感谢。

编写时间匆忙,自身水平有限,书中不妥和疏漏之处在所难免,敬请读者批评指正。同时欢迎广大考研学子和作者交流:

新浪微博:weibo.com/zhangyumaths(宇哥考研)

weibo.com/chaoyu666(杨超 Math)

weibo.com/u/1848595875(姜晓千)

邮箱:haofang@pku.edu.cn(方浩)

作者

2013年春于北京

海天图书一览表

海天考研图书

分类		书名	作者	出版社	定价	出版时间
考研政治						
海天名师系列	精品教材	考研政治考点解析	陆卫明 常红利 韩鹏杰 吕 途	北京理工	49.80	6 月
		考研政治专项试题	陆卫明 常红利 韩鹏杰 吕 途	北京理工	40.00	6 月
		考研政治形势与政策	常红利 陆卫明	北京理工	15.00	11 月
		考研政治决胜考场 6 套卷	陆卫明 常红利 韩鹏杰 吕 途	北京理工	18.00	11 月
	经典教辅	考研政治 历年真题分析	常红利	人民大学	18.00	3 月
		考研政治 互联提纲与考点提示	常红利	北京理工	19.80	9 月
		考研政治 第一时间考点速递	陆卫明	北京理工	14.00	9 月
		考研政治 形势与政策满分手册	陆卫明	北京理工	16.00	10 月
		考研政治重点剖析 28 题	陆卫明 常红利 韩鹏杰 吕 途	北京理工	12.00	12 月
		海天鲲鹏系列	精品教材	考研政治全攻略 (全 4 册)	阮晔 张旭东 张云天 张守连 管琦	中国政法
考研政治考前集结号 (考点狂背)	阮晔 张旭东 张云天 张守连 管琦			中国政法	16.80	10 月
考研政治 时政热点面对面	阮晔 张旭东 张云天 张守连 管琦 马延臣			中国政法	16.00	11 月
考研政治 1 号文件	阮晔 张旭东 张云天 张守连 管琦			中国政法	15.00	12 月
经典教辅	考研政治沙场点兵 (全 4 册)		阮晔 张旭东 张云天 张守连 管琦 马延臣	中国政法	60.00	6 月
	考研政治决战高分 6+2		阮晔 张旭东 张云天 张守连 管琦	中国政法	18.00	11 月
海天高级 辅导系列		考研政治 360° 真题题典	马延臣	人民大学	35.00	3 月
		考研魔法书·政治	海天考研命题 研究中心	北京理工	12.00	3 月
		考研政治 高频考点背诵金版	马延臣 蔡桂娟	北京理工	16.00	9 月
		考研政治点睛 5 套卷	马延臣 蔡桂娟	北京理工	15.00	11 月

考研英语					
基础教材	考研英语词汇 唤醒记忆·旧词新说·词以类记	屠皓民	北京理工	29.80	1月
	考研英语 词汇 60 天记忆风暴	白子墨	人民大学	35.00	1月
	考研英语语法长难句胜经	赵敏	中国政法	22.80	3月
	考研英语工具书·语法长难句	屠皓民	北京理工	15.80	1月
	考研英语阅读基本功 ——疑难句解构式突破	白子墨	人民大学	8.00	3月
	考研英语基础阅读胜经	赵敏	中国政法	22.80	3月
	考研英语工具书·阅读基础	屠皓民	北京理工	28.80	1月
	我要考研——考研英语 写作基础词汇	宫东风 王 军	人民大学	15.00	1月
强化教材	考研英语阅读强化 命题挖掘篇·真题解析篇·新题型速成	屠皓民	北京理工	39.80	3月
	考研英语写作通关攻略	白子墨	北京理工	18.00	3月
	考研英语写作 遣词造句·谋篇布局·热点预测	张培	北京理工	18.00	3月
	考研英语工具书·翻译完形	屠皓民 党敏	北京理工	18.00	3月
冲刺教材	考研英语工具书 决胜考场 6 套卷	屠皓民等	北京理工	20.00	11月
	考研英语作文 1 号文件	屠皓民等	北京理工	20.00	11月
经典教辅	考研英语历年真题胜经	赵敏	中国政法	40.00	3月
	考研英语胜券在握 历年真题完美通关秘籍	惠新华	北京理工	66.00	3月
	考研英语同源时文赏析 (时文卷/美文卷)	赵南望	北京理工	24.00	3月
	考研英语语法重难点精解	王国清	人民大学	21.80	3月
	考研魔法书·英语	海天考研命 题研究中心	北京理工	12.00	3月
	考研英语工具书·精讲精练	屠皓民等	北京理工	32.00	6月
	考研英语工具书·点睛 5 套卷	赵南望	人民大学	19.80	11月
	考研英语作文热点预测 28 篇	惠新华	北京理工	12.00	12月

考研数学					
精品教材	考研数学 24 堂课	杨超 方浩 姜晓千	北京理工	56.00	3 月
	考研数学高等数学 18 讲	张宇 杨超	北京理工	30.00	3 月
	考研数学线性代数 10 讲	姜晓千 张宇	北京理工	20.00	3 月
	考研数学 概率论与数理统计 8 讲	张新 张宇	北京理工	20.00	3 月
	考研数学点睛 3 套卷	张宇	北京理工	15.00	11 月
	考研数学通关攻略 28 招	张宇	北京理工	15.00	11 月
经典教辅	考研数学 题源探析经典 1000 题	张宇	北京理工	30.00	3 月
	考研数学 10 年 真题分析与演练	张宇 姜晓千 刘晓艳	北京理工	30 元	3 月
	考研魔法书·数学	海天考研命 题研究中心	北京理工	12.00	3 月
	考研数学决胜考场 8 套卷	张宇	北京理工	26.00	7 月

海天专硕图书

书名	作者	出版社	定价	出版时间
管理类、经济类联考飞跃计划·逻辑、写作	赵鑫全	北京理工	40.00	3 月
管理类、经济类联考飞跃计划·英语	党敏	北京理工	58.00	3 月
管理类联考飞跃计划·数学	方浩	北京理工	38.00	3 月
考研英语（二）工具书·词汇	屠皓民	北京理工	26.00	3 月
考研英语（二）工具书·阅读	屠皓民	北京理工	28.00	3 月
考研英语（二）工具书·写作	张培	北京理工	18.00	3 月
考研英语（二）决胜考场 4+6	屠皓民等	北京理工	20.00	9 月

海天医学考试图书

书名	作者	定价	出版时间
考研西医综合内部解密讲义	李睿	69.00	3 月
临床执业医师通关宝典（上下册）	海天医考中心	180.00	3 月
临床执业助理医师通关宝典	海天医考中心	120.00	3 月

同学们在使用本书过程中如有任何疑问或建议，请与编辑部联系。

编辑部答疑热线：010-82362300- 8869（政治）

010-82362300- 8868（英语）

010-82362300- 8859（数学）

邮箱：wangxiaoyan@bjhaitian.com

购书热线：010-82362315 QQ：1440534736

海天图书网：<http://book.bjhaitian.com>

官方微博：<http://weibo.com/htbook>（海天图书）

海天教育图书淘宝店：<http://shop71506780.taobao.com>



北航

C1638866

此为试读，需要完整PDF请访问：www.ertongbook.com

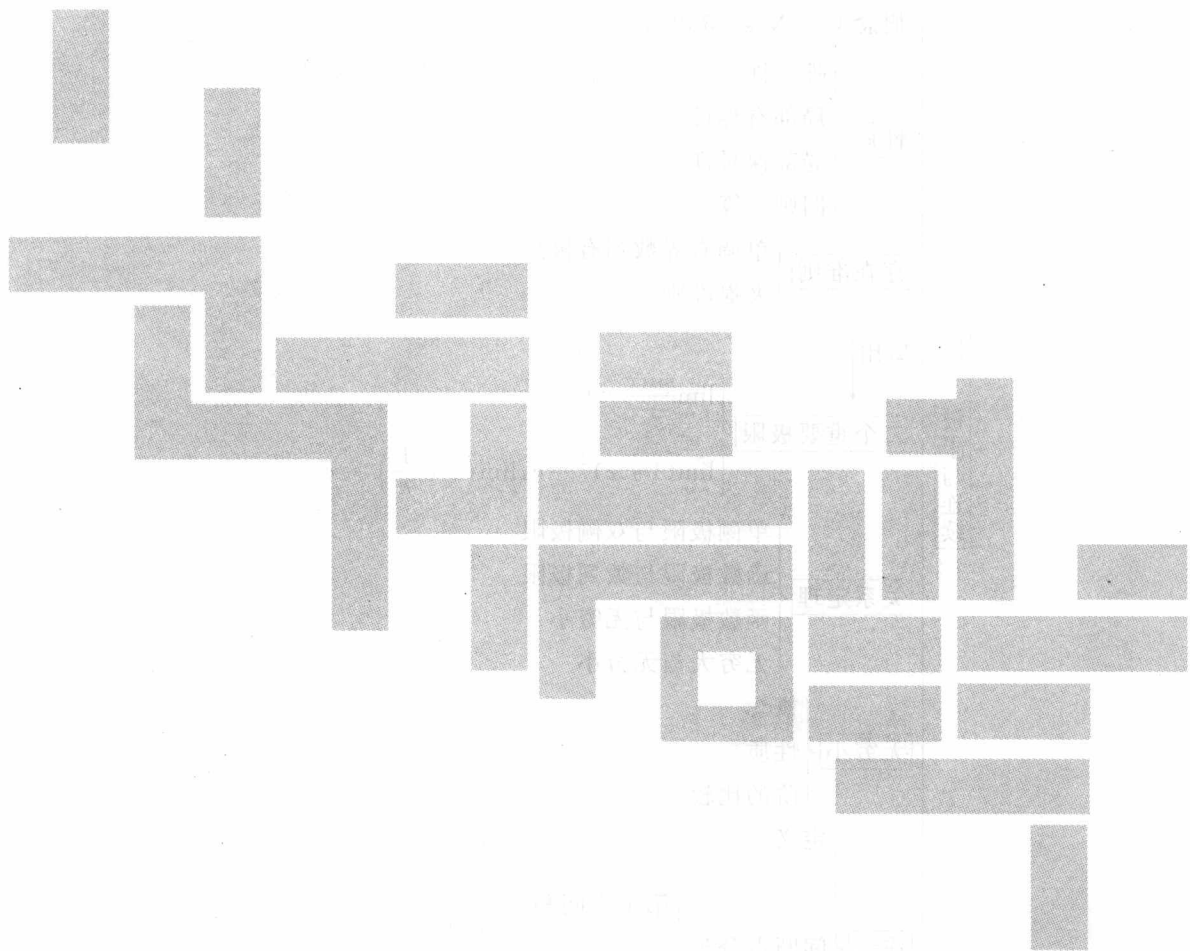
目 录

第一部分 高等数学	(1)
第 1 课 函数、极限与连续	(2)
第 2 课 导数与微分	(42)
第 3 课 中值定理	(86)
第 4 课 不定积分	(106)
第 5 课 定积分与反常积分	(125)
第 6 课 微分方程	(177)
第 7 课 多元函数微分学	(198)
第 8 课 二重积分	(220)
第 9 课 向量代数与空间解析几何	(238)
第 10 课 无穷级数	(248)
第 11 课 多元函数积分学	(271)
第二部分 线性代数	(299)
第 12 课 行列式	(300)
第 13 课 矩 阵	(323)
第 14 课 向 量	(353)
第 15 课 线性方程组	(372)
第 16 课 特征值与特征向量	(392)
第 17 课 二次型	(408)
第三部分 概论与数理统计	(421)
第 18 课 随机事件和概率	(422)
第 19 课 随机变量及其分布	(435)

第 20 课	多维随机变量及其分布	(452)
第 21 课	随机变量的数字特征	(471)
第 22 课	大数定律和中心极限定理	(483)
第 23 课	数理统计的基本概念	(489)
第 24 课	参数估计与假设检验	(501)

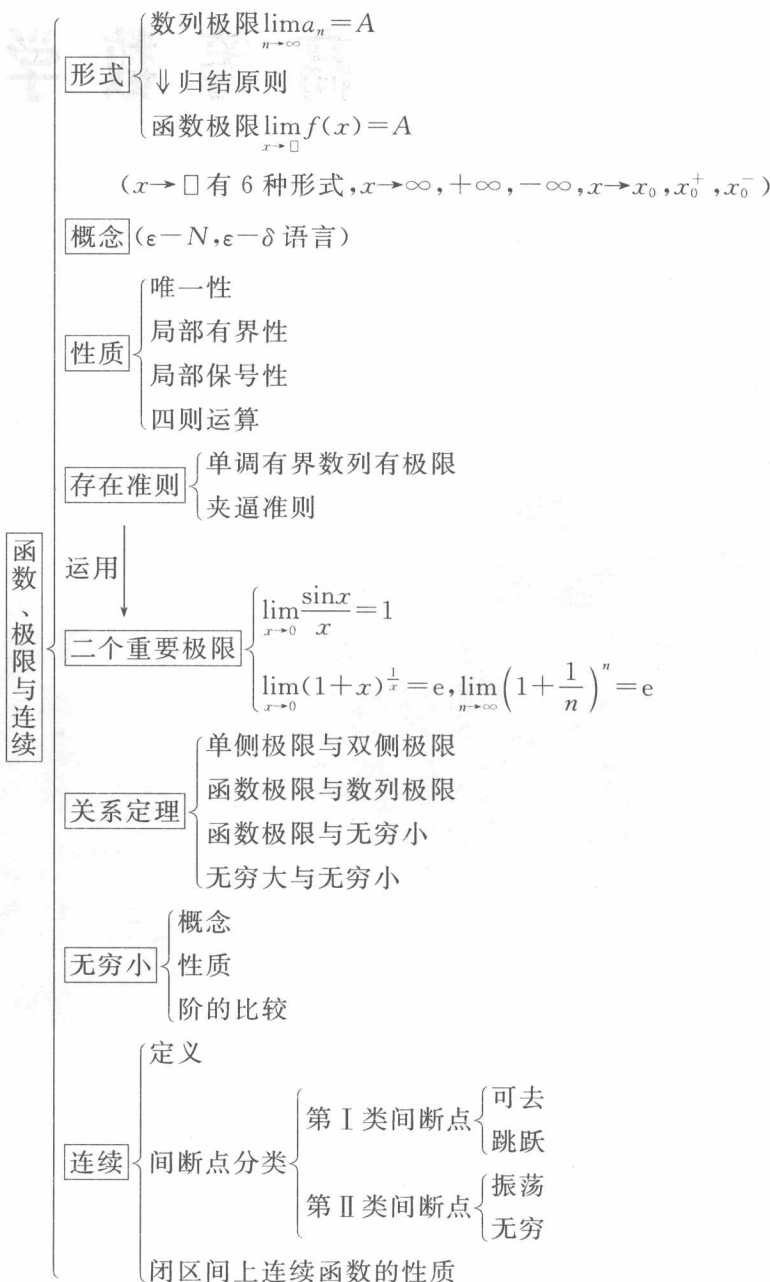
第一部分

高等数学



第 1 课 函数、极限与连续

知识网络结构图



基本内容

1. 极限概念

不少考生觉得极限概念很抽象,难以理解,这是因为极限的概念本身描述的是一个动态过程,而人的认识能力倾向于静态;其次,极限是一个无穷运算,而人的习惯倾向于具体、有穷的计算.

每个极限都由四句话组成,见表 1-1-1.

表 1-1-1

记号	对 $\forall$ 的	总 $\exists$ 着	当自变量满足	恒成立	则称
$\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = A$	$\xi > 0$	$\delta > 0$	$0 < x - x_0 < \delta$	$ f(x) - A < \xi$	当 $x \rightarrow x_0$ 时, $f(x)$ 以 A 为极限
$\lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x) = A$	$\xi > 0$	$\delta > 0$	$0 < x_0 - x < \delta$	$ f(x) - A < \xi$	$f(x)$ 在 x_0 的左极限为 A
$\lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x) = A$	$\xi > 0$	$\delta > 0$	$0 < x - x_0 < \delta$	$ f(x) - A < \xi$	$f(x)$ 在 x_0 的右极限为 A
$\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = A$	$\xi > 0$	$X > 0$	$ x > X$	$ f(x) - A < \xi$	当 $x \rightarrow \infty$ 时, $f(x)$ 以 A 为极限
$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = A$	$\xi > 0$	$X > 0$	$x > X$	$ f(x) - A < \xi$	当 $x \rightarrow +\infty$ 时, $f(x)$ 以 A 为极限
$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = A$	$\xi > 0$	$X > 0$	$x < -X$	$ f(x) - A < \xi$	当 $x \rightarrow -\infty$ 时, $f(x)$ 以 A 为极限
$\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = A$	$\xi > 0$	自然数 N	$n > N$	$ x_n - A < \xi$	当 $n \rightarrow \infty$ 时, x_n 以 A 为极限

2. 基本性质

(1) 唯一性

若 $\lim_{x \rightarrow \square} f(x)$ 存在, 则极限唯一.

(2) 局部有界性

若 $\lim_{x \rightarrow \square} f(x) = A$, 则存在 $\dot{U}$, 在 $\dot{U}$ 内有界.

(3) 不等式性质

若 $\lim_{x \rightarrow \square} f(x) = A, \lim_{x \rightarrow \square} g(x) = B$.

① 如果 $A > B$, 则 $\exists \dot{U}$, 当 $x \in \dot{U}$ 时, $f(x) > g(x)$;

② 如果在 $\dot{U}$ 中 $f(x) \geq g(x)$, 则 $A \geq B$.

(4) 保号性

若 $\lim_{x \rightarrow \square} f(x) = A > 0$, 则 $\exists \dot{U}$, 当 $x \in \dot{U}$, $f(x) > 0$ ($A < 0$ 有类似结论) 或当 $x \in \dot{U}$, $f(x) > 0$, 则 $A \geq 0$.

3. 存在准则

(1) 单调有界准则

① 若数列 x_n 单增且有上界 (即 $x_{n+1} \geq x_n$, 并对 $\forall n$, 都有 $x_n \leq M$), 则 $\{x_n\}$ 收敛.

②若数列 x_n 单调且有下界(即 $x_{n+1} \leq x_n$, 并对 $\forall n$, 都有 $x_n \geq M$), 则 x_n 收敛.

【注】以递推形式出现的数列极限问题经常用此定理证明.

(2)夹逼准则

$\lim_{x \rightarrow \square} g(x) = \lim_{x \rightarrow \square} h(x) = A$, 又 $g(x) \leq f(x) \leq h(x)$, 则 $\lim_{x \rightarrow \square} f(x) = A$.

(3)极限与单侧极限关系

$\lim_{x \rightarrow x_0} f(x)$ 存在 $\Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x)$.

(4)数列与子数列极限的关系

数列 $\{x_n\}$ 收敛 $\Leftrightarrow \{x_n\}$ 的任一子列 $\{x_{n_k}\}$ 收敛.

经常这样使用: $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = a \Leftrightarrow \lim_{k \rightarrow \infty} x_{2k-1} = \lim_{k \rightarrow \infty} x_{2k+1} = a$.

(5)海涅定理(归结原则)

设 $f(x)$ 在 $\dot{U}(x_0, \delta)$ 内有定义, $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = A$ 存在 $\Leftrightarrow$ 对任何以 x_0 为极限的数列 $\{x_n\}$ ($x_n \neq x_0$), $\lim_{n \rightarrow \infty} f(x_n) = A$ 存在.

【注】该定理常用来否定函数极限存在,若能找出 $x_n \rightarrow x_0, y_n \rightarrow y_0, f(x_n) = A, f(y_n) = B$, 但 $A \neq B$.

例如,证明 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x^2} \sin \frac{1}{x}$ 不存在.

【证明】取 $x_n = \frac{1}{n\pi}, \lim_{n \rightarrow \infty} x_n = 0, \lim_{n \rightarrow \infty} n^2 \pi^2 \sin n\pi = 0$,

取 $y_n = \frac{1}{2n\pi + \frac{\pi}{2}}, \lim_{n \rightarrow \infty} y_n = 0, \lim_{n \rightarrow \infty} \left(2n + \frac{1}{2}\right)^2 \cdot \pi^2 \rightarrow \infty$, 故 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x^2} \sin \frac{1}{x}$ 不存在.

4. 二个重要极限及推广

(1) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$, 推广为: $\lim_{\square \rightarrow 0} \frac{\sin \square}{\square} = 1$.

(2) $\lim_{x \rightarrow 0} (1+x)^{\frac{1}{x}} = e, \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x = e, \lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n = e$, 推广为: $\lim_{\square \rightarrow 0} (1+\square)^{\frac{1}{\square}} = e$.

5. 极限的运算

(1)极限的四则运算

设 $\lim_{x \rightarrow \square} f(x) = A, \lim_{x \rightarrow \square} g(x) = B$, 则

$\lim_{x \rightarrow \square} [f(x) \pm g(x)] = \lim_{x \rightarrow \square} f(x) \pm \lim_{x \rightarrow \square} g(x) = A \pm B$

$\lim_{x \rightarrow \square} [f(x)g(x)] = \lim_{x \rightarrow \square} f(x) \cdot \lim_{x \rightarrow \square} g(x) = A \cdot B$

$\lim_{x \rightarrow \square} \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{\lim_{x \rightarrow \square} f(x)}{\lim_{x \rightarrow \square} g(x)} = \frac{A}{B} (B \neq 0)$