

建设工程师速查通丛书

建造师 常用计算公式速查通

JIANZAOSHI

CHANGYONG JISUAN GONGSHI SUCHATONG

◎ 陈远吉 陈娅茹 主编

- 建造师施工计算常用数据
- 建设工程经济
- 土方工程计算
- 地基及基础工程计算
- 基坑支护工程计算
- 砌体工程计算
- 混凝土工程计算
- 防水和防腐蚀工程计算
- 工程项目施工组织与进度管理常用数据



化学工业出版社



建设工程师速查通丛书

建造师 常用计算公式速查通

JIANZAOSHI

CHANGYONG JISUAN GONGSHI SUCHATONG

◎ 陈远吉 陈娅茹 主编



化学工业出版社

· 北京 ·

本书主要介绍建造师常用的公式计算及相关数据及应用。主要内容包括：建造师施工计算常用数据、建设工程经济、土方工程计算、地基与基础工程计算、基坑支护工程计算、砌体工程计算、混凝土工程计算、防水与防腐蚀工程计算及工程项目施工组织与进度管理常用数据。

该书涵盖建造师常用的各种计算公式，可作为建造人员学习参考及相关专业人员学习用书。

图书在版编目 (CIP) 数据

建造师常用计算公式速查通/陈远吉, 陈娅茹主编. —北京: 化学工业出版社, 2012.1
(建设工程师速查通丛书)
ISBN 978-7-122-11721-2

I. 建… II. ①陈… ②陈… III. 建筑工程-计算-公式 IV. TU

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2011) 第 129814 号

责任编辑：董琳
责任校对：王素芹

文字编辑：刘砚哲
装帧设计：史利平

出版发行：化学工业出版社（北京市东城区青年湖南街 13 号 邮政编码 100011）
印 装：三河市延风印装厂
787mm×1092mm 1/16 印张 12½ 字数 315 千字 2012 年 5 月北京第 1 版第 1 次印刷

购书咨询：010-64518888（传真：010-64519686） 售后服务：010-64518899
网 址：<http://www.cip.com.cn>
凡购买本书，如有缺损质量问题，本社销售中心负责调换。

定 价：38.00 元

版权所有 违者必究

编写人员名单

主 编 陈远吉 陈娅茹

副主编 朱国斌 李倩

参编人员	李 娜	谭 续	费月燕	毕春蕾
	陈愈义	陈远生	陈文娟	陈桂香
	陈远吉	陈娅茹	李 倩	李春平
	孙艳鹏	宁 平	宁荣荣	梁海丹
	符文峰	路文银	胡慧芹	赵明秀
	朱国斌			

合作伙伴 中国考通网 (www.kaotong.net)

前言

PREFACE

自跨入新世纪以来，我国建筑业迅速发展，城镇规模日益扩大，房地产业和建筑业成为社会主义市场经济的热点。为了加强建设工程专业技术人员的执业准入控制和管理，确保建设工程管理工作的质量，适应我国建筑业面向世界的需要，特编写了这套“建设工程师速查通”丛书，以满足广大建设工程师工作的需要。

“建设工程师速查通”丛书包括以下5个分册：

- 1.《建造师常用计算公式速查通》
- 2.《造价工程师常用计算公式速查通》
- 3.《电气工程师常用计算公式速查通》
- 4.《资产评估师常用计算公式速查通》
- 5.《监理工程师常用计算公式速查通》

本着简明实用、查阅方便的原则，丛书将建设工程师常用的各种类型的计算公式、数据资料进行分类归纳，整理成册。与市面上同类图书相比较，本套丛书主要具有以下特点。

1. 紧扣“速查通”。所谓“速查通”，就是一本书中涵盖了工程师所有常用的计算公式、数据资料，以做到内容全面，方便广大工程师查阅使用，解决工程师在工作时需要查阅资料的问题。

2. 全面且实用。丛书以现行的规范和技术标准为依据，内容准确，可放心使用。同时，还收集了施工现场实际工作中一些较为常用的数据。本丛书将工程师常用的各种计算公式分类列举，并附加计算实例，更有效、实用。

3. 体现先进性。丛书在对传统计算公式和常用数据资料进行收集整理的基础上，结合国内外先进的建筑工程施工工艺，对建筑工程设计施工领域不断涌现出的新材料、新设备、新技术、新工艺的相关数据也进行了有针对性地收集与整理。

4. 适用范围广。丛书实用性强、适用面广、内容全面系统、配套、新颖，理论与实践相结合，资料丰富、翔实、紧凑，常用计算公式和数据资料准确、实用，查阅简便快捷。丛书的编写力求简明扼要，富有启发性。

本丛书在编写过程中，为保证丛书的实用性和先进性，丛书参阅和借鉴了一些优秀书籍和有关文献资料，并得到了有关领导和专家的指导帮助。在此，向他们表示衷心的感谢。

为方便广大读者更好地理解和掌握本套丛书的内容，从而更好地开展工作，我们收集整理了大量与本套丛书有关的数据资料，读者可以通过注册登录中国考通网（www.kao-tong.net）进行下载。

由于编者学识经验所限，虽尽心尽力，书中疏漏、不妥之处仍在所难免，敬请专家、同行和读者不吝赐教，同时恳请广大读者和专家批评指正。

编者

2011年10月

目录

CONTENTS

1

建造师施工计算常用数据

1

1.1 常用数学基本公式	1
1.1.1 三角函数基本公式	1
1.1.2 几何图形计算公式	3
1.2 常用结构静力计算公式	12
1.2.1 构件常用截面的几何与力学特征	12
1.2.2 短柱、长柱压应力极限荷载计算公式	14
1.2.3 单跨梁的反力、剪力、弯矩、挠度计算公式	15

2

建设工程经济

21

2.1 工程经济	21
2.1.1 利息	21
2.1.2 利率	21
2.1.3 单利	21
2.1.4 复利	22
2.1.5 等值	22
2.1.6 名义利率	24
2.1.7 有效利率	24
2.1.8 当计息周期小于资金收付周期设时一次支付	25
2.1.9 财务净现值	25
2.1.10 财务内部收益率	25
2.1.11 财务净现值率	26
2.1.12 投资收益率指标	27
2.1.13 静态投资回收期	27
2.1.14 动态投资回收期	28
2.1.15 借款偿还期	29
2.1.16 利息备付率	29
2.1.17 偿债备付率	30
2.1.18 总成本	30
2.1.19 量本利模型	30

2. 1. 20	盈亏平衡点 BEP	31
2. 1. 21	敏感度系数	32
2. 1. 22	营业收入	32
2. 1. 23	流动资金	32
2. 1. 24	总成本	32
2. 1. 25	经营成本	32
2. 1. 26	税金	33
2. 1. 27	设备经济寿命的估算	33
2. 1. 28	设备租赁与购买方案	35
2. 1. 29	价值工程	37
2. 1. 30	成本指数	37
2. 1. 31	功能价值	38
2. 1. 32	新技术、新工艺和新材料应用方案的经济分析	38
2. 2	会计基础与财务管理	39
2. 2. 1	会计等式	39
2. 2. 2	借贷记账法的试算平衡	39
2. 2. 3	应收票据	39
2. 2. 4	固定资产折旧计算方法	40
2. 2. 5	工程成本和期间费用	42
2. 2. 6	合同收入的确认	42
2. 2. 7	营业利润	43
2. 2. 8	利润总额	43
2. 2. 9	净利润	43
2. 2. 10	递延所得税资产和递延所得税负债	44
2. 2. 11	所得税费用的确认和计量	44
2. 2. 12	绝对值变动数量	44
2. 2. 13	资产	44
2. 2. 14	资产收益率	44
2. 2. 15	总资产报酬率	44
2. 2. 16	总资产周转率	45
2. 2. 17	流动资产周转率	45
2. 2. 18	存货周转率	45
2. 2. 19	应收账款周转率	45
2. 2. 20	资产负债率	46
2. 2. 21	速动比率	46
2. 2. 22	流动比率	46
2. 2. 23	销售(营业)增长率	46
2. 2. 24	资本积累率	46
2. 2. 25	资金成本率	47
2. 2. 26	普通股成本	47
2. 2. 27	加权平均资金成本	47
2. 2. 28	现金持有成本	47

2.2.29	订货成本	47
2.2.30	购置成本	47
2.2.31	储存成本	47
2.2.32	存货的总成本 TC	47
2.2.33	存货经济订批量	48
2.2.34	存货资金占有量的测定	48
2.3	建设工程估价	49
2.3.1	设备及工器具购置费的组成	49
2.3.2	进口设备抵岸价	49
2.3.3	设备运杂费	51
2.3.4	工器具及生产家具购置费	51
2.3.5	基本预备费	51
2.3.6	涨价预备费	52
2.3.7	建设期贷款利息	52
2.3.8	直接工程费	52
2.3.9	措施费	54
2.3.10	间接费的组成	56
2.3.11	利润	56
2.3.12	税金	56
2.3.13	建筑工程费用计算程序	57
2.3.14	人工定额	58
2.3.15	标准砖、砂浆用量	58
2.3.16	材料消耗量	59
2.3.17	施工机械台班使用定额	59
2.3.18	人工消耗量的计算	59
2.3.19	机械台班消耗指标的计算	59
2.3.20	工料单价估价表	59
2.3.21	工程量清单计价方法与基本过程	60
2.3.22	资金周转率法	60
2.3.23	生产能力指数法	60
2.3.24	比例估算法	61
2.3.25	单位建筑工程概算	61
2.3.26	安装工程费	61
2.3.27	概算定额单价	61
2.3.28	单位工程概算造价	61
2.3.29	直接工程费	61
2.3.30	100m ² 建筑面积的人工费	61
2.3.31	100m ² 建筑面积的主要材料费	61
2.3.32	100m ² 建筑面积的其他材料费	62
2.3.33	100m ² 建筑面积的机械使用费	62
2.3.34	每 1m ² 建筑面积的直接工程费	62

2.3.35	结构变化修正概算指标	62
2.3.36	调整概算指标中的工、料、机数量	63
2.3.37	设备购置费概算	63
2.3.38	设备安装工程概算	63
2.3.39	总概算价值	63
2.3.40	单位工程直接工程费	63
2.3.41	分部分项工程工料单价	63
2.3.42	人工基础单价	63
2.3.43	材料、半成品和设备预算价格	63
2.3.44	施工机械使用费	64
2.3.45	单位工程量直接费	64
2.3.46	标价总和	64
2.4	宏观经济政策及项目融资	64
2.4.1	国内生产总值 GDP	64
2.4.2	国民收入核算中的恒等关系	65
2.4.3	商业银行体系所能创造出的货币量	65

3 土方工程计算 66

3.1	场地平整高度及土方量	66
3.1.1	场地平整高度计算	66
3.1.2	场地平整土方量计算	68
3.1.3	边坡土方量计算	71
3.1.4	土方平衡与调整	71
3.2	土坡分析与计算	73
3.2.1	简单土坡计算	73
3.2.2	土体滑坡分析与计算	76
3.3	土方石爆破计算	78
3.3.1	土方石开挖爆破基本原理	78
3.3.2	爆破作业安全距离计算	79

4 地基与基础工程计算 81

4.1	地基基础	81
4.1.1	地基计算	81
4.1.2	基础计算	83
4.2	土压力计算	85
4.2.1	静止土压力计算	85

4.2.2 库伦土压力理论	85
4.2.3 朗肯土压力理论	86
4.3 换土垫层厚度和宽度	88
4.3.1 换土垫层厚度和宽度计算	88
4.3.2 垫层宽度计算	88
4.4 强夯法和强夯转换法加固地基	89
4.4.1 强夯法加固地基影响深度计算	89
4.4.2 强夯置换法单击能及夯击次数计算	89
4.5 振冲法地基处理	89
4.5.1 振冲法地基处理计算	89
4.5.2 压缩模量计算	90
4.6 砂石桩法地基处理	90
4.7 水泥粉煤灰碎石桩法	92
4.7.1 复合地基承载力计算	92
4.7.2 单桩竖向承载力计算	93
4.7.3 桩体试块抗压强度平均值计算	93
4.7.4 压缩模量计算	93
4.8 水泥土搅拌法地基处理计算	93
4.8.1 承载力计算	93
4.8.2 变形计算	94
4.9 高压喷射注浆地基处理计算	94
4.9.1 有效桩径计算	94
4.9.2 桩面积计算	94
4.9.3 桩数量计算	94
4.9.4 高压喷射注浆浆液用量计算	94
4.9.5 单桩竖向承载力特征值计算	95
4.9.6 压缩模量计算	95
4.10 喷粉桩处理计算	95
4.10.1 粉体喷出量计算	95
4.10.2 灰土搅拌次数计算	95
4.10.3 桩体强度计算	96
4.10.4 复合地基承载力计算	96
4.10.5 桩面积总数计算	96
4.11 土或灰土挤密桩法地基处理计算	96
4.11.1 桩距计算	96
4.11.2 平均挤密系数	97
4.11.3 桩孔数量计算	97
4.12 桩与桩基承载力计算	97
4.12.1 桩基顶作用效应计算	97
4.12.2 桩基竖向承载力设计值计算	97
4.12.3 单桩竖向极限承载力标准值计算	98

4. 12. 4	桩基沉降计算	99
4. 13	重锤夯实施工计算	101
4. 13. 1	夯锤重量与锤底直径	101
4. 13. 2	预留土层厚度	101
4. 13. 3	基底底面夯实宽度	101
4. 13. 4	补充加水量	101
4. 14	岩石锚杆(桩)承载力计算	101
4. 14. 1	单根锚杆抗拔力计算	101
4. 14. 2	锚杆基础中每根锚杆承受的拔力计算	102

5

基坑支护工程计算

104

5. 1	基坑(槽)和管沟支撑	104
5. 1. 1	挡土板计算	104
5. 1. 2	立柱计算	104
5. 1. 3	横撑截面积计算	104
5. 2	重力式挡土墙	106
5. 2. 1	重力式挡土墙稳定性验算	106
5. 2. 2	重力式挡土墙基础设计	109
5. 3	悬臂式挡土墙	112
5. 3. 1	土压力计算	112
5. 3. 2	墙身内力计算	113
5. 3. 3	钢筋混凝土墙身计算	113
5. 4	地下连续墙	116
5. 4. 1	地下连续墙计算	116
5. 4. 2	圆弧滑动简单条分法	118
5. 4. 3	弹性支点法	118
5. 4. 4	支点水平刚度系数及地基土水平抗力比例系数 计算	119
5. 4. 5	正截面受弯承载力计算	120
5. 5	土钉墙	120
5. 5. 1	土钉抗拉承载力计算	120
5. 5. 2	土钉墙整体稳定性验算	121
5. 6	基坑地下水控制	121
5. 7	沉井计算	122
5. 7. 1	确定下沉系数 K_1 , 下沉稳定系数 K'_1 和抗浮安全 系数 K_2	122
5. 7. 2	刃脚计算	122
5. 7. 3	井壁计算	123

6**砌体工程计算**

124

6.1 砌体结构常用计算公式	124
6.1.1 无筋砌体构件计算	124
6.1.2 配筋砖砌体构件	125
6.2 砌筑砂浆配合比计算	127
6.2.1 水泥(混合)砂浆配合比计算	127
6.2.2 粉煤灰砂浆配合比计算	128
6.3 砖墙用料计算	130
6.3.1 砖及砂浆用量计算	130
6.3.2 砂浆材料用量计算	131
6.3.3 砌墙实体积用砖和用灰量计算	131

7**混凝土工程计算**

134

7.1 混凝土配合比计算	134
7.1.1 普通混凝土配合比计算	134
7.1.2 掺矿物掺和混凝土配合比设计计算	136
7.1.3 有特殊要求的混凝土配合比设计计算	138
7.1.4 高性能混凝土配合比设计计算	138
7.1.5 轻骨料混凝土配合比设计计算	139
7.2 混凝土浇灌计算	140
7.2.1 混凝土浇灌计算	140
7.2.2 泵送混凝土的运送	141
7.3 大体积混凝土裂缝控制	142
7.3.1 大体积混凝土温度计算	142
7.3.2 大体积混凝土裂缝应力计算	143
7.3.3 伸缩缝平均整浇长度计算	145
7.4 混凝土结构基本计算	147
7.4.1 受弯构件正截面承载力计算	147
7.4.2 受弯构件截面承载力计算	151
7.4.3 受压构件计算	154
7.4.4 受扭构件计算	159
7.4.5 冲切、局部受压承载力计算	162

8**防水与防腐蚀工程计算**

168

8.1 刚性防水屋面计算	168
8.1.1 刚性防水屋面混凝土的收缩值计算	168
8.1.2 屋面分隔缝计算	169
8.1.3 屋面板块分隔缝宽度计算	170
8.1.4 刚性防水屋面开裂值	170
8.2 卷材防水胶结构材料配合比计算	171
8.3 混凝土结构自防水配合比设计计算	171
8.3.1 砂率选用	171
8.3.2 砂石混合密度计算	172
8.3.3 砂石混合用量计算	172
8.3.4 砂、石用量计算	172

9**工程项目施工组织与进度管理常用数据**

174

9.1 工程流水施工组织	174
9.1.1 流水强度	174
9.1.2 流水节拍	174
9.1.3 任一施工过程节奏流水的总持续时间	175
9.1.4 固定节拍流水	175
9.2 工程网络计划技术	176
9.2.1 节点时间的计算	176
9.2.2 工作时间的计算	177
9.2.3 工作时差的计算	179
9.2.4 单代号网络图的计算	179
9.2.5 工作的总时差	180
9.3 网络计划优化	183
9.3.1 计算方差值	183
9.3.2 工作的右移调整	183
9.3.3 工作的左移调整	183

参考文献

188

1

建造师施工计算常用数据

1.1 常用数学基本公式

1.1.1 三角函数基本公式

a 、 b 、 c 为三角形各边， A 、 B 、 C 为三角形各角， R 为三角形外接圆半径， r 为内切圆半径， S 为任意三角形面积。表 1-1 是三角函数的基本公式。

表 1-1 三角函数基本公式

名称	公 式	计 算 实 例
基 本 式	$\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1; \sec^2\alpha - \tan^2\alpha = 1;$ $\csc^2\alpha - \cot^2\alpha = 1; \sin\alpha \csc\alpha = 1;$ $\cos\alpha \sec\alpha = 1; \tan\alpha \cot\alpha = 1;$ $\tan\alpha = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}; \cot\alpha = \frac{\cos\alpha}{\sin\alpha}$	例：已知在 $\triangle ABC$ 中， $\sin\alpha = 2\cos\alpha$ ，求 $\frac{\sin\alpha - 4\cos\alpha}{5\sin\alpha + 2\cos\alpha}$ 和 $\sin^2\alpha + 2\sin\alpha \cos\alpha$ 的值。 $\because \sin\alpha = 2\cos\alpha$ $\therefore \tan\alpha = 2, \frac{\sin\alpha - 4\cos\alpha}{5\sin\alpha + 2\cos\alpha} = \frac{\tan\alpha - 4}{5\tan\alpha + 2} = \frac{-2}{12} = -\frac{1}{6}$ $\sin^2\alpha + 2\sin\alpha \cos\alpha = \frac{\sin^2\alpha + 2\sin\alpha \cos\alpha}{\sin^2\alpha + \cos^2\alpha}$ $= \frac{\tan^2\alpha + 2\tan\alpha}{\tan^2\alpha + 1} = \frac{4 + 4}{4 + 1} = \frac{8}{5}$
二角 之和 及差	$\sin(\alpha \pm \beta) = \sin\alpha \cos\beta \pm \cos\alpha \sin\beta$ $\cos(\alpha \pm \beta) = \cos\alpha \cos\beta \mp \sin\alpha \sin\beta$ $\tan(\alpha \pm \beta) = \frac{\tan\alpha \pm \tan\beta}{1 \mp \tan\alpha \tan\beta}; \cot(\alpha \pm \beta) = \frac{\cot\alpha \cot\beta \mp 1}{\cot\beta \pm \cot\alpha}$	例：在 $\triangle ABC$ 中，已知 $2\cos(2\alpha + \beta) + 3\cos\beta = 0, \alpha \neq k\pi + \frac{\pi}{2}, \alpha + \beta \neq k\pi + \frac{\pi}{2}, (k \in \mathbb{Z})$ ，试求值 $\tan(\alpha + \beta)\tan\alpha$ 。 解： $\because 2\cos(2\alpha + \beta) + 3\cos\beta = 0$ $\therefore 2\cos[(\alpha + \beta) + \alpha] + 3\cos[(\alpha + \beta) - \alpha] = 0$ $\therefore 2\cos(\alpha + \beta)\cos\alpha - 2\sin(\alpha + \beta)\sin\beta + 3\cos(\alpha + \beta)\cos\alpha + 3\sin(\alpha + \beta)\sin\alpha = 0$ $\therefore 5\cos(\alpha + \beta)\cos\alpha + \sin(\alpha + \beta)\sin\beta = 0$ $\therefore 5\cos(\alpha + \beta)\cos\alpha = -\sin(\alpha + \beta)\sin\beta$ $\therefore \tan(\alpha + \beta)\tan\alpha = -5$ 。

续表

名称	公式	计算实例
二函数之和差及积	$\sin\alpha + \sin\beta = 2\sin\frac{1}{2}(\alpha + \beta)\cos\frac{1}{2}(\alpha - \beta)$ $\sin\alpha - \sin\beta = 2\cos\frac{1}{2}(\alpha + \beta)\sin\frac{1}{2}(\alpha - \beta)$ $\cos\alpha + \cos\beta = 2\cos\frac{1}{2}(\alpha + \beta)\cos\frac{1}{2}(\alpha - \beta)$ $\cos\alpha - \cos\beta = -2\sin\frac{1}{2}(\alpha + \beta)\sin\frac{1}{2}(\alpha - \beta)$ $\tan\alpha \pm \tan\beta = \frac{\sin(\alpha \pm \beta)}{\cos\alpha \cos\beta}; \cot\alpha \pm \cot\beta = \frac{\sin(\alpha \pm \beta)}{\sin\alpha \sin\beta}$ $\sin\alpha \sin\beta = \frac{1}{2}\cos(\alpha - \beta) - \frac{1}{2}\cos(\alpha + \beta)$ $\cos\alpha \cos\beta = \frac{1}{2}\cos(\alpha - \beta) + \frac{1}{2}\cos(\alpha + \beta)$ $\sin\alpha \cos\beta = \frac{1}{2}\sin(\alpha + \beta) + \frac{1}{2}\sin(\alpha - \beta)$ $\tan\alpha \tan\beta = \frac{\tan\alpha + \tan\beta}{\cot\alpha + \cot\beta} = -\frac{\tan\alpha - \tan\beta}{\cot\alpha - \cot\beta}$ $\cot\alpha \cot\beta = \frac{\cot\alpha + \cot\beta}{\tan\alpha + \tan\beta} = -\frac{\cot\alpha - \cot\beta}{\tan\alpha - \tan\beta}$	<p>例: 试求 $\cos 10^\circ \cos 30^\circ \cos 50^\circ \cos 70^\circ$ 的值。</p> <p>解:</p> $\begin{aligned} \text{原式} &= \cos 10^\circ \times \frac{\sqrt{3}}{2} \times \frac{1}{2} [\cos(50^\circ + 70^\circ) + \cos(50^\circ - 70^\circ)] \\ &= -\frac{\sqrt{3}}{8} \cos 10^\circ + \frac{\sqrt{3}}{4} \cos 10^\circ \cos 20^\circ \\ &= -\frac{\sqrt{3}}{8} \cos 10^\circ + \frac{\sqrt{3}}{4} \times \frac{1}{2} [\cos(10^\circ + 20^\circ) + \cos(10^\circ - 20^\circ)] \\ &= \frac{\sqrt{3}}{4} \times \frac{1}{2} \cos 30^\circ \\ &= \frac{3}{16} \end{aligned}$
倍角及半角之函数	$\sin 2\alpha = 2\sin\alpha \cos\alpha$ $\cos 2\alpha = \cos^2\alpha - \sin^2\alpha = 1 - 2\sin^2\alpha = 2\cos^2\alpha - 1$ $\tan 2\alpha = \frac{2\tan\alpha}{1 - \tan^2\alpha} = \frac{2}{\cot\alpha - \tan\alpha}$ $\sin 3\alpha = 3\sin\alpha - 4\sin^3\alpha$ $\cos 3\alpha = 4\cos^3\alpha - 3\cos\alpha$ $\tan 3\alpha = \frac{3\tan\alpha - \tan^3\alpha}{1 - 3\tan^2\alpha}$ $\sin \frac{\alpha}{2} = \sqrt{\frac{1}{2}(1 - \cos\alpha)} = \frac{1}{2}\sqrt{1 + \sin\alpha} - \frac{1}{2}\sqrt{1 - \sin\alpha}$ $\cos \frac{\alpha}{2} = \sqrt{\frac{1}{2}(1 + \cos\alpha)} = \frac{1}{2}\sqrt{1 + \sin\alpha} + \frac{1}{2}\sqrt{1 - \sin\alpha}$ $\tan \frac{\alpha}{2} = \frac{\sqrt{1 - \cos\alpha}}{1 + \cos\alpha} = \frac{1 - \cos\alpha}{\sin\alpha} = \csc\alpha - \cot\alpha$	<p>例 1: 已知 $\triangle ABC$ 中, $\sin\alpha = \frac{1}{2}$, $\tan\alpha = 1$, 求 $\sin 2\alpha$ 的值。</p> <p>解: $\because \sin\alpha = \frac{1}{2}$ 及 $\tan\alpha = 1$,</p> $\therefore \tan\alpha = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} = 1 \Rightarrow \sin\alpha = \cos\alpha$ $\therefore \sin 2\alpha = 2\sin\alpha \cos\alpha = \frac{1}{2}$ <p>例 2: 已知 $\tan\alpha$, $\frac{1}{\tan\alpha}$ 是关于 x 的方程 $x^2 - kx + k^2 - 3 = 0$ 的两个实根, 且 $3\pi < \alpha < \frac{7}{2}\pi$, 求 $\sin\alpha + \cos\alpha$ 的值。</p> <p>解: $\because \tan\alpha \cdot \frac{1}{\tan\alpha} = k^2 - 3 = 1$, $\therefore k = \pm 2$, 又 $\because 3\pi < \alpha < \frac{7}{2}\pi$, 则</p> $\tan\alpha + \frac{1}{\tan\alpha} = k = 2,$ <p>得 $\tan\alpha = 1$, 则</p> $\sin\alpha = \cos\alpha = -\frac{\sqrt{2}}{2},$ $\therefore \sin\alpha + \cos\alpha = -\sqrt{2}$ <p>例 3: 已知 $\tan x = 5$, 求出 $\frac{\cos x + \sin x}{\cos x - \sin x}$ 的值。</p> <p>解: $\because \tan x = 5$</p> $\therefore \frac{\cos x + \sin x}{\cos x - \sin x} = \frac{1 + \tan x}{1 - \tan x} = \frac{1 + 5}{1 - 5} = -\frac{3}{2}$ <p>例 4: 已知 $\sin x + \cos x = m$, 且 ($m \leq \sqrt{2}$, $m \neq 1$), 试求出 $\sin^3 x + \cos^3 x$。</p> <p>解: 依题意</p> <p>$\because \sin x + \cos x = m$, 则 $1 + 2\sin x \cos x = m^2$, 即为</p> $\sin x \cos x = \frac{m^2 - 1}{2}$ $\therefore \sin^3 x + \cos^3 x = (\sin x + \cos x)(1 - \sin x \cos x) = m(1 - \frac{m^2 - 1}{2}) = \frac{3m - m^3}{2}$

续表

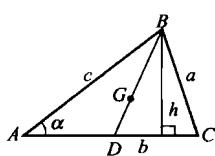
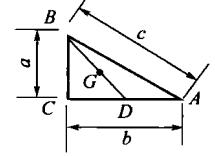
名称	公式	计算实例
边角关系	(1) 正弦定理 $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R$ (2) 余弦定理 $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$ $b^2 = c^2 + a^2 - 2ca \cos B$ $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C$ (3) 正切定理 $\tan \frac{A-B}{2} = \frac{a-b}{a+b} \cot \frac{C}{2}$ (4) 射影定理 $a = b \cos C + c \cos B$ $b = c \cos A + a \cos C$ $c = a \cos B + b \cos A$	<p>例: 如 $a^2 \tan B = b^2 \tan A$, 判断 $\triangle ABC$ 的形状。 解: 依题意, 由已知及正弦定理得:</p> $(2R \sin A)^2 \frac{\sin B}{\cos B} = (2R \sin B)^2 \frac{\sin A}{\cos A}$ $2 \sin A \cos A = 2 \sin B \cos B \Rightarrow \sin 2A = \sin 2B$ $2 \cos(A+B) \sin(A-B) = 0$ $\therefore A+B=90^\circ \text{ 或 } A-B=0$ $\therefore \triangle ABC \text{ 是等腰三角形或直角三角形。}$
任意三角形面积	$S = \frac{1}{2} ab \sin C = \frac{1}{2} bc \sin A = \frac{1}{2} ca \sin B$ $S = \sqrt{P(P-a)(P-b)(P-c)}$ $S = rP$ $S = \frac{abc}{4R}$	<p>例: 已知 $\triangle ABC$ 中, $\tan B = \sqrt{3}$, $\cos C = \frac{1}{3}$, $AC = 3\sqrt{6}$, 求 $\triangle ABC$ 的面积。 解: 设 AB, BC, CA 的边长依次为 c, a, b, $\because \tan B = \sqrt{3}$, 得出 $B = 60^\circ$, $\therefore \sin B = \frac{\sqrt{3}}{2}, \cos B = \frac{1}{2}$. 又 $\because \sin C = \sqrt{1 - \cos^2 C} = \frac{2\sqrt{2}}{3}$, 应用正弦定理得: $c = \frac{b \sin C}{\sin B} = \frac{\frac{3\sqrt{6}}{2} \times \frac{2\sqrt{2}}{3}}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = 8$ $a = b \cos C + c \cos B = 4 + \sqrt{3}$ $S = \frac{1}{2} ab \sin C = \frac{1}{2} (4 + \sqrt{3}) \times 3\sqrt{6} \times \frac{2\sqrt{2}}{3} = 19.86$ </p>

1.1.2 几何图形计算公式

(1) 三角形平面图形面积

三角形平面图形面积计算公式及计算实例见表 1-2。

表 1-2 三角形平面图形面积计算公式及计算实例

名称	图例	面积(S)	计算实例
三角形		$S = \frac{bh}{2} = \frac{1}{2} ab \sin \alpha$ 式中, h 为高; a, b, c 为对应角 A, B, C 的边长; α 为角 A	例: 某两边长分别为 8m, 10m, 夹角 45° 的三角形基坑, 计算其面积。 解: $S = \frac{1}{2} ab \sin \alpha = \frac{1}{2} \times 8 \times 10 \times \frac{\sqrt{2}}{2} = 28.28(m^2)$
直角三角形		$S = \frac{1}{2} ab = \frac{1}{2} a \sqrt{(c^2 - a^2)}$ 式中, a, b 为直角边长; c 为斜边边长	例: 某直角三角形花坛, 直角边长为 1.5m, 4m, 计算其面积。 解: $S = \frac{1}{2} ab = \frac{1}{2} \times 1.5 \times 4 = 3(m^2)$

续表

名称	图例	面积(S)	计算实例
锐角三角形		$S = \frac{bh}{2} = \frac{b}{2} \sqrt{a^2 - \left(\frac{a^2 + b^2 - c^2}{2b}\right)^2}$ $= \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$ <p>式中, a, b, c 为对应角 A, B, C 的边长; h 为高; $s = \frac{1}{2}(a+b+c)$</p>	<p>例: 某三角形基坑边长分别为 12m, 16m, 18m, 计算其面积。</p> <p>解: 该三角形为锐角三角形,</p> $s = \frac{1}{2}(a+b+c) = 23(m)$ $S = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$ $= \sqrt{23 \times 11 \times 7 \times 5} = 94.10(m^2)$
钝角三角形		$S = \frac{bh}{2} = \frac{b}{2} \sqrt{a^2 - \left(\frac{c^2 - a^2 - b^2}{2b}\right)^2}$ $= \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$ <p>式中, a, b, c 为对应角 A, B, C 的边长; h 为高; $s = \frac{1}{2}(a+b+c)$</p>	<p>例: 某钝角三角形板材, 三边长分别为 2m, 1.5m, 3m, 计算其面积。</p> <p>解: $S = \frac{b}{2} \sqrt{a^2 - \left(\frac{c^2 - a^2 - b^2}{2b}\right)^2}$</p> $= \frac{2}{2} \sqrt{1.5^2 - \left(\frac{3^2 - 2^2 - 1.5^2}{2 \times 2}\right)^2}$ $= 1.33(m^2)$
等边三角形		$S = \frac{\sqrt{3}}{4} a^2 = 0.433a^2$ <p>式中, a 为边长</p>	<p>例: 某边长为 1.5m 的等边三角形天窗, 计算其面积。</p> <p>解: $S = \frac{\sqrt{3}}{4} a^2 = \frac{\sqrt{3}}{4} \times 1.5^2 = 0.97(m^2)$</p>
等腰三角形		$S = \frac{1}{2} ah_a$ <p>式中, b 为两腰; a 为底边; h_a 为底边上的高</p>	<p>例: 某三角形池塘边长分别为 10m, 20m, 20m, 计算池塘的面积。</p> <p>解: 该池塘为等腰三角形,</p> $S = \frac{1}{2} ah_a = \frac{1}{2} a \sqrt{b^2 - \frac{1}{4} a^2}$ $= \frac{1}{2} \times 10 \times \sqrt{400 - 25}$ $= 96.82(m^2)$

(2) 四边形平面图形面积

四边形平面图形面积计算公式及计算实例见表 1-3。

表 1-3 四边形平面图形面积计算公式及计算实例

名称	图例	面积(S)	计算实例
正方形		$S = a^2 = \frac{1}{2} d^2$ <p>式中, a 为边长; d 为对角线长</p>	<p>例: 总长 100m 的围墙所围地面为正方形, 计算所围面积。</p> <p>解: 由题意可知</p> $a = 100/4 = 25(m)$ $S = 25^2 = 625(m^2)$