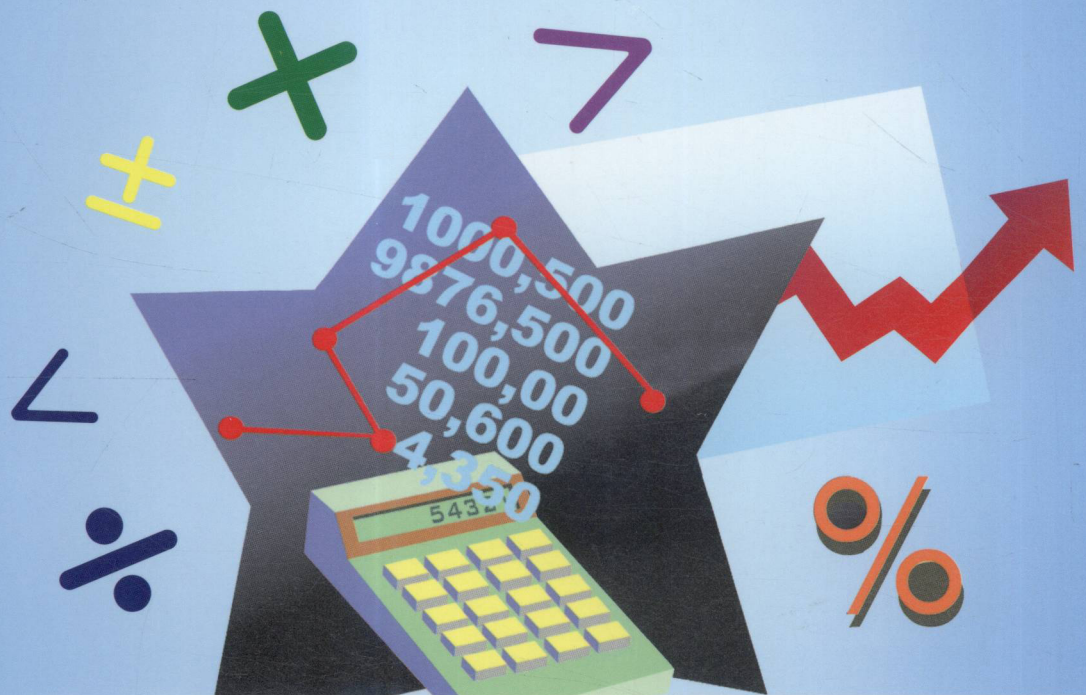


6th
edition

管理數學

王妙伶、陳獻清、黎煥中、廖珊慧 編著



本書運用有秩序且合邏輯的方法，建立各種可行的數學模式，幫助管理者解決複雜的決策問題。並且運用淺顯易懂的方式說明各種數學程式，同時結合電腦軟體程式輔助求解與驗證，使學習增添事半功倍之效用，成為**管理數學**之高手。

管理數學

附範例光碟

(六版)

王妙伶・陳獻清

黎煥中・廖珊慧

編著

國家圖書館出版品預行編目資料

管理數學 / 王妙伶等編著. -- 第六版. --

新北市：全華圖書，2012.06

面；公分

ISBN 978-957-21-8628-2(平裝)

1.管理數學

319

101012756

管理數學

作者 / 王妙伶 陳獻清 黎煥中 廖珊慧

執行編輯 / 張晏誠

發行人 / 陳本源

出版者 / 全華圖書股份有限公司

郵政帳號 / 0100836-1 號

印刷者 / 宏懋打字印刷股份有限公司

圖書編號 / 03111057

第六版一刷 / 2012 年 8 月

定價 / 新台幣 350 元

ISBN / 978-957-21-8628-2

全華圖書 / www.chwa.com.tw

全華網路書店 Open Tech / www.opentech.com.tw

若您對書籍內容、排版印刷有任何問題，歡迎來信指導 book@chwa.com.tw

臺北總公司(北區營業處)

地址：23671 新北市土城區忠義路 21 號

電話：(02) 2262-5666

傳真：(02) 6637-3695、6637-3696

南區營業處

地址：80769 高雄市三民區應安街 12 號

電話：(07) 862-9123

傳真：(07) 862-5562

中區營業處

地址：40256 臺中市南區樹義一巷 26 號

電話：(04) 2261-8485

傳真：(04) 3600-9806

有著作權·侵害必究

— 序 言 —

管 理 數 學

在科技昌明的現代，凡事均講求數字為依據，數量方法在管理上日益重要。本書寫作精神在於以最淺顯易懂的方式介紹這些數理方法之數學基礎，再循序導入管理模式中，以實例之解說來取代複雜的數學推導，能充分滿足學生的需求，並可提高學習的興趣。

本書適合大專以上之管理數學、計量管理及作業研究等相關課程作為教科書使用，另外可提供作為非管理科學背景學生之入門導讀。所附之電腦軟體程式，可在一般電腦之 Windows 系統中使用，學習者除可研讀數學方法外，更可以最簡單的方式用電腦來輔助求解與驗證，在學習過程中可收事半功倍之效，此亦為本書之最大特色。

本書共分十章，第一章為本書之前言，對管理數學之沿革及發展狀況作一概述，第二章為線性方程組之求解介紹，以及在決策分析上之應用。第三章介紹矩陣及行列式之基本運算及應用，本章之原理即為第四章線性規劃之基礎，第五章則針對特殊之線性規劃模式作一簡介。而面對不確定的未來，人們必須面對許多的決策問題，第六章則針對機率論作一研討，以作為後續章節之基礎。第七章至第九章則就不同類型之決策問題分別深入探討，依序為決策理論、競賽理論及計劃評核術等應用。第十章則利用 Microsort EXCEL 軟體來計算，可作為上述章節之教學輔助及學習。本版本新增部分線性方程組之數學知識與其他型式之線性規劃求解，以補不足。

本書付梓匆促，疏漏之處難免，懇請願學先進不吝指正。

編者 謹識

— 目 錄 —

CONTENTS

管 理 數 學

1 章	概論.....	1-1
1.1	管理數學的意義	1-2
1.1-1	管理數學的由來及發展	1-2
1.1-2	管理數學的應用	1-3
1.2	計量技術的重要性.....	1-4
1.3	計量數學的方法	1-5
2 章	線性方程組	2-1
2.1	線性方程式及其求解.....	2-2
2.2	線性方程組及求解.....	2-4
2.3	線性方程組之應用.....	2-15
2.3-1	損益平衡分析	2-15
2.3-2	方案選擇.....	2-17
2.3-3	向量空間與基底	2-18
3 章	矩陣與行列式.....	3-1
3.1	矩陣	3-2
3.2	矩陣之運算.....	3-5
3.3	矩陣的列運算	3-13
3.4	行列式	3-15
3.5	反矩陣	3-25

3.6	克拉瑪法則.....	3-34
3.7	矩陣與行列式之應用.....	3-39

4 章 線性規劃4-1

4.1	線性規劃模式.....	4-2
4.2	線性不等式系統.....	4-3
4.3	線性規劃之範例.....	4-6
4.4	線性規劃問題之解法.....	4-11
4.4-1	圖解法.....	4-11
4.4-2	單形法.....	4-17
4.5	線性規劃問題之求解特殊狀況.....	4-24
4.5-1	退化解.....	4-24
4.5-2	多重解.....	4-26
4.5-3	無限值解.....	4-28
4.6	其他型式之線性規劃問題求解.....	4-28
4.6-1	極小化問題求解.....	4-28
4.6-2	其他型式限制式之問題求解.....	4-29
4.6-3	大 M 法.....	4-30
4.6-4	雙階法.....	4-34
4.6-5	無非負限制式之問題求解.....	4-37
4.7	對偶問題.....	4-39

5 章 特殊形式的線性規劃問題.....5-1

5.1	運輸問題.....	5-2
5.1-1	運輸模式.....	5-2

5.1-2	運輸問題求解	5-4
5.1-3	不平衡運輸問題	5-11
5.2	指派問題.....	5-13
5.2-1	指派問題之模式	5-14
5.2-2	指派問題之求解	5-15

6 章 機率論 6-1

6.1	緒 論	6-2
6.2	基本概念.....	6-2
6.3	機率測度方法	6-4
6.3-1	古典方法.....	6-4
6.3-2	相對次數方法	6-5
6.3-3	主觀方法.....	6-5
6.4	條件機率.....	6-8
6.5	獨立事件.....	6-11
6.6	貝氏定理.....	6-13
6.7	機率分配.....	6-16
6.8	分配函數.....	6-19
6.9	期望值與變異數	6-22
6.10	柴比雪夫不等式	6-25
6.11	常用離散分配	6-26
6.11-1	均等分配.....	6-26
6.11-2	二項分配.....	6-27
6.11-3	卜瓦松分配	6-29
6.12	常態分配.....	6-31

7 章 決策理論 7-1

7.1 緒 論	7-2
7.2 決策償付表	7-3
7.3 確定型決策	7-4
7.4 完全不確定性決策	7-5
7.4-1 小中取大準則	7-5
7.4-2 大中取大準則	7-6
7.4-3 賀威茲準則	7-7
7.4-4 拉普拉斯準則	7-7
7.5 風險性決策	7-8
7.5-1 最大期望值準則	7-8
7.5-2 最大概似法	7-9
7.5-3 最大效用準則	7-10
7.6 決策樹	7-13
7.7 貝氏決策理論	7-15

8 章 競賽理論 8-1

8.1 零和與非零和競賽	8-2
8.2 兩人零和的競賽理論	8-3
8.3 有鞍點的競賽	8-5
8.4 兩人零和無鞍點的競賽理論(混合策略競賽)	8-8
8.4-1 圖解法	8-9
8.4-2 線性規劃法	8-12

9 章 計劃評核術 9-1

9.1 典型的例題	9-2
9.2 網路圖的繪製	9-3
9.3 要徑的尋找	9-4
9.3-1 繪製基本網路圖	9-5
9.3-2 計算最早開始時間及最遲完成時間	9-7
9.3-3 計算寬放時間	9-12
9.3-4 設定要徑	9-13
9.4 三時估計法	9-13
9.5 成本與時間的估算	9-17
9.6 資源分配	9-22

10 章 線性規劃問題 MS-EXCEL 電腦軟體求解 10-1

10.1 開啓規劃求解	10-2
10.2 規劃求解三步驟	10-2
10.3 產品組合問題 MS-EXCEL 規劃求解	10-3
10.4 運輸問題 MS-EXCEL 規劃求解	10-7
10.5 指派問題 MS-EXCEL 規劃求解	10-12
10.6 線性規劃問題特殊解 MS-EXCEL 規劃求解	10-17
10.7 兩人零和無鞍點競賽理論 MS-EXCEL 求解	10-20

附 錄..... 附-1

附表一 二項分配累積機率數值表	附-2
附表二 Poisson 分配累積機率數值表	附-7
附表三 標準常態分配累積機率數值表	附-11



概論

- 1.1 管理數學的意義
- 1.2 計量技術的重要性
- 1.3 計量數學的方法

● 1.1 管理數學的意義

在這個資訊流通及充滿競爭的企業經營環境中，人們所面臨的管理決策越來越複雜。幾千年來人們便使用計量方法來解決這些複雜的管理決策，例如多個變數的方案選擇，或將描述決策環境的資料予以量化，及建立數學模式等。因此「管理數學」可作如下之定義：運用有秩序且合邏輯的方法，建立各種可行的數學模式，來幫助管理者解決複雜的決策問題，有時我們也將它稱為「計量方法」或「作業研究」。例如當你手上有一筆資金時，你可以考慮將資金存放在銀行或投資股票市場，抑或投資於房地產等不同的方案，而如何選擇呢？我們便可使用計量方法來分析，決定何種投資方案在未來獲利較佳。甚至對於選舉的預測、天氣、新科技的研究皆可運用計量方法來協助其解答。

□ 1.1-1 管理數學的由來及發展

管理數學最早是由軍隊中所衍生出來的，西元 1914 年至 1915 年第一次世界大戰期間，F.W.Lanchester 在英國嘗試以計量方式來管理軍隊，他導出一個有關計算敵對雙方戰力的方程式。在此一期間，美國的 Thomas Alva Edison 也正著手研究反潛水戰的方式，他收集統計數據來分析戰爭時，海面的艦隊可以退避並擊退潛水艇的方法，接下來一連串的發展，在軍事上的應用非常成功，因此在第二次世界大戰後，許多公司便將這些方法應用到管理決策及公司的規劃案裡，現今許多組織也成立管理部門來應用這些管理數學的方法，提供主管最佳方案的選擇及建議。在此將一些重要的發明理論列成如表 1.1 說明如下：

西元 1939 年，早期的英國作業研究團體成立，最為大家所接受的是 P.M.S. Blackett 教授所領導的組織，之後美國的軍事單位也成立類似組織。於二次世界大戰之後，美國軍事領導人深感作業研究的重要性，因此在麻省理工學院成立研究部門，演變至今有幾個重要的研究單位如下：

1. 美國作業研究協會(Operations Research Society of America, ORSA ; 1950)。
2. 管理科學會(The Institute of Management Science, TIMS ; 1950)。
3. 決策科學會(Decision Sciences Institute, DSI ; 1971)。

目前管理數學的各項發展活動還不斷的持續著，並藉由許多重要的論文集及期刊來發表，而以上的這些機構對於發展及技術推廣，也是功不可沒。

表 1.1 管理數學發展過程表

時 間	發 明 人	重 要 發 明 理 論	應 用
西元 1917 年	A.K. Erlang	等候理論	電話網路、交通問題
西元 1915 年	Ford W. Harris	存貨理論	企業管理、工業管理
西元 1924~1930 年	Walter Shewhart	品管圈	品質管制、工業管理
	H.F Dodge H.G Roming	允收抽樣	品質管制、工業管理
	W. Leontieff	線性規劃模式	經濟學、軍事及工業管理、企業管理
	Horance C. Levinson	作業研究	工業管理、企業管理
西元 1947 年	George B. Dantzig	單形法 (Simplex Method)	線性規劃
西元 1955 年	Charnes & Cooper	踏石法 (Stepping Stone Method)	運輸問題

1.1-2 管理數學的應用

管理數學的應用範圍非常廣泛且有效，現將其主要應用領域，列成表 1.2 說明如下：

表 1.2 管理數學之用途表

應 用 範 圍	應 用 實 例
會 計	・ 預測現金流量 ・ 應收帳款之管理 ・ 改善成本會計之效益
財 務	・ 建立現金管理模式 ・ 資金分配 ・ 預測長期資金需求 ・ 決定更換設備之最佳時間
行 銷	・ 有效包裝之選擇 ・ 找出引進新產品的最佳時間 ・ 找出倉儲最佳區位以減少配銷成本 ・ 預測顧客未來忠誠度 ・ 找出從工廠運送至顧客最低成本的運送方式 ・ 決定倉儲的最佳規模 ・ 業務員、送貨員之指派

表 1.2 管理數學之用途表(續)

應用範圍	應 用 實 例
生產管理	• 平衡工廠產能及市場需求 • 生產排程或決定車輛之排班 • 產品的製程時間極小化 • 決定新工廠的最佳地點 • 選擇新廠房的最佳規模 • 使品管更有效率
組織發展或 人 事 管 理	• 績效衡量 • 人力調配 • 安排訓練課程 • 設計組織之最佳架構

由表 1.2 可知，管理數學在各方面的應用極廣，是為管理者作為分析之最基本工具。

● 1.2 計量技術的重要性

從 1.1 節中可知管理數學之應用極廣，因此計量技術實為管理數學中的基本工具及分析的利器。一般而言，當一位管理者在面對下列的幾個情況時，就必須採用計量方法來作決策。

1. 當問題變得很複雜，而無法從中加以判斷決定的時候。
2. 當問題包含許多變數，而必須對每一變數加以分析。
3. 當決策環境可以用量化的方式來表示。
4. 當有可行的數學模式來建立時。
5. 當問題重覆發生時，可利用數學模式來處理，以節省時間，甚至可交由電腦程式來運作。
6. 當有多個選擇方案時，就必須藉由計量模式來作分析比較。

綜合以上各節所述，可將管理數學計量方法之優點歸納如下：

1. 可使管理者對於決策目標，假設及限制條件都很清楚。
2. 可以很快找出問題點所在。
3. 在不須耗費太多成本及時間之下，可以一再地改變假設或決策。

4. 可使決策者瞭解問題中各變數的交互作用，並知道何種變數較易影響決策。
5. 可以建立數學模式，交由電腦處理、節省人力及時間。

雖然計量方法可以幫助我們解決許多問題，但卻不是唯一的途徑，它只是提供我們作為參考的工具。因此除了前述的優點外，尚有一些缺點，現列示如下：

1. 無法將不可量化的變數加入探討。
2. 分析者常會忽略實務面上經營之限制。
3. 分析者常為了將問題加以模式化而將之加以簡化或作一些假設，將使模式缺乏一般性及真實性。
4. 一個不能符合模式的解答，對真實世界的決策將受到侷限。
5. 有時分析者或專家會被所建立的模式所迷惑，而忘記了真實世界必須作的決定。

● 1.3 計量數學的方法

計量數學的方法包含定義問題、建立模式、收集輸入資料、求出答案、測試(回饋)及分析結果並執行結果，現以圖 1.1 來說明其流程之順序。

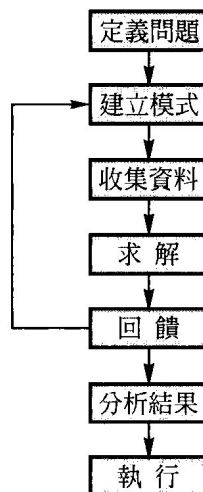


圖 1.1 計量數學的方法流程圖

上圖中每一個步驟須執行完，才能開始執行下一步驟。現就每一步驟說明如下：

1. 定義問題：建立一個明確簡單的陳述來描述所面臨的問題。這是最重要也是最難的一部分。

2. 建立模式：用數學模式來代表所定義的問題。不同的領域有不同的模式，如建築師會建立物理模式來協助建造房子。汽車、電器用品之運作可能須用圖解模式來表示。而本書所介紹的模式為計量數學模式。數學模式依其資料取得之確定程度可分為確定模式及隨機模式。前者是指一個試驗的條件為已確知的，例如測量一個半徑為 r 的面積，可利用公式 $A = \pi r^2$ ，此即為一確定模式。確定模式多用於自然界的現象。例如，在某一十字路口、在某一固定時段中發生車禍的次數，此現象為不可預知的，隨機模式則可作為此種預測的參考。數學模式又依資料是否隨時間變化可分成靜態模式及動態模式，前者關係式不隨時間變動，而後者關係式隨時間而變動，例如，飲料銷售量將隨季節變動而改變。另依不同特性尚有線性模式、非線性模式、單變數模式、多變數模式等。
3. 收集輸入資料：一旦模式建立以後，就著手收集資料，例如可以和相關的人員作訪談、抽樣調查及實地調查紀錄等方法來獲得資料。
4. 求解：將所收集之資料輸入模式，以求取最佳解，可使用試誤法(trial and error)、列舉法(complete enumeration)、規則系統法(algorithm)等來求解。
5. 測試答案(回饋)：在答案被執行前，一定要經過測試，所輸入之資料及所建立之模式都必須經過測試。測試的方法可以使用不同方法收集的資料來作比較，如果有明顯的差異則必須重新考慮模式或收集更正確的輸入資料，直到確定為合乎定義的問題及代表正確的答案時。
6. 分析結果：因為模式只是真實現象的近似值。我們可以用敏感度分析(sensitivity analysis)來決定當輸入值一有改變時對其所求值的改變影響有多大，以確定所得答案的穩定性。
7. 執行結果：此一步驟乃將可行之方案付諸行動，一旦管理者不接受此一方案，則將前功盡棄，因此前面的步驟必須是非常謹慎的，因為錯誤的方案可能導致嚴重的損失。

在下列的各章節中，我們將更詳細的介紹數學模式建立方式及使用計量方法必備之基礎工具。



線性方程組

- 2.1 線性方程式及其求解
- 2.2 線性方程組及求解
- 2.3 線性方程組之應用

● 2.1 線性方程式及其求解

在商業上或工程上有許多問題可應用線性方程式來處理。現考慮一家工廠機器每小時耗電 5 千瓦，熱機需耗用 10 千瓦則使用 x 小時後耗電量總和 y 千瓦，可以下列方程式表示：

$$y = 5x + 10 \quad (x \geq 0)$$

當 x 每變動一個單位， y 也就跟隨著依一固定比例變動，因此我們可稱 x 為自變數， y 為應變數，現將 (x, y) 所有點所構成的集合如 $(0, 10)$ ， $(1, 15)$ ， $(2, 20)$ ， $(3, 25)$ ……等各點標示在座標圖上(如圖 2.1 所示)，再將各點連接起來便是一條直線，故稱此方程式為線性方程式。因數量 x 必須大於或等於零，故只考慮第一象限的部分。

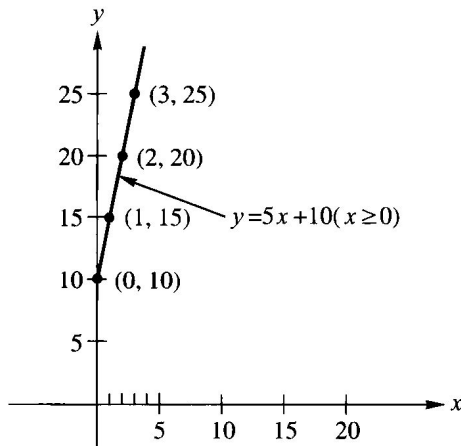


圖 2.1 時間與耗電量關係圖

直線的特性是只有一個斜率，利用此一特性，我們可以根據一些已知條件求得直線方程式，其方法有下列三種：

一、兩點式

假設直線上任兩點 $P_1(x_1, y_1)$ ， $P_2(x_2, y_2)$ ，如圖 2.2 所示。