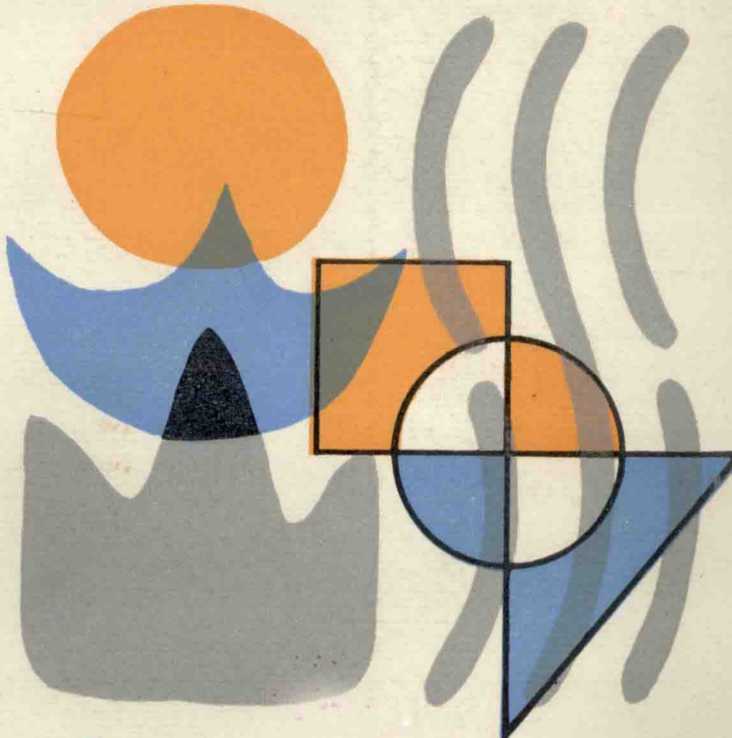
数学德育故事



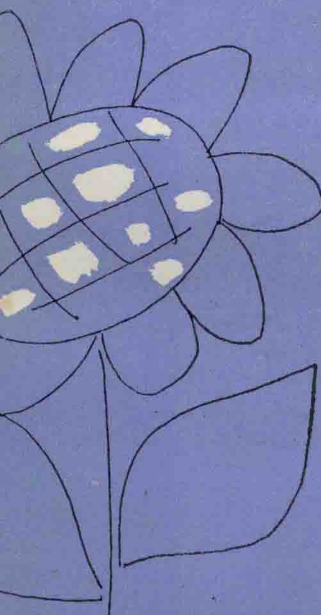
中学各科德育故事

未来出版社

中学各科德育故事丛书

数学德育故事

张文忠 编著



未来出版社

责任编辑：贾宝珍

中学各科德育故事丛书

数学德育故事

张文忠　编著

未来出版社出版　新华书店天津发行所发行

（西安北大街131号）　天津新华印刷一厂印刷

开本787×1092毫米　1/32　印张6.75　插页2　字数130,000

1990年7月第1版　1990年7月第1次印刷

印数1—20,000

ISBN 7-5417-0344-3/G·234　定价：2.55元

出版说明

为响应中央关于加强德育工作的号召，由中国少年儿童出版社、北京少年儿童出版社、四川少年儿童出版社、未来出版社、新蕾出版社、沈阳出版社联合编辑出版的《中学各科德育故事》丛书已展现在读者面前。它是新形势下，出版社之间为提高图书质量形成的一种横向联合，也是我们为探索德育教育新途径所作的一次有益尝试。

如何把德育教育渗透于各科教学之中，是教育改革的一个重要课题。这套丛书正是围绕这一要求，按学科分为语文德育故事、数学德育故事、理化德育故事、生物德育故事、历史德育故事、体音美德育故事六个分册。每册都以同学们喜闻乐见的故事形式为载体，融思想性、知识性、趣味性于一炉，使其既有鲜明的学科特色，又有浓郁的思想内涵。这种寓德育于学科之中、故事之中、知识之中的编法，同以往出版的德育书籍相比，无疑也是出版工作的一种改革创新。

由于内容生动、形式新颖，也就增强了丛书的可读性与实用性，对同学们来说，它可称为知心朋友。当你读完这些故事后，必然会感到眼界开阔了，知识延伸了，并从潜移默

化中受到人生观、世界观、价值观、道德品行、理想追求、思维方法、意志毅力、审美观念等诸多方面的熏陶和启迪。对于教师们来说，它可算作得力助手。当您从丛书中选取若干精彩故事用于课堂内外各种活动时，定会感到得心应手、文道并举，并能从中显现出您既是专业教师、又是德育工作者的崇高形象。

这套丛书是一个系统工程，需要取得各方支持。尤其是教育界的同志们为此付出了辛勤的劳动。参与编写的作者来自文科、理科、生物、音乐、体育、美术各个领域。他们大多是既有实践经验、又有理论水平的行家里手。各级教育领导部门也给予高度重视。为了使这套新型的德育丛书早日问世，我们六家出版社又采取了分头组稿、统筹印制、联合征订、集中出版的方式，以方便广大师生、家长、图书馆从多角度、多层次、多侧面广为使用，同时也希望大家在使用中提出宝贵意见。

目　　录

数学中的智与德

你喜爱数学吗？你了解几千年来数学家是怎样勤奋地攀登数学高峰的吗？这里将结合一些有趣的数学名题，通俗易懂地向你介绍数学家在攀登中令人难忘的故事．我高兴地把这本小书献给中学里的广大同学，献给爱好数学的青少年朋友，献给在中小学里教数学课的辛勤园丁．

你在这本书中将看到，不仅数学家们用他们辛勤劳动所取得的巨大成就令人长期赞颂，促使他们取得成功的闪光品德也给我们树立了做人的光辉榜样，令人永远景仰．愿这本小书不仅能开阔你的数学视野，更愿它能砥砺你为科学献身的志向，激发你为中华拼搏的豪情．祖国未来的希望就寄托在你们身上，年轻的朋友们，努力吧！

本书在编写中参阅并引用了很多书籍、报刊上的资料，限于篇幅，未能在文中一一注明，请原作者予以谅解并表示感谢．限于笔者水平，难免有失误错讹之处，恳切地希望识者能惠于指正．

张文忠

1990.1.12.写于西昌邛海之滨

一、攀登之路靠接力

数学是人类集体智慧的结晶．从古至今，众多的数学家为摘取数学中的明珠而努力攀登．在这艰辛而漫长的攀登路上，他们象接力赛一样，一个接一个地朝着更高的目标冲击．这样的攀登中，没有前者的努力，就难有后者的成功．试看：

1．圆周率的马拉松计算

圆，它是人们最早认识的一种曲线，也是人们用得最多的一种曲线．

还在遥远的古代，火红的太阳、皎洁的明月、清晨的露珠，以至动物的眼睛，都给人以圆的启示．

现在，从日常用品到公路上滚滚的车轮、工厂里飞转的机器，到处都有圆形的产品．人们的生活真是和圆结下了不解之缘．

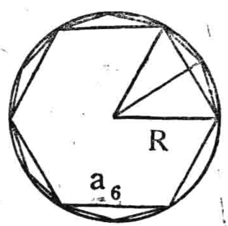
人们很早就知道，圆的周长和直径的比是一个常数，它

与直径的大小无关（你能证明这个结论吗？），我们把这个常数叫做圆周率．现在大家都知道圆周率是一个无理数，表示它的符号是π，它大约等于3.14.你知道圆周率的值是怎样计算的吗？你知道人们为认识这个数曾付出过多少心血和经历了何等漫长的岁月吗？那可真是一个延续了两千多年的马拉松计算啊！

第一个找到计算方法的人

很早以前人们就从实际测量中估计出圆周长约是直径的3倍.我国公元前二世纪的科学著作《周髀算经》就有了“周三径一”的记载．后来不少的数学家发现这个比率太小（它实际上是圆的内接正六边形的周长和直径的比），他们逐渐把它改得更精确一些．例如我国东汉时代（公元一世纪）的数学家就曾将圆周率改为$\sqrt{10}\approx 3.16$。

第一个找到圆周率计算方法的人是我国三国时代的著名数学家刘徽，他在公元263年首创了利用圆的内接正多边形的面积接近于圆的面积的方法来计算圆周率。



我们用现在大家熟悉的表达方式来说，刘徽是从内接正六边形算起的（如右图），他取圆半径$R=1$，则内接正六边形的边长$a_6=1$，圆的面积$A=\pi\cdot 1^2=\pi$。接着他利用已知圆的内接正n边形的边长来求内接正$2n$边长a_{2n}的公式

$$a_{2n} = \sqrt{2R^2 - R\sqrt{4R^2 - a_n^2}}$$

算出了内接正12边形的边长

$$a_{12} = \sqrt{2 - \sqrt{4 - 1}} = \sqrt{2 - \sqrt{3}}.$$

他逐步推算，直到圆的内接正96边形的边长：

$$a_{24} = \sqrt{2 - \sqrt{2 + \sqrt{3}}},$$

$$a_{48} = \sqrt{2 - \sqrt{2 + \sqrt{2 + \sqrt{3}}}},$$

$$a_{96} = \sqrt{2 - \sqrt{2 + \sqrt{2 + \sqrt{2 + \sqrt{3}}}}},$$

再借助内接正多边形的面积关系，得到了π的准确到小数点第二位的值：

$$\pi \approx 3.14.$$

后来，刘徽又算到圆的内接正3072边形的面积，求得$\pi \approx 3.1416$，这是当时世界上最高的纪录。

为纪念他的贡献，后人把他创立的这种具有极限思想的方法称为刘徽割圆术，而把他所得到的3.14叫做徽率。

经过了一千二百多年，法国数学家韦达才找到了类似的计算方法。

一千年的纪录保持者

我国南朝的时候，出了一个世界闻名的大科学家，他的名字叫祖冲之。他在公元460年把圆周率的计算大大推进了一步，成了世界上第一个把π计算得准确到小数点第7位的人。

祖冲之于公元429年4月20日出生在范阳郡遒县（今河北省涞水县）．他年青时没上过什么学校，也没有得到什么名师指点，但是自学非常刻苦，尤其是对天文、数学有浓厚的兴趣．他广泛搜集，认真阅读了前人有关天文、数学的许多著作，却从来不盲目接受，总要亲自进行测量和推算．他采用刘徽割圆术，一直算到圆的内接正12288（即 6×2^{11}）边形的边长，推算出了正12288和24576边形的面积后得到

$$3.1415926<\pi<3.1415927,$$

由此推得

$$\pi\approx3.1415926.$$

他在用公式

$$a_{6\times2^{11}}=\underbrace{\sqrt{2-\sqrt{2+\sqrt{2+\cdots\sqrt{2+\sqrt{3}}}}}}_{12\text{重根号}}$$

计算内接正12288边形的边长时，需要进行12重根号运算．你若现在用纸笔来计算它，也要花很多力气．而古时候，没有现在的运算方法和计算工具，祖冲之只有用小竹块（或骨块）制作的算筹在地上摆出数字和计算过程，这需要付出多么艰巨的劳动啊！

祖冲之还找到了两个近似于 π 的分数，一个是 $\frac{22}{7}$，它比 π 约大0.0012，称为约率，另一个是 $\frac{355}{113}\approx3.1415929$，它仅比 π 约大0.0000002，称为密率．这后一个分数的发现也

是祖冲之空前的杰作，因为后来人们证明了所有分母不超过113的分数中，祖冲之找到的$\frac{355}{113}$是π的近似值中最好的一个。祖冲之把他得到的结果写进了他的数学著作《缀术》中，但这本著作流行六百年后就失传了，使后人不知道他是怎样发现这个分数的。为纪念祖冲之的卓越贡献，日本数学史家曾建议把他得到的这个分数值称为祖率。

祖冲之取得的这个π值计算的世界纪录保持了一千多年，直到1585年，欧洲的数学家安索尼宗才重新发现了值$\frac{355}{113}$，算是平了这个纪录。

一位德国数学家讲得很好：在数学发展的历史上，许多国家的数学家都曾寻求过更加精密的圆周率，因此圆周率的精密程度可以作为衡量这个国家数学发展水平的标志。从这个论断我们可以说，祖冲之的光辉成就充分表现了我国古代数学高度发展的水平，是值得我们引以自豪的。

纪录被不断刷新

祖冲之的纪录被荷兰数学家罗梅在1593年打破了，他从内接正四边形开始，用割圆术（欧洲称为古典方法）计算到正2^{30}边形，求得π的值准确到小数点后第15位。

1610年，德国的数学家卢道尔夫把π值推进到了小数点后第35位！这要用到内接正2^{62}边形，为了完成这一艰难繁复的计算，几乎耗费了他一生的大部分心血。人们没有忘记

他的辛劳，把这个π的值刻在了他的墓碑上；到今天，在德国还常称这个数为“卢道尔夫数”.

荷兰的物理学家斯涅留斯（他因发现折射率而闻名）也被π的计算吸引住了. 1621年，他没有象鲁道尔夫那样沿着古典方法的老路走，而是巧妙地对这个方法作了一点改进. 用改进后的方法，只要算到圆的内接正2^{30}边形，就能得到鲁道尔夫的35位小数.

要想用正多边形这一古老的方法继续推进π的结果，愈来愈感到困难. 1630年，格林贝尔格利用斯涅留斯的改进方法，把π算到了39位小数. 这很可能就是古典方法计算π值的最佳结果.

一组奇妙的表达式

各国的数学家不断地寻找π的更好的计算方法，得到了π的各种奇妙的表达式.

1579年，法国著名数学家韦达找到了与刘徽割圆术类似的计算方法，他是用圆的内接正4、8、16、…、2^n、…边形的周长逼近圆周长的方法去计算π的. 他得到的公式是

$$\pi = 2 \cdot \frac{2}{\sqrt{2}} \cdot \frac{2}{\sqrt{2+\sqrt{2}}} \cdot \frac{2}{\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{2}}}} \cdots$$

这公式也可改写成

$$\frac{2}{\pi} = \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{\sqrt{2+\sqrt{2}}}{2} \cdot \frac{\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{2}}}}{2} \cdots$$

1650年，英国数学家瓦里斯把π表示成下面的无穷个因

式乘积的形式

$$\frac{\pi}{2}=\frac{2}{1}\cdot\frac{2}{3}\cdot\frac{4}{3}\cdot\frac{4}{5}\cdot\frac{6}{5}\cdot\frac{6}{7}\cdot\frac{8}{7}\cdot\frac{8}{9}\cdots$$

紧接着布龙克尔（英国皇家学会第一任主席）把瓦里斯的结果变成了无穷连分数

$$\frac{4}{\pi}=1+\cfrac{1^2}{2+\cfrac{3^2}{2+\cfrac{5^2}{2+\cfrac{7^2}{2+\cdots}}}}$$

1674年，德国的大数学家莱布尼茨发现了

$$\frac{\pi}{4}=1-\frac{1}{3}+\frac{1}{5}-\frac{1}{7}+\frac{1}{9}-\cdots$$

上面的每一个公式看来都不太复杂，但要用它们来把π值计算得足够准确的话，都需要极大的耐心和用很长的时间。比如你若想用上面最后一个公式把π计算得准确到第6位小数，你必须要计算公式的前2,000,000项！

π的计算方法的一次重大突破是找到了它的反正切函数表达式。1671年苏格兰数学家格里高利证明了

$$\operatorname{arctg}x=x-\frac{x^3}{3}+\frac{x^5}{5}-\frac{x^7}{7}+\cdots \qquad (-1<x\leqslant 1)$$

1706年数学家马青首先发现

$$\pi=16\operatorname{arctg}\frac{1}{5}-4\operatorname{arctg}\frac{1}{239}$$

他在这一年用上面的两个公式使π值的计算迅速地越过了100位小数的大关。

人工计算π值的最高纪录

新的计算方法大大加快了π的计算速度，新的结果不断出现. 经过大数学家欧拉的倡导，人们于1737年开始广泛地使用希腊字母π表示圆周率. 从此，π在数学书中成了一个不同国籍的人都能看懂的简明符号.

英国的沈克士决心要刷新纪录，他几乎花费了二十年的精力在1873年公布了一个轰动一时的结果：他利用上面的两个公式把π值算到了小数点后707位！沈克士死后，人们把他得到的π的707位小数刻上了他的墓碑.1937年，万国博览会在巴黎开幕，馆里也刻上了这记录着数学家勇敢探索、艰苦攀登的707位小数.

1946年曼彻斯特大学的费林生和华盛顿的连契又各自把π算到了小数点后808位，并发现沈克士的结果从小数点528位以后发生了错误。一数之差使沈克士空费了多年的力气.这个失误警示人们：科学攀登，不能有丝毫疏忽！

电子计算机的问世，宣告了这种耗时费力的马拉松人工计算的结束，也使得小数点后808位成了人工计算π值的最高纪录.

一幕π的闹剧

在研究圆周率的初期，数学家曾希望能找到一个能准确表达π值的分数，在各种尝试都失败了以后，人们明白了这个分数是不存在的。在十八世纪，数学家勒让德和林德曼先

后用不同的方法证明了π是一个无理数.后来又证明了π这个无理数还不可能是一个代数方程的根.

可笑的是，生活中总有置科学真理于不顾的人.试看这个例子：一位自以为是的作者于1892年在《纽约论坛》上宣布重新发现了一个长期丢失的秘密，该秘密导出π的准确值为3.2.随着这一宣布引起了一阵骚动，竟有不少人赞成用这个π值.好些年后，这位醉心于此的作者，又公布了$\pi=3\frac{13}{81}$的所谓证明，为此还搞了一大厚本抄件，散发给全美国的大多数学院和公共图书馆.

继后，1897年印第安纳州法第246号法案还试图以法律形式确定π的值。该法案的第一节中说"印第安纳州的众议院议案肯定下述事实已被发现，即一个圆的面积等于以其周长的$\frac{1}{4}$为边的正方形的面积。"尽管由于该州公共教育局长是那样地奋力支持，使该法案通过了，但这种无视科学尊严的强加只迎来了一批报纸的嘲笑.这个荒唐的法案被参议院搁置起来，算是结束了一场π的闹剧.

三连冠的夺取者

电子计算机以人力不能比拟的速度加入了竞赛的行列.1949年，马利兰德初次用电子计算机尝试，就轻易地把π算到了2037位小数.到1958年，法国数学家把π计算到了一万位小数，计算时间仅为1小时40分.两年后，美国创造过人工计