

小学数学奥林匹克题

1000

题解



同心出版社

小学数学
奥林匹克题 1000 题解

颐华 秀实 编著

同心出版社

图书在版编目(CIP)数据

小学数学奥林匹克题 1000 题解/顾华,秀实编著

—北京:同心出版社,1999.5

ISBN 7-80593-328-6

I. 小… II. ①顾… ②秀… III. 数学课-小学-解题

IV. C623.505

中国版本图书馆 CIP 数据核字(1998)第 17735 号

同心出版社出版、发行

(北京市东单西裱糊胡同 34 号)

邮编:100734 电话:(010)65298830

有色曙光印刷厂印刷 新华书店经销

1999 年 5 月第 1 版 2000 年 1 月第 2 次印刷

787×1092 毫米 32 开本 18.25 印张

字数:387 千字 印数:10001—20000 册

定价:20.00 元

前 言

在这世纪之交,世界社会经济发展,处在急剧的转型期。各国都重新研究本国的经济与教育发展的战略。目前,我国提出科教兴国的方针,并要全面推行素质教育。为此,大力加强数学教育,积极开展数学奥林匹克,就尤显重要了。

数学是各门学科的基础。700多年前,英国的思想家、现代实验科学的先驱罗吉尔·培根曾说:“数学是科学的大门和钥匙。”时至今日,人们更加清楚地看到了数学在现代教育中所占据的永恒的地位!当今世界,自然科学、社会科学和数学,已发展成为三足鼎立之势。科学和技术的迅猛、巨大的进步,主要就得益于数学的现代发展,特别是数学在物理学、生物学以及社会科学中的纵深渗透。数学奥林匹克,是高水平的数学竞赛。所以,加强数学教学,积极开展数学奥林匹克,不仅能使学生在学习和竞赛中体验数学的思维模式和神奇魔力,而且能为他们日后的发展,打下全面的科学文化素质的坚实基础。

数学奥林匹克,它是思维的体操,也是力量、灵活与美的竞赛。它为学生提供了一个极为宽泛和自由的环境,在数学奥林匹克的高质量高水平的竞赛中,能极大地激发学生学习的主动性,因而学生的个人潜能,也有可能得到充分的发挥;学生的心理、人格、角色、意志、思维、观念等素质,也会得到全面

的培养和提高。

当然,数学奥林匹克也不是一味地追求难题和偏题。它坚持“不超前,不超纲”和“大众化、普及型”的命题原则和组织原则,即以课堂、课本为基础,竞赛内容让参与的不同层次的学生,都能得到应有的收获和提高。在开展数学奥林匹克的同时,给学生提供处理问题的指导,使学生在积极参与的基础上,通过典型的、探索性很强的问题的讨论,在学习方法和知识内容上,均有明显的升华。

我们编写《小学数学奥林匹克题 1000 题解》,是希望能为小学全面推进素质教育,做出一些贡献。本书力求做到选题典型、新颖,同时注意广度和深度,注意课内外的结合;讲题力求富有启发性,注意从方法上、从能力上多方探究解题思路。

颐华 秀实

1999. 北京

目 录

一、数字	(1)
(一) 数字谜	(1)
(二) 填数字	(19)
(三) 数阵图	(41)
(四) 其它趣味数字问题	(59)
A. 奥妙无穷的自然数	(59)
B. 用数字拼凑自然数	(63)
C. 报数游戏	(65)
D. 找规律,填数字	(70)
E. 游戏对策	(72)
二、速算与巧算	(75)
(一) 加减法中的速算与巧算	(75)
A. 加法	(75)
a. “凑整”先算	(75)
b. 高斯求和法	(81)
c. 基准数法	(95)
d. 其他	(96)
B. 减法	(98)
C. 加减混合运算	(99)

(二) 乘除法中的速算与巧算	(101)
(三) 小数四则运算中的巧算	(110)
(四) 分数简算	(115)
(五) 平方与速算	(129)
(六) 几何中的巧算	(132)
A. 巧求周长	(132)
B. 巧求面积	(136)
C. 巧求体积	(141)
三、整数	(145)
(一) 奇数与偶数	(145)
A. 奇偶数的加减法	(145)
B. 奇偶数的乘法	(149)
C. 区分颜色法	(154)
(二) 整数、倍数及余数	(156)
A. 质数、合数、质因数分解	(156)
B. 个位数的乘法性质	(165)
C. 数的整除问题	(171)
D. 约数与最大公约数	(179)
E. 倍数与最小公倍数	(183)
F. 余数与同余	(189)
G. 整数的分拆	(197)
H. 尾数问题	(202)
四、小数和分数	(206)
(一) 小数和分数	(206)
(二) 循环小数和分数	(211)
(三) 分数与小数的互化	(215)

(四)	分数大小的比较	(221)
(五)	分数的拆分	(226)
(六)	繁分数	(232)
(七)	分数的最大公约数和最小公倍数	(237)
(八)	分数、小数四则混合运算	(244)
五、图形		(251)
(一)	外角与多边形内角和	(251)
(二)	三角形的等积变形	(255)
(三)	面积的计算	(263)
(四)	圆、扇形和不规则图形	(273)
(五)	长方体和正方体	(290)
(六)	圆柱和圆锥	(306)
六、运算规律		(319)
(一)	列表尝试法	(319)
(二)	画图凑数法	(327)
(三)	画图显示法	(329)
(四)	枚举法	(332)
(五)	找规律法	(340)
(六)	倒推法	(343)
(七)	等量代换法	(355)
(八)	类比法	(360)
(九)	裂项法	(364)
(十)	假设法	(367)
(十一)	对应法	(373)
(十二)	交集法	(380)
(十三)	反证法	(382)

(十四) 代数法	(383)
(十五) 分析综合法	(384)
(十六) 统筹法	(386)
七、应用题	(389)
(一) 分数、百分数问题	(389)
(二) 比和比例问题	(398)
(三) 求平均数问题	(407)
(四) 归一问题	(415)
(五) 和倍、差倍问题	(419)
(六) 工程问题	(426)
(七) 行程问题	(438)
(八) 流水问题	(451)
(九) 列车过桥与穿过隧道问题	(457)
(十) 浓度问题	(462)
(十一) 植树问题	(467)
(十二) 方阵问题	(470)
(十三) 年龄问题	(475)
(十四) 盈亏问题	(480)
(十五) 时钟问题	(486)
(十六) 鸡兔问题与调换问题	(493)
(十七) 列方程解应用题	(499)
八、几个专题	(506)
(一) 排列与组合	(506)
A. 乘法原理	(506)
B. 加法原理	(512)
C. 排列	(519)

D. 组合	(524)
(二) 抽屉原则	(530)
(三) 集合	(539)
(四) 容斥原理	(547)
(五) 不定方程	(552)
(六) 二进制	(559)
(七) 最大与最小	(562)
(八) 逻辑推理	(567)

一、数 字

(一)数字谜

数字谜是一种锻炼思维的体操,它对于学习数学,提高分析能力,是十分有利的。

数字谜的分析思考问题的方法大体分三个步骤:审题、选择解题突破口、确定各汉字或字母所代表的数字。在第三个步骤中,也需要根据已知数字的关系与特征,确定要填写数字的大致范围,然后进行适当的试验,确定各汉字或字母所代表的数字。

在下面的算式中,每个字母代表一个数字,相同的字母表示相同的数字,不同的字母表示不同的数字,当它们代表什么数字时,以下算式成立。

1.

$$\begin{array}{r} E Y E \\ + A_1 R_0 E \\ \hline A_1 R_0 E Y \end{array}$$

分析:首先,我们必须注意到,在同一题里,字母相同,表示的数字相同,字母不同,表示的数字也不相同的这一原则。由于此题是三位数加上三位数,其和为四位数,所以,很明显“ A ”=1,而十位最多向百位进1,且“ R ”不能再取1,只能取

0,所以“R”=0,因为“R”=0,那么“E”取8或9。

①若“E”=8,则个位上因为 $8+8=16$,所以,“Y”取6,且个位向十位进1,而在十位上是 $6+0+1=7\neq 8$,与假设的“E”=8矛盾,所以“E” $\neq 8$ 。

②若“E”=9,个位上因为 $9+9=18$,所以“Y”=8,而十位上是 $8+0+1=9$,正好与“E”=9吻合,而百位上是 $9+1=10$,此问题得解。

解:

$$\begin{array}{r} 9 \ 8 \ 9 \\ + 1 \ 0 \ 9 \\ \hline 1 \ 0 \ 9 \ 8 \end{array}$$

2.

$$\begin{array}{r} A \ B \ C \ D \\ B \ E \ F \\ + G \ H \ I \\ \hline 2 \ 0 \ 0 \ 0 \end{array}$$

分析:首先,我们应抓住问题的突破口,我们应很快发现“ $A=1$ ”,并且百位向千位进1。还可以推出个位与十位上的数字相加后均有进位,再看个位与十位上的各个数字均是不同的,没有任何规律,所以进一步的分析,便是抓住百位上的两个相同的“ B ”与进位,同时注意百位只能向千位进1。于是,百位上各个数字以及各级上的进位只有如下六种可能的情况:

$$\begin{array}{r}
 12** \\
 2** \\
 + 5** \\
 \hline
 2000
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 12** \\
 2** \\
 + 5** \\
 \hline
 2000
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 12** \\
 2** \\
 + 4** \\
 \hline
 2000
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 12** \\
 2** \\
 + 4** \\
 \hline
 2000
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 13** \\
 3** \\
 + 2** \\
 \hline
 2000
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 13** \\
 3** \\
 + 2** \\
 \hline
 2000
 \end{array}$$

由于竖式中的其余几个字母无特殊规律,则用剩余的数字按照各级上的进位去凑。

解:(个位与十位上数字可各自上下调动,答案多种,此仅列二种)

$$\begin{array}{r}
 1253 \\
 267 \\
 + 480 \\
 \hline
 2000
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 1258 \\
 269 \\
 + 473 \\
 \hline
 2000
 \end{array}$$

3.

$$\begin{array}{r} A B 8 B \\ - \quad A 9 C \\ \hline 8 8 8 \end{array}$$

分析：由十位可以看出，个位向十位有借位，所以， $10+B=C+8$ ， $C=B+2$ ；显然 $A=1$ ，十位向百位借 1，百位上 $B+10=A+8+1=1+8+1=10$ ， $B=0$ ， $C=2$ 。

解：

$$\begin{array}{r} 1 0 8 0 \\ - \quad 1 9 2 \\ \hline 8 8 8 \end{array}$$

4.

$$\begin{array}{r} A 5 2 B \\ - B 2 5 A \\ \hline 8 C D C \end{array}$$

分析：本题为一个四位数减去一个四位数，而差仍为四位数。由于差的千位是 8，即 $A-B=8$ ，所以 A 必为 9， B 必等于 1 ($B \neq 0$)，于是算式变成如下形式。

$$\begin{array}{r} 9 5 2 1 \\ - 1 2 5 9 \\ \hline 8 C D C \end{array}$$

解:

$$\begin{array}{r} 9\ 5\ 2\ 1 \\ - 1\ 2\ 5\ 9 \\ \hline 8\ 2\ 6\ 2 \end{array}$$

5.

$$\begin{array}{r} A\ B\ C\ D \\ \times \qquad M \\ \hline D\ C\ B\ A \end{array}$$

分析:因为乘积是四位数,所以, $A \times M < 9$ 。很明显 M 不能是 1,如果 A 是 1, D 、 M 是不同的奇数,并且相乘后个位上是 1,只有 3×7 或 7×3 ,可是 $M=7, D=3$,或者 $M=3, D=7$ 都与算式不符合。

$M=2, A=3$ 或 $4, 2 \times D$ 个位数不能是 3,如果 A 是 4, D 将是 2,总之 M 不能是 2。

$M=3$,只有 $A=2, D=4$,从乘积的千位来看, D 不能是 4,因此 M 不能是 3。

$M=4$,就有 $A=2, D=3$ 或 8。从乘积的千位来看 D 不能是 3,只能 $D=8$ 。这样 $B \times M$ 就没有进位,已有 $A=2, B$ 只能是 1,再从乘积的个位 $8 \times 4 = 32$,要进到十位 3,乘积的十位 B 是 1, $C \times 4$ 的个位数必须是 8,只有 7×4 。

解:

$$\begin{array}{r} 2\ 1\ 7\ 8 \\ \times \qquad 4 \\ \hline 8\ 7\ 1\ 2 \end{array}$$

6.

$$\begin{array}{r}
 A B C \\
 \times D C \\
 \hline
 B E A \\
 F A G H \\
 \hline
 F I G A A
 \end{array}$$

分析: 由于 $\overline{ABC} \times C = \overline{BEA}$, 因此我们选择 C 和 A 作突破口。

根据 $C \times C$ 的个位是 A , C 的取值范围是 2、3、4、7、8、9, 相应地, A 取值为 4、9、6、9、4、1, 由于 $A \times C$ 百进位后不能再进位, 因此只有 $C=2$ 、 $A=4$ 满足条件, 进一步可推出 $B=9$, $E=8$ 。

从乘积的十位上可以看出, 由于 $A=4$, $E=8$, 因此 $H=6$, 这说明 $C \times D$ 的个位是 6, 所以 $D=3$ 或 8, 根据 $E=8$, 可知 $D=3$ 。

至此, 被乘数和乘数已经确定。

解:

$$\begin{array}{r}
 4 9 2 \\
 \times 3 2 \\
 \hline
 9 8 4 \\
 1 4 7 6 \\
 \hline
 1 5 7 4 4
 \end{array}$$

在下面的算式中, 相同的汉字代表相同的数字, 不同的汉字代表不同的数字, 求这些算式。

7.

$$\begin{array}{r}
 \text{大 家 上 学} \\
 + \quad \text{大 家 爱 学} \\
 \hline
 \text{爱 学 上 大 学}
 \end{array}$$

分析：两数之和的第五位“爱”，是两个加数的两个第四位数“大”之和，所以“爱”是1。

两个加数的第一位“学”与“学”等于“学”，所以“学”等于0。

“大”加“大”等于10，所以“大”等于5。

两个加数的第二位相加后，即“上”加“爱”等于“大”，也就是“上”加1等于5，所以“上”等于4。

两个加数的第三位“家”加“家”等于“大”，即“家”加“家”等于4，所以“家”等于2。

解：

$$\begin{array}{r}
 \quad \quad \quad 5 \quad 2 \quad 4 \quad 0 \\
 + \quad \quad 5 \quad 2 \quad 1 \quad 0 \\
 \hline
 1 \quad 0 \quad 4 \quad 5 \quad 0
 \end{array}$$

8.

$$\begin{array}{r}
 \text{奥 林 匹 克} \\
 \quad \text{林 匹 克} \\
 \quad \quad \text{匹 克} \\
 + \quad \quad \quad \text{克} \\
 \hline
 2 \quad 0 \quad 0 \quad 0
 \end{array}$$

分析：在这个加法算式中，加数个位上的数字均相同，并且它们和的个位为0，所以选择个位作为解题的突破口。