梁铨廷 · 电子社 · 物理光学 · 第4版 · 配套用书

光电信息科学与工程类专业规划教材

# 物理光学

## 学习指导与题解（第2版）

刘翠红 编著

電子工業出版社
PUBLISHING HOUSE OF ELECTRONICS INDUSTRY http://www.phei.com.cn

光电信息科学与工程类专业规划教材

# 物理光学学习指导与题解

## （第2版）

刘翠红　编著

電子工業出版社
Publishing House of Electronics Industry
北京·BEIJING

## 内容简介

本书是与梁铨廷编著的《物理光学》第4版配套的教学参考书。

第2版是在第1版的基础上，经过修改、补充，重新编写而成的。

本书保留了第1版的基本内容，并对第1版的错漏做了修改，充实了内容，个别难题增加了不同的解题方法，调整了全书的结构，更便于读者自学。

本书与《物理光学》第4版的内容安排一致，即包含了光的电磁理论，光的叠加与分析，光的干涉与干涉仪，多光束干涉与光学薄膜，光的衍射，光的偏振与晶体光学。全书共有500多道题目及详细的参考解答，这些题目既有基础题，也有综合题，适合不同层次的读者使用。

本书可作为光电信息科学与工程类各专业学习物理光学课程的教学参考书，也可供其他专业的本科生和硕士生学习物理光学时参考，同时，也是相关专业硕士研究生入学考试复习的参考书。



**图书在版编目(CIP)数据**

物理光学学习指导与题解/刘翠红编著．—2版．—北京：电子工业出版社，2013.2
光电信息科学与工程类专业规划教材
ISBN 978-7-121-19478-8

Ⅰ．①物… Ⅱ．①刘… Ⅲ．①物理光学-高等学校-教学参考资料 Ⅳ．①O436

中国版本图书馆CIP数据核字(2013)第017248号

责任编辑：韩同平　　特约编辑：张庆杰
印　　刷：北京季蜂印刷有限公司
装　　订：北京季蜂印刷有限公司
出版发行：电子工业出版社
　　　　　北京市海淀区万寿路173信箱　　邮编：100036
开　　本：787×1092　1/16　印张：13　字数：360千字
印　　次：2013年2月第1次印刷
印　　数：3 000册　　定价：35.00元

凡所购买电子工业出版社图书有缺损问题，请向购买书店调换。若书店售缺，请与本社发行部联系，联系及邮购电话：(010)88254888。

质量投诉请发邮件至zlts@phei.com.cn，盗版侵权举报请发邮件至dbqq@phei.com.cn。

服务热线：(010)88258888。

# 前　　言

本书是与梁铨廷教授编著的《物理光学》第4版配套的教学参考书。

本书第1版自2009年出版以来，得到广大读者的喜爱和支持，其间多次印刷，我们在教学、使用过程中也积累了更多的经验，并不断得到广大师生的反馈意见。

这次的第2版保留了第1版的特色，即针对每章内容编写了学习目的和要求，以及基本概念和基本公式，对常见问题及相应的解题方法进行归类，并对梁铨廷教授编著的《物理光学》第4版中的习题做了较详细的解答，一些典型的题目还给出多种解题思路。每章之后的自测题主要是针对本章基本的知识点而设计的，是学生必须掌握的较简单题目；而适合全书总复习的一些综合性的有一定难度的题目，则安排在全书末尾的8套模拟试题中。

第2版主要做了如下修订：(1)更正了分布在全书各处的错漏；(2)把原来第3章的内容拆分成两章，即现在的第3、第4章，使其与梁铨廷《物理光学》的章节内容编排完全一致，更便于读者自学；(3)增加了两套模拟试题，使全书的模拟试题增加到8套；(4)把自测题和模拟试题做了精心梳理、补充，使其层次更分明。

感谢梁铨廷教授在本书编写过程中提出的宝贵意见和建议，感谢韩同平编辑热诚的工作和富有经验的意见，使本书能以更适合读者的新面貌出现。感谢广大师生尤其是陈志峰博士提出的建议。

欢迎广大读者与作者交流(chliu@gzhu.edu.cn)。

编著者

# 目　　录

# 第 1 章　光的电磁理论

## 1.1　学习目的和要求

1. 了解积分和微分形式的麦克斯韦方程组、物质方程。

2. 掌握光的电磁波表达形式和电磁场的复振幅描述。

3. 理解光强的概念，掌握相对光强的计算。

4. 掌握光在介质界面上的反射、折射和全反射。熟悉用菲涅耳公式计算反射或透射光波的振幅、强度和能流，理解半波损失。

5. 掌握布儒斯特定律。

6. 了解光的吸收、色散和散射现象及经典理论。

## 1.2　基本概念和基本公式

**1. 麦克斯韦方程组**

光是一种电磁波。

麦克斯韦方程组：

$$\begin{cases} \nabla\cdot\boldsymbol{D}=\rho \\ \nabla\cdot\boldsymbol{B}=0 \\ \nabla\times\boldsymbol{E}=-\dfrac{\partial\boldsymbol{B}}{\partial t} \\ \nabla\times\boldsymbol{H}=\boldsymbol{j}+\dfrac{\partial\boldsymbol{D}}{\partial t} \end{cases} \tag{1.1}$$

**2. 波动方程**

光波在各向同性介质中传播的波动方程：

$$\begin{cases} \nabla^2\boldsymbol{E}-\dfrac{1}{v^2}\dfrac{\partial^2\boldsymbol{E}}{\partial t^2}=0 \\ \nabla^2\boldsymbol{B}-\dfrac{1}{v^2}\dfrac{\partial^2\boldsymbol{B}}{\partial t^2}=0 \end{cases} \tag{1.2}$$

**3. 光速**

$$v=1/\sqrt{\varepsilon\mu} \tag{1.3}$$

其中，$\varepsilon$ 和 $\mu$ 分别是介质的介电常数和磁导率。

真空中光速为　　$c=1/\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}=2.99794\times10^8\,\text{m/s}\approx3\times10^8\,\text{m/s}$

介质的绝对折射率为　　$$n=\frac{c}{v}=\sqrt{\frac{\varepsilon\mu}{\varepsilon_0\mu_0}}=\sqrt{\varepsilon_r\mu_r} \tag{1.4}$$

其中，$\varepsilon_r$ 和 $\mu_r$ 分别是介质的相对介电常数和相对磁导率。对大部分透明光学介质，$\mu_r\approx1$，

$n=\sqrt{\varepsilon_r}$。介质的折射率是光波频率的函数。

**4. 波长**

真空中可见光的波长范围为 390～780nm，平均波长为 550nm，对应的频率范围为 $3.84\times10^{14}\sim7.69\times10^{14}$Hz。正常视力的人眼对波长为 555nm 的绿色光最为敏感。

**5. 光矢量**

由于光波对物质的磁场作用远比电场作用弱，所以讨论光场振动性质时通常只考虑电矢量 $\boldsymbol{E}$，也称为光矢量。

**6. 单色平面波表达式**

复数形式：
$$\boldsymbol{E}=\boldsymbol{A}\exp[\mathrm{i}(\boldsymbol{k}\cdot\boldsymbol{r}-\omega t-\phi_0)] \tag{1.5}$$

复振幅：
$$\tilde{\boldsymbol{E}}=\boldsymbol{A}\exp(\mathrm{i}\boldsymbol{k}\cdot\boldsymbol{r}) \tag{1.6}$$

波函数也可用三角函数表示。例如，沿 $z$ 轴传播的平面波为

$$\boldsymbol{E}=\boldsymbol{A}\cos\left[\frac{2\pi}{\lambda}(z-vt)-\phi_0\right] \tag{1.7}$$

或
$$\boldsymbol{E}=\boldsymbol{A}\cos(kz-\omega t-\phi_0) \tag{1.8}$$

其中，$\boldsymbol{A}$ 是常矢量，表示单色光波电场的振幅。光波圆波数 $k$、频率 $\nu$、周期 $T$、波速 $v$ 及波长 $\lambda$ 之间的关系为

$$k=2\pi/\lambda \quad \nu=1/T=v/\lambda \quad \omega=2\pi\nu \quad \lambda=\lambda_0/n \tag{1.9}$$

其中，$\lambda_0$ 为光波在真空中的波长。

**7. 单色球面波**

$$\boldsymbol{E}(\boldsymbol{r},t)=\frac{A_1}{r}\cos(kr-\omega t) \tag{1.10}$$

复数表达形式为
$$\boldsymbol{E}(\boldsymbol{r},t)=\frac{A_1}{r}\exp[\mathrm{i}(kr-\omega t)] \tag{1.11}$$

复振幅为
$$\tilde{\boldsymbol{E}}(\boldsymbol{r},t)=\frac{A_1}{r}\exp[\mathrm{i}kr] \tag{1.12}$$

其中，$A_1$ 是距源点单位距离处的振幅；$r$ 的计算起点为光波的源点。

**8. 坡印廷矢量**

$$\boldsymbol{S}=\frac{1}{\mu}\boldsymbol{E}\times\boldsymbol{B} \tag{1.13}$$

**9. 光强、相对光强**

光强：
$$I=\langle S\rangle=\frac{1}{2}\sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}}A^2\text{（平面波）} \tag{1.14}$$

相对光强：
$$I=A^2\text{（平面波）} \tag{1.15}$$

**10. 折射定律（斯涅耳定律，Snell's law）**

$$n_1\sin\theta_1=n_2\sin\theta_2 \tag{1.16}$$

其中，$\theta_1$ 和 $\theta_2$ 分别是入射角和折射角。

**11. 全反射**

光波从光密介质射向光疏介质，发生全反射的临界角为

$$\theta_c = \arcsin n_{21} \tag{1.17}$$

其中，$n_{21} = n_2/n_1$ 为相对折射率。

全反射时，反射光中 s 波和 p 波有位相差 $\delta$，且

$$\tan\frac{\delta}{2} = \tan\frac{\delta_s - \delta_p}{2} = \frac{\cos\theta_1\sqrt{\sin^2\theta_1 - n_{21}^2}}{\sin^2\theta_1} \tag{1.18}$$

**12. 菲涅耳公式**

$$\begin{cases} r_p = \dfrac{A'_{1p}}{A_{1p}} = \dfrac{n_2\cos\theta_1 - n_1\cos\theta_2}{n_2\cos\theta_1 + n_1\cos\theta_2} = \dfrac{\tan(\theta_1 - \theta_2)}{\tan(\theta_1 + \theta_2)} \\ r_s = \dfrac{A'_{1s}}{A_{1s}} = \dfrac{n_1\cos\theta_1 - n_2\cos\theta_2}{n_1\cos\theta_1 + n_2\cos\theta_2} = -\dfrac{\sin(\theta_1 - \theta_2)}{\sin(\theta_1 + \theta_2)} \\ t_p = \dfrac{A_{2p}}{A_{1p}} = \dfrac{2n_1\cos\theta_1}{n_2\cos\theta_1 + n_1\cos\theta_2} = \dfrac{2\sin\theta_2\cos\theta_1}{\sin(\theta_1 + \theta_2)\cos(\theta_1 - \theta_2)} \\ t_s = \dfrac{A_{2s}}{A_{1s}} = \dfrac{2n_1\cos\theta_1}{n_1\cos\theta_1 + n_2\cos\theta_2} = \dfrac{2\sin\theta_2\cos\theta_1}{\sin(\theta_1 + \theta_2)} \end{cases} \tag{1.19}$$

其中，$r$ 是振幅反射率（即反射系数），如 $r_s$ 是 s 波的振幅反射率；$t$ 是振幅透射率（即透射系数），如 $t_s$ 是 s 波的振幅透射率；$A_1$ 和 $A'_1$ 分别是入射波和反射波的振幅，而 $A_2$ 是透射波的振幅，如 $A_{1s}$ 是入射 s 波振幅，$A_{2s}$ 是透射 s 波振幅。

**13. 反射率和透射率**

强度反射率和透射率分别为

$$\begin{cases} \mathfrak{R}_p \equiv \dfrac{I'_{1p}}{I_{1p}} = |r_p|^2 \\ \mathfrak{R}_s \equiv \dfrac{I'_{1s}}{I_{1s}} = |r_s|^2 \\ \mathcal{T}_p \equiv \dfrac{I_{2p}}{I_{1p}} = \dfrac{n_2}{n_1}|t_p|^2 \\ \mathcal{T}_s \equiv \dfrac{I_{2s}}{I_{1s}} = \dfrac{n_2}{n_1}|t_s|^2 \end{cases} \tag{1.20}$$

能流反射率和透射率（常简称为反射率和透射率）分别为

$$\begin{cases} R_p \equiv \dfrac{W'_{1p}}{W_{1p}} = \mathfrak{R}_p \\ R_s \equiv \dfrac{W'_{1s}}{W_{1s}} = \mathfrak{R}_s \\ T_p \equiv \dfrac{W_{2p}}{W_{1p}} = \dfrac{\cos\theta_2}{\cos\theta_1}\mathcal{T}_p \\ T_s \equiv \dfrac{W_{2s}}{W_{1s}} = \dfrac{\cos\theta_2}{\cos\theta_1}\mathcal{T}_s \\ R_p + T_p = 1,\ R_s + T_s = 1 \end{cases} \tag{1.21}$$

自然光入射时的反射率和透射率分别为

$$R = \mathfrak{R} = \frac{W_1'}{W_1} = \frac{1}{2}(R_p + R_s) = \frac{1}{2}(\mathfrak{R}_p + \mathfrak{R}_s)$$

$$\mathcal{T} = \frac{I_2}{I_1} = \frac{1}{2}(\mathcal{T}_p + \mathcal{T}_s) \tag{1.22}$$

$$T = \frac{W_2}{W_1} = \frac{1}{2}(T_p + T_s) = \frac{1}{2}(\mathcal{T}_p + \mathcal{T}_s)\frac{\cos\theta_2}{\cos\theta_1} = \mathcal{T}\frac{\cos\theta_2}{\cos\theta_1}$$

垂直入射时的反射率和透射率分别为

$$\begin{cases} r_p = \dfrac{n_2 - n_1}{n_2 + n_1} = -r_s \\ t_p = t_s = \dfrac{2n_1}{n_2 + n_1} \\ R_p = R_s = \mathfrak{R}_p = \mathfrak{R}_s = \left(\dfrac{n_2 - n_1}{n_2 + n_1}\right)^2 \\ T_p = T_s = \mathcal{T}_p = \mathcal{T}_s = \dfrac{4n_1 n_2}{(n_2 + n_1)^2} \end{cases} \tag{1.23}$$

**14. 布儒斯特角**

使振幅反射率的 p 分量等于零($r_p = 0$),反射光只有 s 分量的特殊入射角称为布儒斯特角。该入射角由布儒斯特定律给出:

$$\theta_B = \arctan n_{21} \tag{1.24}$$

其中,$\theta_B$ 为布儒斯特角。这时 $\theta_1 + \theta_2 = 90°$,即反射光出射方向与折射光出射方向垂直。

**15. 斯托克斯倒逆关系**

$$r^2 + tt' = 1,\ r' = -r \tag{1.25}$$

其中,$r$、$t$ 分别是光从折射率为 $n_1$ 的介质入射时的振幅反射率和透射率;$r'$、$t'$分别是光从折射率为 $n_2$ 的介质入射时振幅的反射率和透射率(对 p 波、s 波均适用)。

**16. 半波损失**

当平面波在接近正入射或者掠入射下从光疏介质与光密介质的分界面反射时,反射光振动相对于入射光振动发生了 π 的位相跃变,即产生了半个波长的跃变。

$$\mathscr{D}' = \mathscr{D} \pm \frac{\lambda}{2}$$

其中,$\mathscr{D}$是表观光程差,$\mathscr{D}'$是有效光程差。

**17. 光在金属中的传播**

金属中电磁场的波动方程为

$$\nabla^2 \boldsymbol{E} - \mu\sigma\frac{\partial \boldsymbol{E}}{\partial t} - \mu\varepsilon\frac{\partial^2 \boldsymbol{E}}{\partial t^2} = 0 \tag{1.26}$$

平面波为

$$\boldsymbol{E} = \boldsymbol{A}\exp(-\boldsymbol{\alpha}\cdot\boldsymbol{r})\exp[\mathrm{i}(\boldsymbol{\beta}\cdot\boldsymbol{r} - \omega t)] \tag{1.27}$$

若平面波沿垂直金属表面传播(如 $z$ 轴),则式 (1.27)变为

$$\boldsymbol{E} = \boldsymbol{A}\exp[-\alpha z]\exp[\mathrm{i}(\beta z - \omega t)] \tag{1.28}$$

对于金属良导体,$\dfrac{\sigma}{\varepsilon\omega} \gg 1$,则

$$\alpha \approx \beta \approx \left(\frac{\omega\mu\sigma}{2}\right)^{1/2} \tag{1.29}$$

穿透深度为
$$z_0 = 1/\alpha \tag{1.30}$$

**18. 光的吸收、色散和散射**

(1) 吸收

朗伯定律(或称布格尔定律):经传播距离 $z$ 后光强减小为

$$I = I_0 \exp[-\bar{\alpha} z] \tag{1.31}$$

其中,$\bar{\alpha}$是介质的吸收系数。

比尔定律:
$$I = I_0 \exp[-\beta C z] \tag{1.32}$$

式中,$C$ 是溶液浓度,$\beta$ 是比例常数。

(2) 色散

色散是指一种光在介质中传播时其折射率(速度)随频度(或波长)变化的现象。随着光的波长增加,吸收物质的折射率和色散率增大的称为反常色散。反之,随着光的波长增加,透明物质的折射率和色散率单调下降的称为正常色散。正常色散的规律由经验公式,即柯西色散公式给出:

$$n = a + \frac{b}{\lambda^2} + \frac{c}{\lambda^4} \tag{1.33}$$

其中,$a$、$b$ 和 $c$ 是只与物质有关而与波长无关的常数。

(3) 散射

瑞利散射定律:

$$I \propto 1/\lambda^4 \tag{1.34}$$

## 1.3 常见习题分类及典型例题分析

**题型一** 已知单色平面波或球面波的表达式,求频率、波长、周期、振幅、相速度、传播方向及某个平面上的复振幅分布;或相反地,给出振幅、频率、波长等求波的表达式。

**基本解题思路** 对比波的标准表达式和各物理量的关系式(1.5)~(1.12)求之;利用麦克斯韦方程组,由给出的电场求磁场,反之亦然。

**例 1.1** 写出在 $oyz$ 平面内沿与 $y$ 轴成 $\theta$ 角的 $\boldsymbol{r}$ 方向传播的平面波的复振幅。

**解** 该平面波波矢的三个分量分别为

$$k_x = 0,\quad k_y = k\cos\theta,\quad k_z = k\sin\theta$$

其位相分布为
$$\phi(r) = \boldsymbol{k}\cdot\boldsymbol{r} - \phi_0 = k(y\cos\theta + z\sin\theta) - \phi_0$$

其中,$\phi_0$ 是原点处的初相。

设平面波振幅大小为 $A$,则其复振幅为

$$\tilde{E}(r) = A\exp\{\mathrm{i}[k(y\cos\theta + z\sin\theta) - \phi_0]\}$$

**例 1.2** 一个平面电磁波可以表示为 $E_x = 0, E_y = 2\cos\left[2\pi \times 10^{14}\left(\frac{z}{c} - t\right) - \frac{\pi}{2}\right], E_z = 0$。求:

(1) 该电磁波的频率、波长、振幅和原点的初相是多少?

(2) 波的传播和电矢量的振动取哪个方向?

(3) 与电场相联系的磁场 $\boldsymbol{B}$ 的表达式。

**解** (1) 把题给条件与式(1.8)和式(1.9)比较可知：

振幅 $A=2$，频率 $\nu=\dfrac{\omega}{2\pi}=10^{14}\text{Hz}$，波长 $\lambda=\dfrac{2\pi}{k}=3.0\times10^{-6}\text{m}$，初相 $\phi_0=\dfrac{\pi}{2}$。

(2) 平面电磁波沿 $z$ 轴正方向传播，又因 $E_x=0,E_z=0$，故矢量的振动取 $y$ 轴方向。

(3) 由麦克斯韦方程组(1.1)中的第三式：$\nabla\times\boldsymbol{E}=-\dfrac{\partial\boldsymbol{B}}{\partial t}$，并考虑题设 $E_x=E_z=0$，以及 $\dfrac{\partial E_y}{\partial x}=0$，得 $B_y=B_z=0$，且

$$\frac{\partial B_x}{\partial t}=-\frac{\partial E_y}{\partial z}=\frac{2\pi\times10^{14}}{c}\sin\left[2\pi\times10^{14}\left(\frac{z}{c}-t\right)-\frac{\pi}{2}\right]$$

对 $t$ 积分得
$$B_x=\frac{2}{c}\cos\left[2\pi\times10^{14}\left(\frac{z}{c}-t\right)-\frac{\pi}{2}\right]$$

可见，$\boldsymbol{E}$ 与 $\boldsymbol{B}$ 互相正交且与波的传播方向垂直。

**例 1.3** 一平面简谐电磁波在真空中沿正 $x$ 方向传播，其频率为 $4\times10^{14}\text{Hz}$，电场振幅为 14.14V/m，如果该电磁波的振动面与 $xy$ 平面呈 45°角，试写出 $\boldsymbol{E}$ 和 $\boldsymbol{B}$ 的表达式。

**解** 已知频率 $\nu=4\times10^{14}\text{Hz}$，则波数

$$k=\frac{2\pi}{\lambda}=\frac{2\pi\nu}{c}=\frac{2\pi\times4\times10^{14}}{3\times10^{8}}=2.7\pi\times10^{6}(\text{m}^{-1})$$

因波沿 $x$ 方向传播，所以

$$E_x=0$$

$$E_z(x,t)=E_0\cos45^\circ\exp[\mathrm{i}k(x-vt)]=14.14\times\frac{\sqrt{2}}{2}\exp[\mathrm{i}2.7\times10^{6}\pi(x-3\times10^{8}t)]$$
$$=10\exp[\mathrm{i}2.7\times10^{6}\pi(x-3\times10^{8}t)]$$
$$E_y(x,t)=E_0\sin45^\circ\exp[\mathrm{i}k(x-vt)]=10\exp[\mathrm{i}2.7\times10^{6}\pi(x-3\times10^{8}t)]$$

所以
$$\boldsymbol{E}=E_y\boldsymbol{e}_y+E_z\boldsymbol{e}_z$$

$\boldsymbol{B}$ 垂直于 $\boldsymbol{E}$ 和 $\boldsymbol{k}$，又 $|\boldsymbol{E}|=\dfrac{1}{\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}}|\boldsymbol{B}|$，故可得

$$B_{0z}=B_{0y}=\frac{10}{3\times10^{8}}=3.33\times10^{-6}$$

$$B_y(x,t)=B_{0y}\exp[\mathrm{i}k(x-vt)]=3.33\times10^{-6}\exp[\mathrm{i}2.7\times10^{6}\pi(x-3\times10^{8}t)]$$
$$B_z(x,t)=B_{0z}\exp[\mathrm{i}k(x-vt)]=3.33\times10^{-6}\exp[\mathrm{i}2.7\times10^{6}\pi(x-3\times10^{8}t)]$$
$$\boldsymbol{B}=-B_y\boldsymbol{e}_y+B_z\boldsymbol{e}_z$$

**题型二** 求反射率、透射率、反射和透射光的光强度或偏振度。

**基本解题思路** 利用菲涅耳公式、布儒斯特定律及全反射临界角求解。

**例 1.4** 试证明反射光与透射光的振幅及位相满足斯托克斯倒逆关系：$r^2+tt'=1$ 和 $r'=-r$。式中，$r$、$t$ 分别是光从第一介质到第二介质的振幅反射系数和振幅透射系数，$r'$、$t'$ 则是从第二介质到第一介质的相应值。

**证明** 设第一介质折射率为 $n_1$，第二介质折射率为 $n_2$。若振幅为 $E_0$ 的光入射，则反射光为 $rE_0$，折射光为 $tE_0$ 如图 1.1(a)所示。

若反射光与折射光以原来的振幅 $rE_0$ 和 $tE_0$ 逆着原来的光路传播，其反射和折射的振幅如

图 1.1(b)、(c)所示。

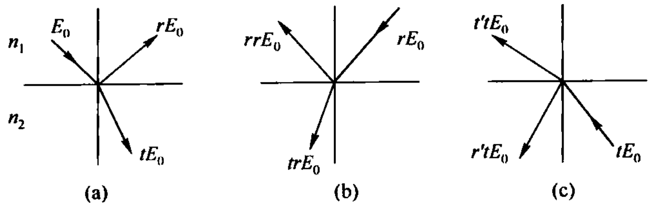


图 1.1　例 1.4 用图

根据光的可逆性原理，$r'tE_0$、$trE_0$ 应相互抵消，$t'tE_0$、$rrE_0$ 应合成原入射光的振幅，即

$$trE_0 + r'tE_0 = 0, rrE_0 + tt'E_0 = E_0$$

由此可得到斯托克斯倒逆关系式：

$$r' = -r, tt' + r^2 = 1$$

**例 1.5**　平行光以布儒斯特角从空气射到玻璃($n = 1.5$)上，求：

(1) 能流反射率 $R_p$ 和 $R_s$；　(2) 能流透射率 $T_p$ 和 $T_s$。

**解**　光以布儒斯特角入射时，反射光无 p 分量，即 $R_p = 0$。

布儒斯特角为　$\theta_1 = \theta_B = \arctan 1.5 \approx 56.3°, \theta_1 + \theta_2 = 90°$

s 分量的能流反射率为

$$R_s = |r_s|^2 = \left[\frac{\sin(\theta_2 - \theta_1)}{\sin(\theta_2 + \theta_1)}\right]^2 = \sin^2(90° - 2\theta_B) \approx 14.8\%$$

因能量守恒，故能流透射率分别为

$$T_p = 1 - R_p = 1; \quad T_s = 1 - R_s \approx 85.2\%$$

能流透射率也可以直接通过式(1.21)中的第三、第四式，以及式(1.19)和式(1.20)中的第三、第四式求出。但这种计算方法不仅繁复，而且往往因为忽视能流透射率和强度透射率的差别容易出错。因此，在不考虑介质吸收的情况下，可求出能流反射率，再利用能量守恒求能流透射率。

**题型三**　求解有关色散、吸收和散射的问题。

**基本解题思路**　利用科希色散公式求解色散问题；用朗伯定律或比尔定律解决吸收问题；用瑞利散射定律解释一些现象。

**例 1.6**　强度为 $I_0$ 的光射入一段 20m 的光纤，光纤出射端的光强度的测量值为 $I_1$。将光纤截为 10m 长，用相同强度 $I_0$ 的光再射入光纤，其输出的光强度的测量值为 $I_2$。已知 $I_2/I_1 = \exp[2]$，则光纤对光的衰减系数 $\overline{\alpha}(m^{-1})$ 为多大？

**解**　由朗伯定律 $I = I_0\exp[-\overline{\alpha}z]$ 得

$$I_1 = I_0\exp[-20\,\overline{\alpha}]$$

$$I_2 = I_0\exp[-10\,\overline{\alpha}]$$

$$\frac{I_2}{I_1} = \exp[10\,\overline{\alpha}] = \exp[2]$$

所以　$$\overline{\alpha} = 0.2(\mathrm{m}^{-1})$$

**例 1.7**　试证当媒质厚度为 1cm，吸收系数很小时，吸收率 $G = \dfrac{I_0 - I}{I_0}$ 在数值上就等于吸收

系数本身。

**证明** 由朗伯定律及吸收率的定义得

$$G=\frac{I_0-I}{I_0}=1-\exp[-\bar{\alpha}z]$$

按麦克劳林公式展开,得

$$G=1-\left(1-\bar{\alpha}+\frac{\bar{\alpha}^2}{2}+\cdots\right)\approx\bar{\alpha}$$

## 1.4 教材习题解答

**1.1**[①] 在真空中传播的平面电磁波,其电场表示为

$$E_x=0,\quad E_y=0,\quad E_z=(10^2\text{V/m})\cos\left[\pi\times10^{14}\text{s}^{-1}\left(t-\frac{x}{c}\right)-\frac{\pi}{2}\right]$$

求该电磁波的频率、波长、周期、振幅和初相。

**解** 据式(1.7),沿 $z$ 方向振动、$x$ 方向传播的平面波的基本表达形式为

$$E=A\cos\left[2\pi\nu\left(\frac{x}{c/n}-t\right)-\phi_0\right]=A\cos\left[2\pi\left(\frac{x}{\lambda}-\nu t\right)-\phi_0\right]$$

则频率 $$\nu=\frac{\pi\times10^{14}}{2\pi}=0.5\times10^{14}(\text{Hz})$$

波长 $$\lambda=\frac{c}{\nu}=\frac{3\times10^8}{0.5\times10^{14}}=6\times10^{-6}(\text{m})$$

周期 $$T=\frac{1}{\nu}=\frac{1}{0.5\times10^{14}}=2\times10^{-14}(\text{s})$$

振幅 $$A_{0z}=100(\text{V/m})$$

初相 $$\phi_0=\pi/2$$

**1.2** 一个线偏振光在玻璃中传播时可以表示为

$$E_y=0,\quad E_z=0,\quad E_x=10^2\cos\pi10^{15}\left(\frac{z}{0.65c}-t\right)$$

试求:(1)光的频率;(2)波长;(3)玻璃的折射率。

**解** 根据式(1.7)和式(1.9)得,沿 $z$ 方向传播的平面波为

$$E=A\cos\left[2\pi\nu\left(\frac{z}{c/n}-t\right)\right]=A\cos\left[2\pi\left(\frac{z}{\lambda}-\nu t\right)\right]$$

把题给表达式改为 $$E_x=10^2\cos\left[2\pi\frac{10^{15}}{2}\left(\frac{z}{0.65c}-t\right)\right]$$

两式比较得:

光的频率 $$\nu=\frac{10^{15}}{2}=5\times10^{14}(\text{Hz})$$

波长 $$\lambda=\frac{v}{\nu}=\frac{2\times0.65c}{10^{15}}=3.9\times10^{-7}(\text{m})=390(\text{nm})$$

玻璃的折射率为 $$n=\frac{1}{0.65}=1.54$$

---

① 此题为另加题,《物理光学》教材中习题1.1的解答见例1.2。

**1.3** 利用波矢量$\boldsymbol{k}$在直角坐标系的方向余弦$\cos\alpha,\cos\beta,\cos\gamma$,写出平面简谐波的波函数,并且证明它是三维波动微分方程的解。

**证明** 平面简谐波的波函数

$$\begin{aligned}E(r,t)&=A\cos[\boldsymbol{k}\cdot\boldsymbol{r}-\omega t-\phi_0]\\&=A\cos[k_x x+k_y y+k_z z-\omega t-\phi_0]\\&=A\cos[k(\cos\alpha x+\cos\beta y+\cos\gamma z)-\omega t-\phi_0]\end{aligned}$$

又因为 $\dfrac{\partial^2E}{\partial x^2}=-\cos^2\alpha\cdot k^2\cdot E,\quad \dfrac{\partial^2E}{\partial y^2}=-\cos^2\beta\cdot k^2\cdot E,\quad \dfrac{\partial^2E}{\partial z^2}=-\cos^2\gamma\cdot k^2\cdot E$

$$\frac{\partial^2E}{\partial t^2}=-\omega^2E$$

由于$\cos^2\alpha+\cos^2\beta+\cos^2\gamma=1$, $k=2\pi/\lambda=\omega/v$,所以

$$\frac{\partial^2E}{\partial x^2}+\frac{\partial^2E}{\partial y^2}+\frac{\partial^2E}{\partial z^2}=-k^2E$$

而

$$\frac{1}{v^2}\frac{\partial^2E}{\partial t^2}=-\frac{\omega^2}{v^2}E=-k^2E$$

可见

$$\frac{\partial^2E}{\partial x^2}+\frac{\partial^2E}{\partial y^2}+\frac{\partial^2E}{\partial z^2}=\frac{1}{v^2}\frac{\partial^2E}{\partial t^2}$$

得证

**1.4** 一种机械波的波函数为$y=A\cos2\pi\left(\dfrac{x}{\lambda}-\dfrac{t}{T}\right)$,其中$A=20\text{mm}$,$T=12\text{s}$,$\lambda=20\text{mm}$,试画出$t=3\text{s}$时的波形曲线(从$x=0$画到$x=40\text{mm}$)。

**解** 按题给条件得图1.2。

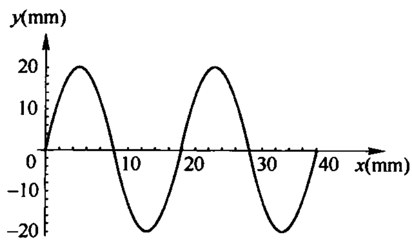


图1.2 题1.4用图

**1.5** 在与一平行光束垂直的方向上插入一透明薄片,其厚度$h=0.01\text{mm}$,折射率$n=1.5$,若光波的波长$\lambda=500\text{nm}$,试计算插入玻璃片前后光束光程和位相的变化。

**解** 插入玻璃片前后,光束光程的变化为

$$\mathscr{D}=(n-1)h=0.005(\text{mm})$$

位相的变化为

$$\phi_1=kz-\omega t=kz-2\pi\cdot\frac{c}{\lambda}\cdot t=\frac{2\pi}{\lambda}(z-ct)$$

$$\phi_2=\frac{2\pi}{\lambda/n}\left(z-\frac{c}{n}\cdot t\right)$$

则

$$\Delta\phi=\phi_2-\phi_1=(n-1)kz=k(n-1)h=20\pi$$

**1.6** 地球表面每平方米接收到来自太阳光的功率约为1.33kW,试计算投射到地球表面的太阳光的电场强度。假设可以把太阳光看做是波长$\lambda=600\text{nm}$的单色光。

**解** 由$I=\dfrac{1}{2}c\varepsilon_0A^2$,得电场强度为

$$A=\sqrt{\frac{2I}{c\varepsilon_0}}=\sqrt{\frac{2\times1.33\times10^3}{3.0\times10^8\times8.8542\times10^{-12}}}\approx10^3(\text{V/m})$$

**1.7** 在离无线电发射机 10km 远处飞行的一架飞机，收到功率密度为 $10\mu\text{W/m}^2$ 的信号。试计算：(1) 在飞机上来自此信号的电场强度大小；(2) 相应的磁感强度大小；(3) 发射机的总功率。

假设发射机各向同性地辐射，且不考虑地球表面反射的影响。

**解** (1) 由 $I=\frac{1}{2}c\varepsilon_0A^2$ 得

$$A=\sqrt{\frac{2I}{c\varepsilon_0}}=\sqrt{\frac{2\times10\times10^{-6}}{3.0\times10^8\times8.8542\times10^{-12}}}\approx8.7\times10^{-2}(\text{V/m})$$

(2) $B=\frac{E}{c}=\frac{8.7\times10^{-2}}{3\times10^8}=2.9\times10^{-10}(\text{T})$

(3) 因发射机各向同性地辐射，所以其总功率为

$$P=4\pi R^2I=4\pi\times(10\times10^3)^2\times10\times10^{-6}=1.26\times10^4(\text{W})$$

**1.8** 沿空间 $\boldsymbol{k}$ 方向传播的平面波可以表示为

$$E=100\exp\{\mathrm{i}[(2x+3y+4z)-16\times10^5t]\}$$

试求 $\boldsymbol{k}$ 方向的单位矢 $\boldsymbol{k}_0$。

**解** 因为 $\boldsymbol{k}\cdot\boldsymbol{r}=k_xx+k_yy+k_zz=2x+3y+4z$

则 $k_x=2,k_y=3,k_z=4$，所以 $\boldsymbol{k}_0=\frac{1}{\sqrt{29}}(2\boldsymbol{e}_x+3\boldsymbol{e}_y+4\boldsymbol{e}_z)$。

**1.9** 球面电磁波的电场 $E$ 是 $r$ 和 $t$ 的函数，其中 $r$ 是一定点到波源的距离，$t$ 是时间。(1) 写出与球面波相应的波动方程的形式； (2) 求出波动方程的解。

**解** 据式(1.2)得，直角坐标下的波动方程为

$$\frac{\partial^2E}{\partial x^2}+\frac{\partial^2E}{\partial y^2}+\frac{\partial^2E}{\partial z^2}=\frac{1}{v^2}\frac{\partial^2E}{\partial t^2}$$

利用球坐标 $x=r\sin\varphi\cos\theta,y=r\sin\varphi\sin\theta,z=r\cos\varphi$，波动方程可化为

$$\frac{\partial^2E}{\partial r^2}+\frac{2}{r}\frac{\partial E}{\partial r}+\frac{1}{r^2\sin\varphi}\frac{\partial}{\partial\varphi}\left(\sin\varphi\frac{\partial E}{\partial\varphi}\right)+\frac{1}{r^2\sin^2\varphi}\cdot\frac{\partial^2E}{\partial\theta^2}=\frac{1}{v^2}\frac{\partial^2E}{\partial t^2}$$

下面求具有球对称的简单解，即要求的波函数与 $\theta$、$\varphi$ 无关

$$E(r,\theta,\varphi,t)=E(r,t)$$

因此，方程中对于 $\theta$ 和 $\varphi$ 的偏导数为零。波动方程为

$$\frac{\partial^2E}{\partial r^2}+\frac{2}{r}\frac{\partial E}{\partial r}=\frac{1}{v^2}\frac{\partial^2E}{\partial t^2}$$

上式可化为 $$\frac{1}{r}\frac{\partial^2(rE)}{\partial r^2}=\frac{1}{v^2}\frac{\partial^2E}{\partial t^2}$$

$r$ 是独立变量，与 $t$ 无关，因此

$$r\frac{\partial^2E}{\partial t^2}=\frac{\partial^2(rE)}{\partial t^2}$$

而波动方程变为 $$\frac{\partial^2(rE)}{\partial r^2}=\frac{1}{v^2}\frac{\partial^2(rE)}{\partial t^2}$$

这个方程与一维波动方程有相同的形式，而一维波动方程的通解为

$$E(x,t)=f(x-vt)+g(x+vt)$$

但要注意，在这里空间变量是 $r$ 而不是 $x$，未知函数是 $rE(r,t)$ 而不是 $E(r,t)$，因此通解是

$$rE(r,t)=f(r-vt)+g(r+vt)$$

因而对应于一个逸出波：

$$E(r,t)=\frac{f(r-vt)}{r}$$

**1.10** 证明柱面波的振幅与柱面波到波源的距离的平方根成反比。

**证明** 假设波源（柱轴）上点振动的初相为零，则距离波源（柱轴）为 $r$ 的 $P$ 点的位相为 $(kr-\omega t)$，振幅 $A_r$ 为径向 $r$ 的函数，则 $P$ 点的电场振动为

$$E=A_r\exp[\mathrm{i}(kr-\omega t)]$$

因单色柱面波沿径向传播，波矢方向沿径向 $r$，而由于能量守恒，单位时间内通过任一柱面的能量相等，所以距波源为单位距离的 $P_1$ 点与距波源为 $r$ 的 $P_r$ 点的光强 $I_1$ 和 $I_r$ 的关系为

$$I_1\cdot 2\pi\cdot h=I_r\cdot 2\pi r\cdot h$$

其中，$h$ 为柱面的高度。因此 $\qquad \dfrac{I_r}{I_1}=\dfrac{1}{r}$

另一方面，光强与振幅成正比：$\qquad \dfrac{I_r}{I_1}=\dfrac{A_r^2}{A_1^2}$

比较以上两式，得 $\qquad A_r=A_1/\sqrt{r}$

**1.11** 一束线偏振光以45°角入射到空气—玻璃界面，线偏振光的电矢量垂直于入射面。假设玻璃的折射率为1.5，试求反射系数和透射系数。

**解** 根据菲涅耳公式得

$$r_s=\frac{n_1\cos\theta_1-n_2\cos\theta_2}{n_1\cos\theta_1+n_2\cos\theta_2}=\frac{\cos\theta_1-n_{21}\cos\theta_2}{\cos\theta_1+n_{21}\cos\theta_2}$$

由斯涅耳定律 $\sin\theta_1=n_{21}\sin\theta_2$，得

$$\cos\theta_2=\sqrt{1-\left(\frac{\sin\theta_1}{n_{21}}\right)^2}$$

所以，反射系数为

$$r_s=\frac{\cos\theta_1-\sqrt{n_{21}^2-\sin^2\theta_1}}{\cos\theta_1+\sqrt{n_{21}^2-\sin^2\theta_1}}=\frac{\cos45°-\sqrt{1.5^2-\sin^2 45°}}{\cos45°+\sqrt{1.5^2-\sin^2 45°}}=-0.3034$$

透射系数为

$$t_s=\frac{2n_1\cos\theta_1}{n_1\cos\theta_1+n_2\cos\theta_2}=\frac{2\cos\theta_1}{\cos\theta_1+n_{21}\sqrt{1-\left(\frac{\sin\theta_1}{n_{21}}\right)^2}}=\frac{2\cos\theta_1}{\cos\theta_1+\sqrt{n_{21}^2-\sin^2\theta_1}}=0.6966$$

**1.12** 假设窗玻璃的折射率为1.5，斜照的太阳光（自然光）的入射角为60°，试求太阳光的透射率。

**解** $$t_s=\frac{2n_1\cos\theta_1}{n_1\cos\theta_1+n_2\cos\theta_2}=\frac{2\cos\theta_1}{\cos\theta_1+n_{21}\sqrt{1-\left(\frac{\sin\theta_1}{n_{21}}\right)^2}}=\frac{2\cos\theta_1}{\cos\theta_1+\sqrt{n_{21}^2-\sin^2\theta_1}}=0.58$$

$$t_p=\frac{2n_1\cos\theta_1}{n_2\cos\theta_1+n_1\cos\theta_2}=\frac{2\cos\theta_1}{n_{21}\cos\theta_1+\cos\theta_2}=\frac{2\cos\theta_1}{n_{21}\cos\theta_1+\sqrt{1-\left(\frac{\sin\theta_1}{n_{21}}\right)^2}}=0.638$$