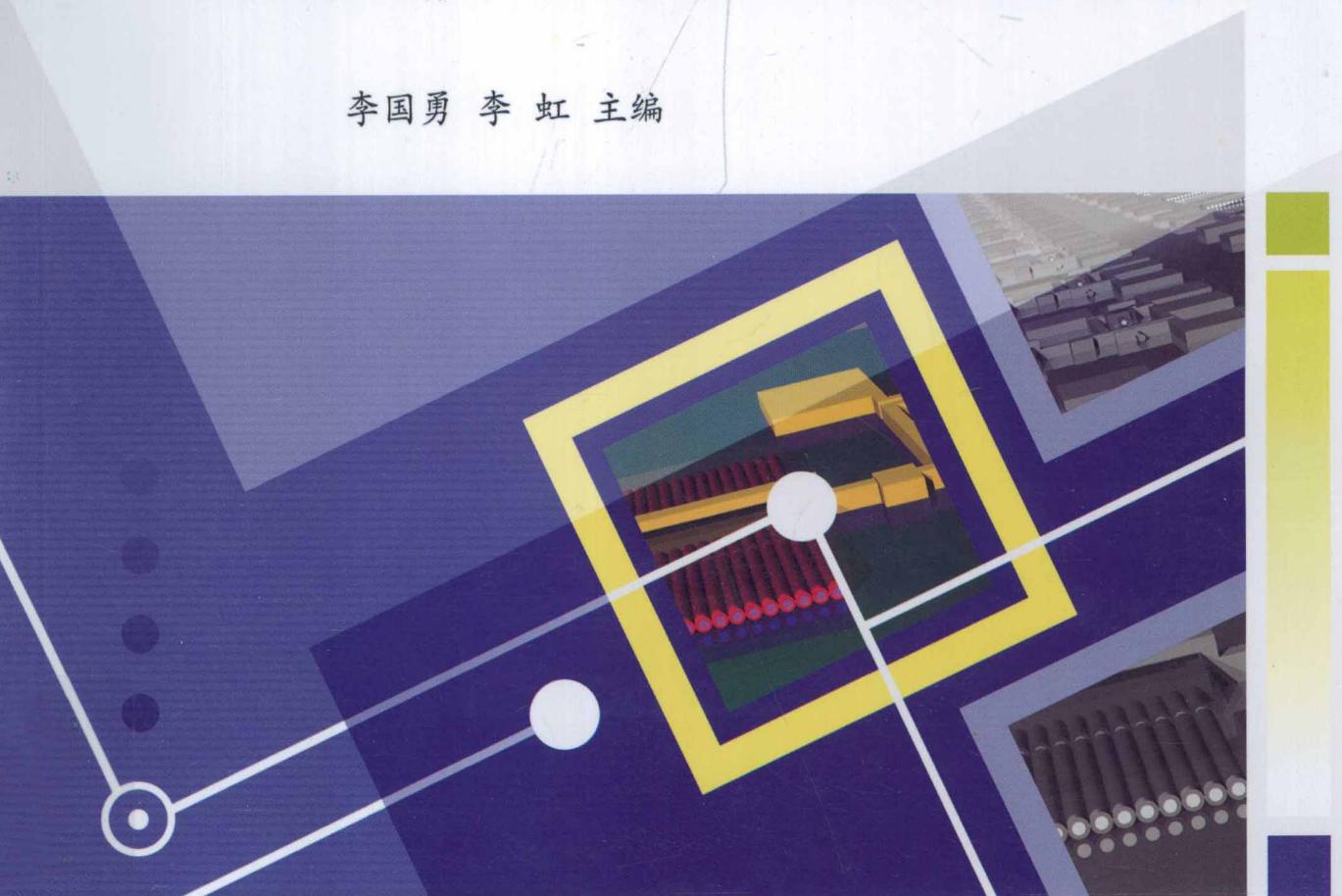


21世纪高等学校本科电子电气专业系列实用教材

自动控制原理 习题解答及仿真实验

李国勇 李虹 主编



電子工業出版社

PUBLISHING HOUSE OF ELECTRONICS INDUSTRY

<http://www.phei.com.cn>

21世纪高等学校本科电子电气专业系列实用教材

自动控制原理

习题解答及仿真实验

李国勇 李 虹 主 编
申欲晓 杜欣慧 副主编
孙志毅 李 岚 主 审

电子工业出版社

Publishing House of Electronics Industry

北京·BEIJING

内 容 简 介

本书是 21 世纪高等学校本科电子电气专业系列实用教材《自动控制原理》（李国勇主编）的学习指导性配套用书。本书不但精辟地总结了自动控制理论的主要内容，而且对该教材各章中的所有习题均给出了相应解答，同时还精选了一定量的研究生入学试题及解答。本书题解内容涉及控制系统的数学模型、线性控制系统的时域分析法、线性控制系统的复域分析法、线性控制系统的频域分析法、线性控制系统的校正方法、非线性控制系统分析、线性离散控制系统的分析与设计，以及基于 MATLAB 的自动控制原理数字仿真实验。

本书可供理工科高等学校自动化专业本科生使用，也可供电子电气类其他专业的本科生和研究生，以及从事相关专业的工程技术人员使用。

未经许可，不得以任何方式复制或抄袭本书之部分或全部内容。

版权所有，侵权必究。

图书在版编目 (CIP) 数据

自动控制原理习题解答及仿真实验 / 李国勇，李虹主编. —北京：电子工业出版社，2012.9

21 世纪高等学校本科电子电气专业系列实用教材

ISBN 978-7-121-18031-6

I. ①自… II. ①李… ②李… III. ①自动控制理论—高等学校—教学参考资料 IV. ①TP13

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2012) 第 199239 号

策划编辑：张榕

责任编辑：桑昀

印 刷：涿州市京南印刷厂

装 订：

出版发行：电子工业出版社

北京市海淀区万寿路 173 信箱 邮编：100036

开 本：787×1092 1/16 印张：15.5 字数：400 千字

印 次：2012 年 9 月第 1 次印刷

印 数：4 000 册 定价：35.00 元

凡所购买电子工业出版社图书有缺损问题，请向购买书店调换。若书店售缺，请与本社发行部联系，联系及邮购电话：(010) 88254888。

质量投诉请发邮件至 zlts@phei.com.cn，盗版侵权举报请发邮件至 dbqq@phei.com.cn。

服务热线：(010) 88258888。

前　　言

本书是与李国勇主编的 21 世纪高等学校本科电子电气专业系列实用教材《自动控制原理》(电子工业出版社)相配套的学习指导性配套用书。该书可帮助读者正确理解和掌握自动控制理论的基本方法和应用，以达到巩固基础、提高能力的目的。

本书体系和符号与配套教材《自动控制原理》相一致。各章节结构基本相同，含有基本理论、习题解答和典型题解等。基本理论部分力求围绕教材的中心内容，简明扼要，重点突出，主要公式齐全，便于查阅，起到了控制理论手册的作用。习题部分比较详尽地给出了原教材中所有习题的求解方法，内容丰富，注重解题技巧和一题多解，便于读者自学原教材。典型题解部分给出了一定数量的研究生入学试题及其解答。为了培养学生现代化的分析与设计能力，在最后一章以实验单元为内容安排了利用 MATLAB 进行自动控制理论分析和设计的实验教程。

书中内容涉及：第 1 章绪论，包括自动控制的基本概念，自动控制系统的基本组成、基本控制方式、分类和基本要求，以及自动控制理论的产生及其发展。第 2 章控制系统的数学模型，包括系统的各类数学模型，如微分方程、传递函数、结构图、信号流图的求取和它们之间的相互关系。第 3 章线性控制系统的时域分析法，包括系统的稳定性、时域响应和稳态误差。第 4 章线性控制系统的复域分析法，包括根轨迹的基本条件、常規根轨迹的绘制、广义根轨迹的绘制、纯迟延根轨迹的绘制和利用根轨迹分析控制系统性能。第 5 章线性控制系统的频域分析法，包括系统典型环节的频率特性、系统的开环频率特性、奈奎斯特稳定判据、控制系统的稳定裕量、系统的闭环频率特性和利用频率特性对闭环系统进行分析。第 6 章线性控制系统的校正方法，包括系统的校正装置及其特性、频率法串联校正、根轨迹法串联校正、反馈校正和复合校正。第 7 章非线性控制系统分析，包括非线性系统的特点、常见的非线性特性和非线性系统的分析方法。第 8 章线性离散控制系统的分析与设计，包括离散控制系统的概念、 z 变换、离散系统的数学模型、离散控制系统的稳定性分析、离散控制系统的稳态误差、离散控制系统的动态性能和离散控制系统的校正。第 9 章介绍了基于 MATLAB 进行自动控制理论分析和设计的数字仿真实验。

本书由李国勇和李虹任主编，申欲晓和杜欣慧任副主编。其中第1章由李国勇和杜欣慧编写；第2章由李虹编写；第3章由申欲晓编写；第4章由郑晟编写；第5章由李彦民编写；第6章由陈燕编写；第7章由谢鹏华编写；第8章由焦江丽编写；第9章由杨丽娟编写；另外参加编写工作的还有魏峰、乔学工和吕青。全书由李国勇整理定稿，孙志毅教授和李岚教授主审，提出了许多宝贵的意见和建议，在此深表谢意。此外，还要感谢电子工业出版社张榕编辑和桑昀编辑，感谢她们为本书的编辑和出版所付出的辛勤工作。

由于作者水平有限，书中难免有遗漏与不当之处，敬请广大读者批评指正。

编 者

目 录

第1章 绪论	(1)
内容提要	(1)
1.1 自动控制的基本概念	(1)
1.2 自动控制系统的组成	(1)
1.3 自动控制系统的基本控制方式	(2)
1.4 自动控制系统的分类	(2)
1.5 自动控制系统的基本要求	(3)
1.6 自动控制理论的产生及其发展	(4)
1.7 自动控制系统课程的主要任务	(4)
习题解答	(4)
第2章 控制系统的数学模型	(6)
内容提要	(6)
2.1 微分方程	(6)
2.2 非线性数学模型的线性化	(6)
2.3 传递函数	(7)
2.3.1 传递函数的定义	(7)
2.3.2 传递函数的常用形式	(7)
2.3.3 传递函数的特点	(8)
2.3.4 典型环节的传递函数	(8)
2.4 结构图	(9)
2.4.1 结构图的绘制	(9)
2.4.2 结构图的简化	(10)
2.5 信号流图	(11)
2.5.1 信号流图的概念	(11)
2.5.2 信号流图的绘制	(11)
2.5.3 梅逊增益公式	(12)
习题解答	(12)

典型题解	(20)
第3章 线性控制系统的时域分析法	(25)
内容提要	(25)
3.1 引言	(25)
3.1.1 典型输入信号	(25)
3.1.2 系统时域响应的形式	(25)
3.1.3 系统时域响应的性能指标	(26)
3.2 系统的稳定性	(27)
3.2.1 稳定性的基本概念	(27)
3.2.2 线性控制系统稳定的条件	(27)
3.2.3 代数稳定判据	(27)
3.2.4 相对稳定性和稳定裕量	(29)
3.3 系统的时域响应	(29)
3.3.1 一阶系统的时域响应	(29)
3.3.2 二阶系统的时域响应	(30)
3.3.3 高阶系统的时域响应	(32)
3.4 系统的稳态误差	(33)
3.4.1 稳态误差的定义	(33)
3.4.2 静态误差系数法	(33)
3.4.3 动态误差系数法	(34)
3.4.4 给定信号和扰动信号同时作用下的稳态误差	(35)
习题解答	(35)
典型题解	(49)
第4章 线性控制系统的复域分析法	(51)
内容提要	(51)
4.1 引言	(51)
4.1.1 根轨迹的基本概念	(51)
4.1.2 根轨迹的基本条件	(52)
4.2 常规根轨迹的绘制	(52)
4.2.1 负反馈系统的根轨迹	(52)
4.2.2 正反馈系统的根轨迹	(54)
4.3 广义根轨迹的绘制	(54)

4.3.1 单参数根轨迹	(54)
4.3.2 多参数根轨迹	(55)
4.4 纯迟延根轨迹的绘制	(56)
4.5 利用根轨迹分析控制系统	(57)
4.5.1 利用根轨迹定性分析系统	(57)
4.5.2 利用根轨迹定量分析系统	(57)
习题解答	(57)
典型题解	(86)
第5章 线性控制系统的频域分析法	(93)
内容提要	(93)
5.1 引言	(93)
5.1.1 频率特性的基本概念	(93)
5.1.2 频率特性的表示方法	(94)
5.2 典型环节的频率特性	(94)
5.3 系统的开环频率特性	(95)
5.3.1 开环频率特性的极坐标图	(95)
5.3.2 开环频率特性的对数坐标图	(97)
5.3.3 开环频率特性的对数幅相图	(98)
5.3.4 最小相位系统	(98)
5.4 奈奎斯特稳定判据	(98)
5.4.1 奈奎斯特稳定判据的介绍	(98)
5.4.2 奈奎斯特稳定判据的推广	(99)
5.5 控制系统的稳定裕量	(99)
5.5.1 稳定裕量在极坐标图中的表示	(99)
5.5.2 稳定裕量在对数坐标图中的表示	(100)
5.5.3 稳定裕量在对数幅相图中的表示	(100)
5.6 系统的闭环频率特性	(100)
5.6.1 等 M 圆 (等幅值轨迹) 和等 N 圆 (等相角轨迹)	(101)
5.6.2 利用等 M 圆和等 N 圆求系统的闭环频率特性	(102)
5.6.3 利用尼科尔斯图求系统的闭环频率特性	(102)
5.7 利用频率特性对闭环系统进行分析	(103)
5.7.1 系统频域特性与稳态性能的关系	(103)

5.7.2 系统频域特性与时域性能的关系	(103)
习题解答	(105)
典型题解	(125)
第6章 线性控制系统的校正方法	(131)
内容提要	(131)
6.1 引言	(131)
6.1.1 性能指标	(131)
6.1.2 校正方式	(131)
6.2 校正装置及其特性	(132)
6.2.1 PID 控制器	(132)
6.2.2 超前校正装置	(132)
6.2.3 滞后校正装置	(133)
6.2.4 滞后-超前校正装置	(133)
6.3 频率法串联校正	(133)
6.3.1 频率法的串联超前校正	(133)
6.3.2 频率法的串联滞后校正	(134)
6.3.3 频率法的串联滞后-超前校正	(135)
6.4 根轨迹法串联校正	(135)
6.4.1 根轨迹法的串联超前校正	(135)
6.4.2 根轨迹法的串联滞后校正	(137)
6.4.3 根轨迹法的串联滞后-超前校正	(139)
6.5 反馈校正	(140)
6.6 复合校正	(140)
习题解答	(140)
典型题解	(156)
第7章 非线性控制系统分析	(158)
内容提要	(158)
7.1 引言	(158)
7.1.1 非线性系统的特点	(158)
7.1.2 常见的非线性特性	(158)
7.1.3 非线性系统的分析方法	(158)
7.2 相平面分析法	(159)

7.2.1 概述	(159)
7.2.2 相轨迹图的绘制	(160)
7.2.3 由相轨迹图求系统的暂态响应	(161)
7.2.4 控制系统的相平面分析	(161)
7.3 描述函数分析法	(161)
7.3.1 描述函数定义	(161)
7.3.2 典型非线性环节的描述函数	(162)
7.3.3 非线性系统的描述函数法分析	(162)
7.3.4 非线性系统的简化	(163)
习题解答	(163)
典型题解	(178)
第8章 线性离散控制系统的分析与设计	(182)
内容提要	(182)
8.1 引言	(182)
8.1.1 信号的采样	(182)
8.1.2 信号的保持	(183)
8.2 z 变换	(183)
8.2.1 z 变换定义	(183)
8.2.2 z 变换方法	(183)
8.2.3 z 变换的基本定理	(184)
8.2.4 z 反变换	(185)
8.3 离散系统的数学模型	(187)
8.3.1 差分方程	(187)
8.3.2 脉冲传递函数	(188)
8.4 离散控制系统的稳定性分析	(189)
8.4.1 离散控制系统稳定的条件	(189)
8.4.2 代数稳定判据	(190)
8.5 离散控制系统的稳态误差	(190)
8.5.1 典型输入信号下的稳态误差	(190)
8.5.2 扰动信号作用下的稳态误差	(191)
8.6 离散控制系统的动态性能	(191)
8.6.1 离散系统的输出响应	(191)

8.6.2 闭环零、极点分布对瞬态响应的影响	(191)
8.6.3 离散系统的根轨迹分析	(192)
8.7 离散控制系统的校正	(192)
8.7.1 采用伯德图的方法	(192)
8.7.2 最少拍控制系统的校正	(193)
习题解答	(194)
典型题解	(202)
第 9 章 基于 MATLAB 的自动控制原理数字仿真实验	(207)
实验一 线性控制系统的时域分析	(207)
实验二 线性控制系统的根轨迹和频域分析	(213)
实验三 线性控制系统的校正	(220)
实验四 非线性控制系统的分析	(224)
实验五 离散控制系统的分析	(229)
附录 A 学生实验报告	(233)
附录 B 半对数坐标纸	(234)
参考文献	(235)

第1章 绪论

内容提要

自动控制理论是自动化学科的重要理论基础，它专门研究有关自动控制系统中基本概念、基本原理和基本方法。本章介绍自动控制的基本概念，自动控制系统的基本组成、基本控制方式、分类和基本要求，以及自动控制理论的产生及其发展。

本章知识要点如下：

- 自动控制的基本概念；
- 自动控制系统的组成；
- 自动控制系统的基本控制方式；
- 自动控制系统的分类；
- 自动控制系统的基本要求；
- 自动控制理论的产生及其发展；
- 自动控制课程的主要任务。

1.1 自动控制的基本概念

人工控制就是使某个对象中物理量按照一定的目标来动作。自动控制就是在没有人直接参与的情况下，利用控制装置使被控对象中某一物理量或数个物理量准确地按照预定的要求规律变化。自动控制和人工控制的基本原理是相同的，它们都是建立在“测量偏差，修正偏差”的基础上的，并且为了测量偏差，必须把系统的实际输出反馈到输入端。自动控制和人工控制的区别在于自动控制用控制器代替人工完成控制。

1.2 自动控制系统的组成

典型自动控制系统的结构图如图 1-1 所示。

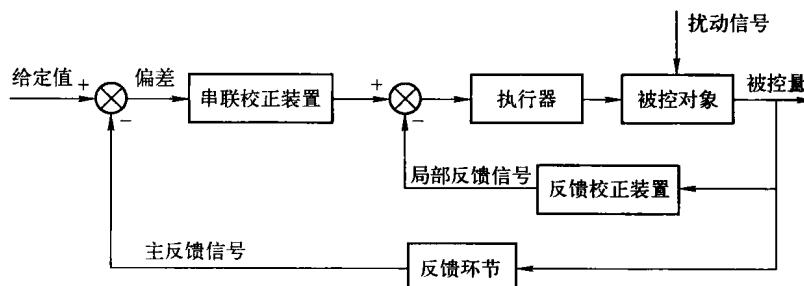


图 1-1 典型自动控制系统的结构图

自动控制系统中常用的名词术语。

- (1) 被控量：是指控制系统中被控制的物理量，也称为输出量，一般用 $y(t)$ 或 $c(t)$ 表示。
- (2) 给定值：在控制系统中被控量 $y(t)$ 所希望的值，也称为参考输入，一般用 $r(t)$ 表示。
- (3) 扰动信号：使被控量偏移给定值的所有因素，它是系统要排除影响的量，一般用 $n(t)$ 或 $d(t)$ 表示。它包括内扰和外扰。内扰为调节阀不动作时，调节阀所在通道中物料的各种因素变化引起的干扰；外扰为除内扰以外的一切干扰。
- (4) 反馈信号：将系统（或环节）的输出信号经转换、处理后送到系统（或环节）的输入端的信号，称为反馈信号。若反馈信号是从系统输出端取出送入系统输入端，称为主反馈信号，一般用 $y_m(t)$ 或 $b(t)$ 表示。而其他称为局部反馈信号。
- (5) 偏差：给定值 $r(t)$ 与主反馈信号 $y_m(t)$ 之差，一般用 $e(t)$ 表示，即 $e(t) = r(t) - y_m(t)$ 。
- (6) 输入信号：泛指对系统的输出量有直接影响的外界输入信号，既包括参考输入信号 $r(t)$ ，又包括扰动信号 $n(t)$ 。
- (7) 被控对象：它是控制系统所控制和操作的对象。
- (8) 校正装置：对系统的参数和结构进行调整，用于改善系统控制性能的仪表或装置，也称为控制器或调节器。
- (9) 执行器：接收校正装置的输出信号，并将其转换为对被控对象进行操作的装置或设备。
- (10) 反馈环节：它用来测量被控量 $y(t)$ 的实际值，并经过信号处理，转换为与被控制量有一定函数关系，且与输入信号同一物理量的信号。反馈环节一般也称为测量变送环节。

1.3 自动控制系统的根本控制方式

自动控制系统最基本的控制方式有以下三种。

1. 开环控制系统

开环控制系统是指无被控量反馈的控制系统。信号由给定值至被控量单向传递。

2. 闭环控制系统

在控制系统中信号除从输入端到输出端外，还有从输出端到输入端的反馈信号，则构成闭环控制系统，也称为反馈控制系统。闭环控制系统是自动控制系统最基本的控制方式，也是应用最广泛的一种控制方式。

3. 复合控制系统

开环控制和闭环控制各有优缺点，在实际工程中应根据工程要求及具体情况来决定采用何种控制方式。如果事先预知给定值的变化规律，又不存在外部和内部参数的变化时，则采用开环控制系统较好。如果对系统外部干扰无法预测，系统内部参数又经常变化时，为保证控制精度，采用闭环控制系统则更为合适。如果对系统的性能要求比较高，为了解决闭环控制系统精度与稳定性之间的矛盾，可以采用开环控制系统与闭环控制系统相结合的复合控制系统或其他复杂控制系统。

1.4 自动控制系统的分类

自动控制系统根据控制方式及其结构性能和完成的任务，有多种分类方法。除按以上三

种控制方式分类外，还有以下几种常见的分类方法。

1. 按系统输入信号的形式划分

- (1) 恒值控制系统（自动调节系统）——系统的给定值为一恒值。
- (2) 随动控制系统（跟踪控制系统）——系统的给定值是一个事先无法确定的任意变化的量。
- (3) 程序控制系统——系统的给定值是事先确定的程序信号。

2. 按系统微分方程的形式划分

- (1) 线性控制系统——可用一个或一组线性微分方程来描述系统输入和输出之间的关系。
- (2) 非线性控制系统——系统不能用线性微分方程描述其输入和输出关系。

3. 按系统参数与时间有无关系划分

- (1) 定常控制系统——描述系统特性的微分方程中各项系数都是与时间无关的常数。
- (2) 时变控制系统——描述系统特性的微分方程中至少有一项系数是时间的函数。

4. 按系统信号的形式划分

- (1) 连续控制系统——系统中所有元件的信号都是随时间连续变化的模拟量。
- (2) 离散控制系统——系统中有一处或多处的信号是脉冲序列或数字信号。

5. 按系统控制作用点的个数划分

- (1) 单输入和单输出控制系统（单变量控制系统）——系统的输入量和输出量各为一个。
- (2) 多输入和多输出控制系统（多变量控制系统）——系统的输入量或输出量多于一个。

另外，自动控制系统还可以按系统的其他特征来分类，如按在给定值或扰动信号的作用下是否存在稳态误差可分为有差控制系统和无差控制系统；按其动态特性是否与系统空间分布特性有关可分为集中参数控制系统和分布参数控制系统；按元器件类型可分为机械控制系统、电气控制系统、机电控制系统、液压控制系统、气动控制系统和生物控制系统等；按系统功用可分为温度控制系统、压力控制系统、流量控制系统和位置控制系统等。

1.5 自动控制系统的基本要求

1. 稳定性

稳定工作是所有自动控制系统的最基本要求，是系统能否工作的前提。不稳定的系统根本无法完成控制任务。

2. 准确性

系统的准确性是用稳态误差来衡量的，稳态误差是指系统过渡到新的平衡工作状态以后，或系统对抗干扰重新恢复平衡后最终保持的精度。

3. 快速性

动态过程是指控制系统的被控量在输入信号作用下随时间变化的全过程，衡量动态过程的品质好坏常采用单位阶跃信号作用下过渡过程中的超调量、上升时间和调整时间等性能指标。

对不同的被控对象，系统对稳、准、快的要求有所侧重。

1.6 自动控制理论的产生及其发展

自动控制理论经过经典控制理论、现代控制理论和智能控制理论三个发展阶段，产生了PID控制、自适应控制、最优控制、预测控制、模糊控制、神经网络控制、多变量控制、智能控制等适用于不同对象环境的控制算法，而控制系统的结构也从单一对象闭环控制系统，逐步发展到单一对象多环控制系统、多变量控制系统、分级控制系统、集散控制系统及综合自动化系统和复杂控制系统。

1.7 自动控制系统课程的主要任务

本课程的主要内容是阐述构成、分析和设计自动控制系统的基本理论。在已知系统数学模型下，研究系统的性能并寻找系统性能与系统结构、参数之间的关系，称为系统分析。如果已知对工程系统性能的要求，寻找合理的控制方案，这类问题称为系统设计。

作为研究自动控制系统的分析与设计的方法来说，对单输入/单输出系统常采用的是时域法、频域法、根轨迹法，以及目前广泛应用的计算机辅助设计。

习题解答

习题 1-1 什么是自动控制？它对于人类活动有什么意义？

答：自动控制就是在没有人直接参与的情况下，利用控制装置使被控对象中某一物理量或数个物理量准确地按照预定的要求规律变化。

习题 1-2 自动控制系统由哪几大部分组成？

答：自动控制系统一般由被控对象、执行器、控制器和反馈环节等部分组成。

习题 1-3 试叙述人在伸手时的运动与控制过程？

答：人在伸手时，首先由大脑发出控制命令，然后手根据大脑发出的命令进行动作。

习题 1-4 什么是开环控制系统？什么是闭环控制系统？试比较开环控制系统和闭环控制系统的区别及其优缺点。

答：开环控制系统是指无被控量反馈的控制系统。闭环控制系统是指有被控量反馈的控制系统。开环控制系统的优点是结构简单，缺点是控制精度难以保证。闭环控制系统的优点是利用偏差来纠正偏差，使系统达到较高的控制精度。但与开环控制系统比较，闭环控制系统的结构比较复杂。

习题 1-5 试列举几个日常生活中的开环控制系统及闭环控制系统，并说明其工作原理。

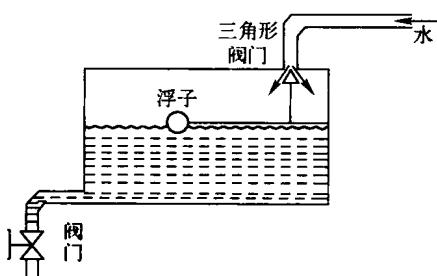


图 1-2

答：开环控制系统有：电磁灶、微波炉、打印机等。闭环控制系统有：电冰箱、抽水马桶、电饭煲等。

习题 1-6 在家用电器中，洗衣机是开环控制系统还是闭环控制系统？一般的电冰箱是何种控制系统？

答：一般的洗衣机是开环控制系统。一般的电冰箱是闭环控制系统。

习题 1-7 图 1-2 为一个水位自动控制系统，试说明其工作原理。

答：当打开阀门水位下降时浮子也随同下降，浮子下降带动三角形阀门下降，进水口随之开大，使进水加大，水位开始上升。在水位上升的同时，又使三角形阀门上升，进水减小，从而保证水位稳定不变。

习题 1-8 图 1-3 是恒温箱的温度自动控制系统。要求：

- (1) 画出控制系统的原理结构图；
- (2) 当恒温箱的温度发生变化时，试叙述控制系统的调节过程；
- (3) 指出该系统属于哪一类型的控制？

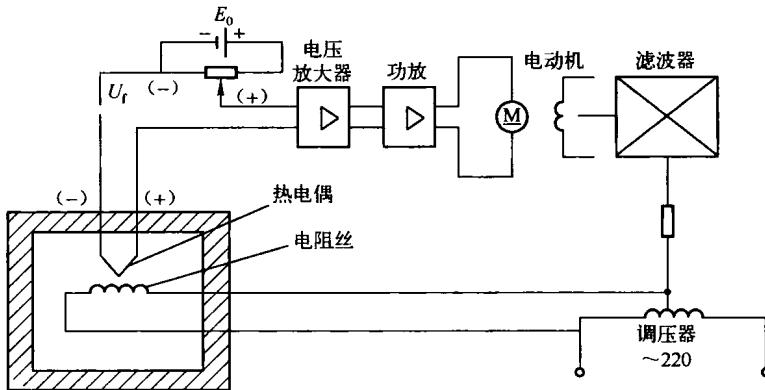


图 1-3

解：(1) 在系统中，恒温箱是被控对象；温度是被控量；给定量是由给定电位器设定的电压 u_r （表征温度的希望值）。系统结构图如图 1-4 所示。

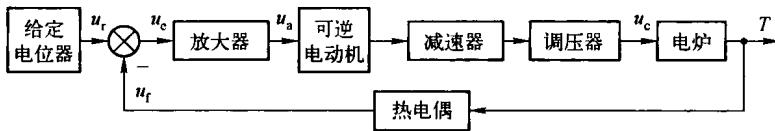


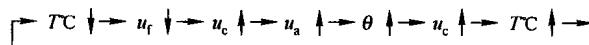
图 1-4

(2) 恒温箱采用电加热方式运行，加热器所产生的热量与调压器电压 u_c 的平方成正比。当 u_c 增高时，炉温随之上升，而 u_c 的高低由调压器滑动触点所控制，该触点由可逆转的直流电动机驱动。炉子的实际温度用热电偶测量，输出电压 u_f 。 u_f 作为系统的反馈电压与给定电压 u_r 进行比较，得出偏差电压 u_e ，经电压放大器、功率放大成 u_a 后，作为控制电动机的电枢电压。

在正常情况下，炉膛温度等于某个期望值 T °C，热电偶的输出电压 u_f 正好等于给定电压 u_r 。此时， $u_e = u_r - u_f = 0$ ，故 $u_a = 0$ ，可逆电动机不转动，调压器的滑动触点停留在某个合适的位置上，使 u_c 保持一定的数值。这时，炉子流失的热量正好等于从加热器吸取的热量，形成稳定的热平衡状态，可保持恒定的温度。

当炉膛温度 T °C 由于某种原因突然下降时（如炉门打开造成的热量流失），则会出现以下的控制过程：

控制的结果是使炉膛温度回升，直至 T °C 的实际值等于期望值为止。



(3) 恒温箱的温度自动控制系统属于闭环负反馈控制系统。

第2章 控制系统的数学模型

内容提要

自动控制理论以自动控制系统为研究对象，无论是对控制系统进行分析还是对校正装置进行综合，都需要建立控制系统的数学模型。所谓数学模型是指能够描述系统变量之间关系的数学表达式。实际存在的自动控制系统可以是电气的、机械的、热力的、化工的，甚至是生物学的、经济学的，等等，然而描述这些系统的数学模型却可以是相同的。本章主要介绍系统的各类数学模型如微分方程、传递函数、结构图、信号流图的求取和它们之间的相互关系。

本章知识要点如下：

- 各种线性系统数学模型的表示形式及其相互转换关系；
- 拉普拉斯变换；
- 传递函数的定义；
- 非线性特性的线性化处理；
- 结构图的简化；
- 梅逊公式的含义和应用。

2.1 微 分 方 程

建立控制系统数学模型的方法有解析法和实验法两种。用解析法建立控制系统微分方程的一般步骤：

- (1) 确定系统的输入量（包括扰动量）和输出量，引入必要的中间变量；
- (2) 分析系统的工作原理，根据系统运动过程中各部分所遵循的基本定律建立描述变量之间关系的方程式；
- (3) 将所得关系式联立起来，消去中间变量，并写成标准形式的微分方程；
- (4) 将输出量及各阶导数放在等号左边，将输入量及各阶导数放在等号右边，并按降幂排列，最后将系统归化为具有一定物理意义的形式，成为标准化微分方程。

2.2 非线性数学模型的线性化

非线性数学模型的线性化，是指将非线性数学模型在工作点附近展开成泰勒级数，忽略掉高阶无穷小量及余项，得到近似的线性化方程，来代替原来的非线性函数。

例如，元件的输出与输入之间的关系为非线性函数 $y=f(x)$ 。将此非线性函数在工作点 (y_0, x_0) 附近展开成泰勒级数，即

$$y = f(x) = f(x_0) + \left. \frac{dy}{dx} \right|_{x=x_0} (x - x_0) + \left. \frac{1}{2!} \frac{d^2 y}{dx^2} \right|_{x=x_0} (x - x_0)^2 + \dots$$

当 $(x-x_0)$ 很小时，可忽略掉二阶及以上各项，得到以下近似的线性化方程，即