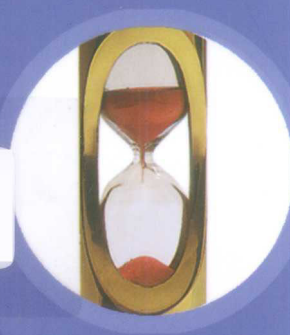


兴趣 爱好 启智 动手
铺垫未来的作为

趣味数学实验与练习

[俄] 亚·别列里曼 著 张杰 主译
徐传毅 王雪娇 译



上海科学技术文献出版社

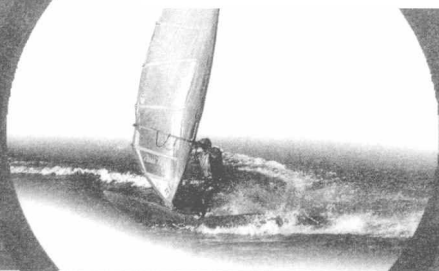
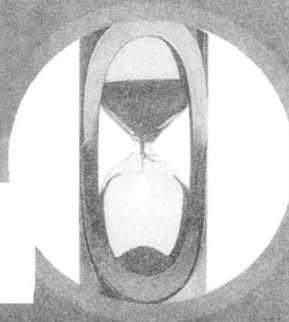
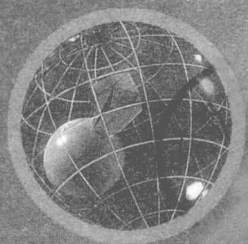
科学图书馆

校园科学实验

兴趣 爱好 启智 动手
铺垫未来的作为

趣味数学实验与练习

〔俄〕亚·别列里曼 著 张杰 主译
徐传毅 王雪娇 译



上海科学技术文献出版社

图书在版编目 (CIP) 数据

趣味数学实验与练习 / (俄罗斯) 亚·别列里曼著; 张杰主译.
—上海: 上海科学技术文献出版社, 2013.1
ISBN 978-7-5439-5530-1

I . ① 趣… II . ① 亚… ② 张… III . ① 数学—普及读物 IV .
① O1-49

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2012) 第 210999 号

责任编辑: 刘红焰
美术编辑: 徐 利

趣味数学实验与练习

[俄] 亚·别列里曼 著 张 杰 主译

*

上海科学技术文献出版社出版发行
(上海市长乐路 746 号 邮政编码 200040)

全国新华书店经销
昆山市亭林彩印厂印刷

*

开本 740×970 1/16 印张 10.75 字数 180 000

2013 年 1 月第 1 版 2013 年 1 月第 1 次印刷

ISBN 978-7-5439-5530-1

定价: 21.00 元

<http://www.sstlp.com>

内 容 简 介

你能一笔画成各种几何图形吗？你能巧算距离吗？你会速算吗？魔方怎样旋转？几何谜题怎样解？……

所有这些问题你都可以在本书中找到答案。

亚·别列里曼——俄罗斯著名的科普作家、教育家、科学家——为我们奉献了一本知识丰富、趣味盎然的科普作品。他选取最普通的生活现象，运用科学知识，深入浅出地为我们解析这些现象，写作手法轻松自如，诙谐幽默，让我们透过寻常现象知晓不寻常的道理。

深入浅出，轻松幽默，寻常现象，不寻常的道理，正因为如此，本书才数次再版，经久不衰。

目 录

1. 巧解难题	1
2. 巨人国与小人国	11
3. 大数的故事	19
4. 数字运算小游戏	29
5. 快乐算术	58
6. 你会数数吗?	71
7. 速算	75
8. 魔方	84
9. 算术小游戏	94
10. 一笔画成	124
11. 几何谜题	131
12. 巧算距离	152
13. 简易魔术与游戏	155
14. 趣味图画	160
译者感言	165

1. 巧解难题

老师与学生

相传，在古希腊发生了这样一件事。智者、雄辩家普罗塔哥拉向年轻的宽特尔律师传授雄辩术。老师与学生约定，当学生打赢第一个官司后，学生应立即向老师支付课酬。

宽特尔学完了全部课程。老师等待学生支付课酬，但是学生并不急着出庭。怎么办呢？为了索取课酬，老师向法院起诉了学生。他是这样推断的：假如原告胜诉，那么可以根据法庭的判决索债。假如原告败诉，被告胜诉，那么宽特尔应该根据他们之间的约定支付课酬——这是学生打赢的第一个官司嘛。

但是学生的想法与老师正好相反，他认为普罗塔哥拉不能胜诉。他是这样推断的：假如法庭判他还债，那么他就不应该支付欠款，因为根据约定——第一个官司胜诉才需要付酬，假如法庭判被告胜诉，那么根据法庭的判决他也没有义务支付欠款。

开庭的日子到了。法官非常为难。但是经过思考之后，他想出了一个方法，并做出了判决。这个判决既没有破坏老师和学生之间的约定，又让老师有可能讨回自己的课酬。

法官是怎样判决的呢？

分 遗 产

这是一个古老的问题，古罗马的法学家们经常提及。

一个寡妇有权和自己即将出生的孩子分丈夫留下的 3 500 钱币的遗产。如果生的是儿子，那么按照罗马法律，妈妈将得到儿子那份的一半。如果是女儿，那么妈妈

将得到女儿那份的一倍。但是这个寡妇却生了一对双胞胎——一个儿子和一个女儿。

怎样分配遗产才能符合法律规定呢？

分 牛 奶

在大家面前摆放着一个装有 4 升牛奶的罐子。需要把这 4 升牛奶平分给两个人，但是大家能够使用的容器，除了这个装有 4 升牛奶的罐子，还有两个空罐子：一个容量为 2.5 升，另一个容量为 1.5 升。

怎样利用这 3 个罐子来平分这 4 升牛奶呢？

（可以将牛奶从一个罐子倒入另一个罐子，重复几次这样的动作。）

怎样安置呢？

一天，一个旅馆的服务员遇到这样一件难事。一下子来了 11 个客人，每个客人都希望住单间，而旅馆只剩下 10 间空房了。11 个客人谁都不肯相让。必须把 11 个人安置在 10 个房间里，还要保证一个房间一个人。看样子，这无论如何是办不到的。但是，服务员竟然想出了办法，解决了难题。

下面就是他想出的方法。他把第一个客人安置在第一个房间里，并且请求他允许临时地把第十一个客人安置在那里。当他把这两个客人安置下之后，他把

第三个客人安置在第 2 个房间里

第四个客人安置在第 3 个房间里

第五个客人安置在第 4 个房间里

第六个客人安置在第 5 个房间里

第七个客人安置在第 6 个房间里

第八个客人安置在第 7 个房间里

第九个客人安置在第 8 个房间里

第十个客人安置在第 9 个房间里

显然，第十个房间是空着的。临时被安置在第一个房间里的第十一个客人被安置到那里——大概这使所有的人都非常满意，使这本书的很多读者也都非常惊讶。

这种做法的秘密何在呢？

两根蜡烛

房间里突然停电：是保险丝烧断了。我点燃放在写字台里的两根蜡烛，在烛光下继续工作，直到来电为止。

第二天，需要确定停了多长时间的电。我当时没有注意几点停的电，也没有注意几点来的电，我也不知道蜡烛的长度。我只记得两根蜡烛的长度一样，但是粗细不一样。粗的那根完全点完用了5个小时，细的那根完全点完用了4个小时。两根蜡烛都是新蜡烛。我没有找到剩下的蜡烛头：家人把它们都扔了。

“蜡烛头太小了，没必要留着。”他们向我解释道。

“但是你们记得蜡烛头的长度了吗？”

“不一样。一个比另一个长3倍。”

我再也没有其他数据了。必须根据上述信息来确定蜡烛的燃烧时间。

怎样才能算出蜡烛的燃烧时间呢？

三个侦查员

一天，三个侦查员遇到了麻烦，他们必须在没有桥的情况下过到河对岸。有两个男孩在河上划着小船，他们想帮助这些士兵。但是船太小了，只能承载一个士兵；甚至一个士兵和一个男孩都不能同时坐在小船上，那样小船会沉没。士兵们都不会游泳。

在这种条件下好像只有一个士兵能够过河。但是结果是三个士兵很快都过到河对岸，并且把小船还给了两个男孩。

他们是怎样过的河？

一群母牛

这是一个古老的问题。

一个人把一群母牛分给了自己的儿子们，每个儿子将分到一样多的母牛。他分

给大儿子 1 头牛和所有剩下母牛的 $\frac{1}{7}$ ；分给二儿子 2 头牛和所有剩下母牛的 $\frac{1}{7}$ ；分给三儿子 3 头牛和所有剩下母牛的 $\frac{1}{7}$ ；分给四儿子 4 头牛和所有剩下母牛的 $\frac{1}{7}$ ，依此类推，一直分到最小的儿子。一群母牛就这样分给了儿子们，最后一头也没剩。

这个人一共有多少个儿子？共有多少头母牛？

1 平方米

当阿廖沙第一次听说 1 平方米含有 100 万个平方毫米时，他并不相信。

“怎么会有这么多的平方毫米呢？”他惊奇地说道。“我这里有一张长和宽都正好是 1 米的纸。难道在这个正方形里面有整整 100 万个 1 毫米的小正方形吗？无论如何我也不相信。”

“你可以数一下嘛。”有人建议他。

阿廖沙决定数一下：数出所有的小正方形。他从早晨便开始数，每数完一个小正方形，他就点上一个小点。

他一秒钟点一个小点，点得很快。

阿廖沙不停地数着。大家想一想，阿廖沙能在一天之内数完 100 万个 1 毫米的小正方形吗？

100 个核桃

在 25 个人中平分 100 个核桃，要求任何人得到的核桃数都不是偶数。大家能够做到这点吗？

怎样分钱？

两个人在煮粥：一个人把 200 克米倒入锅中，另一个人倒了 300 克。粥煮好之后，两人准备喝粥。这时，进来一个人，要和他们一起喝粥。离开的时候，这个人给他们留了 50 戈比。

这两个人该怎样分这 50 戈比呢？

分 苹 果

12 个少先队员分 9 个苹果，要求每个苹果不能切得多于 4 块。

初看起来问题好像无法解决，但是熟悉分数的人还是能轻易地解出此题。

想出解题方法之后，还能解出其他类似的问题：如 12 个孩子分 7 个苹果，每个苹果也不能切成多于 4 块。

还是分苹果

5 个朋友来到了米沙家做客。米沙的父亲想请孩子们吃苹果。5 个朋友加上米沙一共 6 个孩子，但是只有 5 个苹果。怎么分呢？他不想让任何一个孩子委屈，因此苹果必须平分。当然，必须把苹果切开。但是不能切成太小的块。父亲不想把苹果切得多于 3 块。所以问题是这样的：6 个孩子分 5 个苹果，每个苹果不能切得多于 3 块。

父亲是怎样分苹果的呢？

等 车

3 个兄弟看完戏准备乘车回家，他们来到车站。车还没来，大哥提议等一等。

“与其在这儿等，不如向前走一段。当电车追上我们的时候，我们立即上车，由于我们已经走了一段路程，再坐上车，这样我们可以早一点到家。”二哥这样说。

“如果要走的话，也不应往前走，应当往后走，这样我们可以更早坐上车，更早到家。”弟弟不同意二哥的说法，这样反驳道。

3 个兄弟都不能说服对方，那么每个人只能按照自己的方法去做：大哥留在原地等车，二哥往前走，弟弟往后走。

3 个兄弟谁最先到家？他们中谁做得更聪明呢？

答 案

老师与学生

法官的判决是这样的：驳回老师的起诉，但是允许他在学生打赢自己的第一个官司之后再起诉。这第二个官司老师必胜无疑。

分 遗 产

这个寡妇应该得到 1 000 钱币，儿子应该得到 2 000 钱币，女儿应该得到 500 钱币。这种分法既体现了亡夫的意愿，又符合法律规定：因为母亲得到的钱比儿子少一半，比女儿多一倍。

分 牛 奶

必须倒 7 次，方法见下表：

	4 升	1.5 升	2.5 升
第一次	1.5	—	2.5
第二次	1.5	1.5	1
第三次	3	—	1
第四次	3	1	—
第五次	0.5	1	2.5
第六次	0.5	1.5	2
第七次	2	—	2

怎样安置呢?

秘密在于,服务员没有为第2个客人安排房间:在安排了第1个客人和第11个客人之后,他马上转到第3个客人,忘记了第2个客人。这居然使不可能的事情办“成功了”。

两根蜡烛

为了解决这个问题必须列一个简单的方程式。使用 x 表示蜡烛燃烧的时间数。每个小时燃烧粗蜡烛的 $\frac{1}{5}$ 和细蜡烛的 $\frac{1}{4}$ 。即粗蜡烛的蜡烛头长度是 $1 - \frac{x}{5}$, 而细蜡烛的蜡烛头长度是 $1 - \frac{x}{4}$ 。我们已知,两根蜡烛的长度是一样的,并且粗蜡烛头3倍的长度 $4\left(1 - \frac{x}{5}\right)$ 等于细蜡烛头的长度 $1 - \frac{x}{4}$:

$$4\left(1 - \frac{x}{5}\right) = 1 - \frac{x}{4}$$

解这个方程式,得到 $x=3.75$ 。蜡烛燃烧了3小时45分钟。

三个侦查员

小船必须划动6次才能将3个侦察兵送到对岸:

第一次:两个男孩坐船到河对岸,其中的一个男孩把小船划回来交给士兵(另一个男孩留在河对岸)。

第二次:送船的男孩留在这边的河岸,第1个士兵乘船到河对岸,把船交给另一个男孩,另一个男孩划船回到岸边。

第三次:两个男孩乘船到过河对岸,其中的一个男孩将船划回。

第四次:第2个士兵乘船到河对岸。另一个男孩和船一起返回。

第五次:重复第3次的过河方式。

第六次：第3个士兵划到对岸。小船和一个男孩返回。现在两个男孩继续在河上划着船。

而3个士兵都被送到对面。

一群母牛

应当从后面开始计算来解决这个问题(不用方程式)。

最小的儿子得到的母牛和其他儿子一样多,但是他不能够得到一群母牛剩下的 $\frac{1}{7}$,因为在他之后已经没有剩余了。

继续,倒数第二个儿子得到的母牛比其他儿子少一头,并且得到了剩下的一群母牛的 $\frac{1}{7}$ 。也就是说,最小的儿子得到的母牛是剩下的母牛数量的 $\frac{6}{7}$ 份。

由此可以得出结论,最小的儿子所得到的母牛数量可以被6整除。

假设一下,这个最小的儿子得到了6头母牛,看一看这个假设是否合理。如果最小的儿子得到6头母牛,那么也就意味着,他是第六个儿子,并且一共有6个儿子。第五个儿子得到了5头母牛,和7的 $\frac{1}{7}$,也就是一共6头母牛。想一想,最小的两个

儿子得到了 $6+6=12$ 头母牛,这是分给第四个儿子之后剩下的母牛数量的 $\frac{6}{7}$ 。完整的剩余部分等于 $12 \div \frac{6}{7} = 14$ 。因此,第四个儿子得到了 $4 + \frac{14}{7} = 6$ 。

分给第三个儿子之后一群母牛的剩余部分是 $6+6+6$,也就是18,是这个剩余部分的 $\frac{6}{7}$,因此完整的剩余部分是 $18 \div \frac{6}{7} = 21$ 。第三个儿子得到了 $3 + \frac{21}{7} = 6$ 。

因此得出,第二个儿子和第一个儿子每人也得到了6头母牛。

我们的假设似乎很合情理:一共有6个儿子和36头母牛。

还有其他的解决方法吗?假设,不是6个儿子,而是12个儿子。如此的假设好像不合适,18个儿子也不合适。不用再试了,不能够有24个或更多的儿子。

1 平方米

阿廖沙无论如何也不能在一天里数完所有小正方形。即使不停地数上一天一夜,他也只能数 8.64 万个小正方形。24 个小时是 8.64 万秒钟。他必须不停地数将近 12 天,才能数完,而每天如果数 8 个小时,则需要数整整 1 个月。

100 个核桃

许多人立刻开始寻找和试验各种分配方法,但是他们的努力不会有任何结果,因为问题是无法解决的。

如果能把 100 分成 25 个奇数项,那么就能够得到,但是奇数加奇数之和为 100——是偶数。所以,这道题是无法完成的。

的确,我们有 12 对奇数和一个偶数,每一对奇数之和为偶数——12 个偶数相加应该是偶数。一个奇数加偶数,我们得到的结果是奇数。数字 100 无论如何也不能够由如此的项组成。

怎样分钱?

大多数人可能马上回答,倒入 200 克米的那个人应该得到 20 戈比,倒入 300 克米的那个人应该得到 30 戈比。这种分法完全没有根据。

必须这样推断:50 戈比支付的是一个喝粥人喝的那份。因为有 3 个喝粥人,那么所有的粥(500 克)的价钱应是 150 戈比。倒入 200 克米的那个人买米支付了 60 戈比(因为 100 克的价钱是 $150 \div 5 = 30$ 戈比)。他享受了 50 戈比,也就意味着,需要补给他 $60 - 50 = 10$ 戈比。

倒入 300 克米(也就是 90 戈比)的那个人应该领到 $90 - 50 = 40$ 戈比。

这样一来,一个人应该分到 10 戈比,另一个人应该分到 40 戈比。

分苹果

12 个少先队员分 9 个苹果,每个苹果不能切得多于 4 块,这是完全可能的。

需要这样来做。

先把 6 个苹果每个切成两半——得到 12 块苹果。把剩下的 3 个苹果每个切成 4 块——也得到 12 块。现在分给每人一份半个苹果和一份 $\frac{1}{4}$ 的苹果： $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$ 。

每个少先队员得到 $\frac{3}{4}$ 个苹果，这符合要求，因为 $9 \div 12 = \frac{3}{4}$ 。

使用类似方法还可以在 12 个少先队员之间分 7 个苹果，也是要求每个苹果不能切得多于 4 块。在这种情况下每个人应该得到 $\frac{7}{12}$ 个苹果。但是我们知道， $\frac{7}{12} = \frac{3}{12} + \frac{4}{12} = \frac{1}{4} + \frac{1}{3}$ 。

因此我们把 3 个苹果每个分成 4 块，而把剩下的 4 个苹果每个分成 3 块。得到 12 个 $\frac{1}{4}$ 和 12 个 $\frac{1}{3}$ 。

因此，能够分给每个人 1 块 $\frac{1}{4}$ 的苹果和 1 块 $\frac{1}{3}$ 的苹果，也就是 $\frac{7}{12}$ 。

还是分苹果

应当这样分。把 3 个苹果每个切成两半，得到 6 块一半的苹果，把这 6 个半块分给孩子。把剩下的 2 个苹果每个切成 3 块，得到 6 块 $\frac{1}{3}$ 的苹果，把它们也分给孩子。

这就意味着，分给每个孩子 1 个半块苹果和 1 个 $\frac{1}{3}$ 块苹果。

显然，每个苹果都没被切成多于 3 块。

等 车

弟弟向后走，他最先看到迎面开来的电车，坐了上去。电车驶进站点时，大哥上了车。过了一会儿，这辆电车追上了向前走的二哥，他也上了车。兄弟 3 人同时到了家。

大哥做得最聪明，因为他在原地等候，所以他比其他的两个兄弟耗费的体力少。

2. 巨人国与小人国

在《格列佛游记》里最精彩的部分无疑是描述格列佛在小人国和巨人国的漫游经历。在小人国里，所有的东西——人、动物、植物和物品等，其尺寸都比我们小 12 倍。相反，在巨人国里，所有的东西又都比我们大 12 倍。这正是在英国度量衡单位里 1 英尺与 1 英寸的关系（1 英尺是 12 英寸，约等于 30.48 厘米；1 英寸是 1 英尺的 $\frac{1}{12}$ ，约等于 25 毫米）。为什么《格列佛游记》的作者选择的数字是 12 呢？因为这本书的作者是英国人。大 12 倍，小 12 倍——好像不是相当大或者相当小。但是在这些作者想象出的国家里，大 12 倍、小 12 倍，会给我们造成诸多不便，增添许多困难。我们根据书中内容，为读者出 10 个问题。

小人国的动物

“派 1 500 匹最大的马送我去首都。”关于小人国，格列佛这样讲道。

1 500 匹马是不是太多了？

关于小人国的母牛、公牛和绵羊，格列佛也讲述了许多有趣的事。当格列佛离开的时候，他把这些动物“放到了自己的兜里”！

这是可能的吗？

硬 床 铺

关于小人国是怎样给自己的巨人客人准备床铺的，在《格列佛游记》里有这样的描述：

“用大车将 600 个床垫送到我的住所,然后裁缝开始拼制这些床垫。150 个床垫拼到一起,才能满足我的身材高度。600 个床垫可以拼出 4 个这样的床垫,把这 4 个床垫都铺到床铺上,但我还是感觉像睡在石板上一样硬。”

为什么格列佛感觉床铺这么硬呢?

这个计算正确吗?

格列佛的小船

格列佛乘坐意外被吹到岸边的小船离开了小人国。对于小人国来说,这艘船是一艘非常大的船,它远远超过了他们船队中最大船的尺寸。

如果这艘船能承载 300 千克的重量,那么大家能够大概地算出,这艘船的排水量是多少吨吗?(船的排水量等于它能承载的最大重量,包括船体本身的重量。1 吨等于 1 000 千克。)

小人国的桶

“吃饱之后,我想喝点什么。”关于自己在小人国里的奇妙经历格列佛继续讲道:“小人们非常灵巧地用绳子把最大尺寸的一桶酒提到和我身体一样的高度,把它放到我的手边,并且打开桶盖。我一饮而尽。他们又把第二桶酒递了上来,我像第一桶那样也是喝个精光,我请他们再送一桶时,他们说没有了。”

关于小人国的水桶,格列佛说:“没有我们的顶针大。”

在所有东西比正常东西只小 12 倍的国家里,桶真的是这么小吗?

格列佛的食物和午餐

在《格列佛游记》里我们读到,小人国为格列佛规定了这样的饮食标准:——每天给他准备一份食物,这份食物能够养活 1 728 个小人。

“300 个厨师为我做饭,”在另一个场合格列佛讲道。“在我住处的周围搭了几个小棚子,食品就存放在那里,厨师和他们的家人也住在那里。午餐的时候,有 20 个仆人听我的调配,我把他们放在桌子上。100 个仆人在地面服侍我:一些人负责递食