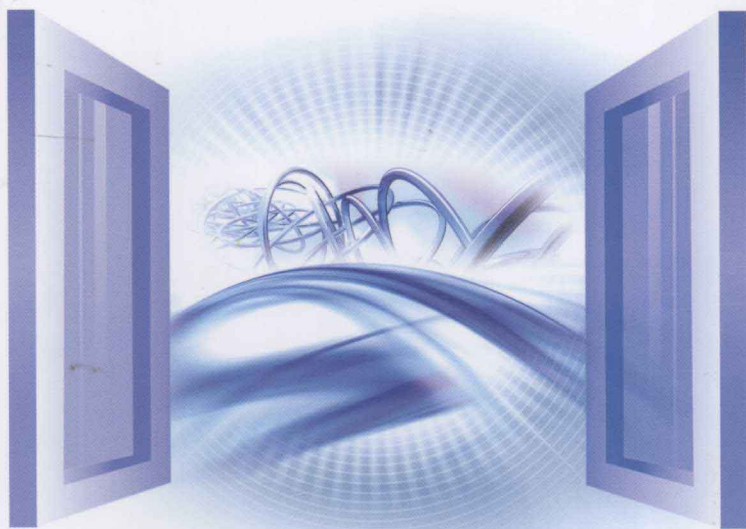


# 计算流体力学(上)

Computational  
Fluid Dynamics

© 徐文灿 胡 俊 编著



# 计算流体力学(上)

## Computational Fluid Dynamics

◎ 徐文灿 胡 俊 编著

力  
学

图书在版编目 (CIP) 数据

计算流体力学. 上 / 徐文灿, 胡俊编著. —北京: 北京理工大学出版社, 2011. 12

北京理工大学“211 工程”研究生规划教材. 力学

ISBN 978 - 7 - 5640 - 5456 - 4

I. ①计… II. ①徐…②胡… III. ①计算流体力学 - 研究生 - 教材  
IV. ①O35

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2011) 第 277332 号

---

出版发行 / 北京理工大学出版社

社 址 / 北京市海淀区中关村南大街 5 号

邮 编 / 100081

电 话 / (010) 68914775 (办公室) 68944990 (批销中心) 68911084 (读者服务部)

网 址 / [http://www. bitpress. com. cn](http://www.bitpress.com.cn)

经 销 / 全国各地新华书店

印 刷 / 北京泽宇印刷有限公司

开 本 / 787 毫米 × 960 毫米 1/16

印 张 / 17

字 数 / 344 千字

版 次 / 2011 年 12 月第 1 版 2011 年 12 月第 1 次印刷

责任编辑 / 张慧峰

印 数 / 1 ~ 3000 册

责任校对 / 陈玉梅

定 价 / 32.00 元

责任印制 / 王美丽



**本书为北京理工大学  
“211 工程” 研究生规划教材**

# 前言

本书是专门论述计算流体力学的研究生教材，注重理论与工程技术相结合，强调基本概念、基本定理和基本应用，适度地引入国内、外计算流体力学研究的最新成果。

本书分为上下两册。第1章至第7章为上册，第8章及以后为下册。第1章在泛函的框架内定义了差分格式的稳定性、其解的收敛性以及与微分方程的相容性，阐述了在相容性的前提下收敛性与稳定性等价的Lax定理。第2章讲述了初值问题的稳定性准则，讨论了数值耗散和弥散，介绍了古典差分格式。第3章给出了可压缩流体力学基本方程，讲述了拟线性微分方程的特征理论及其在流体力学中的应用，罗列了近来常用的湍流模式以及新近发展的湍流/转捩模式。第4章以非正交坐标变换为基础全面地讲述了结构网格生成方法，还介绍了网格生成策略以及分块网格、对接网格和重叠网格等组合网格。第5章定义了双曲型方程的弱解，给出了间断处的Hugoniot条件；给出了熵条件，定义了物理解；介绍了数值求解流场的激波装配法和激波捕获法。第6章讨论了双曲型方程的单调特性，讲述了流体力学中著名的Riemann问题，以及运用该问题的解构造的单调的Godunov格式和保持单调的MUSCL格式。第7章讨论了按时间和按维的分裂原理，给出了时间多步方法和交替方向隐式格式；介绍了各种通量向量分裂方法和差分分裂方法，以及隐式LU分解格式；最后扼要地介绍了AUSM格式。第8章讨论了一维双曲型方程的TVD特性，推导了差分格式为TVD的充分条件，讲述了生成TVD格式的方法，并给出了包括NND格式在内的各种TVD格式。第9章讨论了基本无振荡原理，讲述了生成ENO和WENO格式的方法，给出了相关的ENO和WENO格式。第10章讨论了如下高阶差分格式：保持弥散关系的差分格式、具有类谱分辨率的紧致差分格式、优化参数的ENO和WENO格式、摄动有限差分方法和时一空守恒方法。第11章除了介绍常用的边界条件外，还给出了特征理论为基础的与时间相关的边界条件，以及以渐进解为基础的远场边界条件。第12章详细介绍了非结构网格生成方法和相关的差分格式。第13章介绍了与数值计算有关的若干技术问题，给出了模拟二维和三维流动的算列。

本书尊重原创，尽可能地给出原创者，引用原始文献。本书还注重实际应用，尽可能地给出三维公式和具体的边界条件，展现多维干扰流动数值模拟的实例，以利于读者直接从事有关计算流体力学和飞行器设计的科研工作。

1980年，本书的一位作者调入北京理工大学的前身——北京工业学院，开始从事空气动力学的教学和科研工作。这位作者拜访了他的大学老师、中国科学院力学研究所卞荫贵研究员，征求对未来工作的意见。卞荫贵先生详细介绍了国内、外计算流体力学发展现状，指出这是一门正在迅速发展的学科，他建议该作者从事这方面的工作。卞荫贵先生将他收集的近

两百个文献卡片无私地交给该作者，其中包括了有关计算流体力学的书目、杂志名录以及文献摘要。卞荫贵先生要求这位作者首先认真学习 Richtmyer 和 Moeton 的“Difference Methods for Initial\_value Problems”以及 Ames 的“Numerical Methods for Partial Differential Equations,”特别是前一本书，打好基础，然后再根据工作的需要查阅有关文献。后来，这位作者在北京理工大学苗瑞生教授的支持下，一直都在从事计算流体力学的教学和科研工作。现在卞荫贵先生已经仙逝。按照他的打好基础的思路，本书的第 1、第 2 章依据 Richtmyer 和 Moeton 的书详细介绍了计算流体力学的基础知识，以纪念卞荫贵先生。这本教材能够成书首先应该感谢卞荫贵先生和苗瑞生教授。在长期从事计算流体力学的教学和科研工作中，还得到中国空气动力研究和发展中心杨其德研究员、陈作斌研究员、北京理工大学袁曾凤教授、吴甲生教授和其他同仁的支持、鼓励和帮助。中国科学院力学研究所高智研究员、中国科学院研究生院马晖扬教授和中国航空气动力技术研究院纪楚群研究员审阅了本书，提出了许多宝贵的意见。特别是高智研究员对摄动差分方法和网格收敛性，马晖扬教授对湍流/转捩模式进行了认真修改或提出了建设性的建议。黄振宇博士、刘耀峰博士和王树军博士进行了大量计算，提供了多种算例。对于以上支持和帮助在此表示衷心的感谢。

计算流体力学内容丰富，由于作者的知识有限，错误难免，敬请读者指正。

作者

# 目 录

## 上 册

|                              |    |
|------------------------------|----|
| 绪论                           | 1  |
| 一、CFD 的诞生与发展                 | 1  |
| 二、CFD 的研究现状                  | 3  |
| 参考文献                         | 5  |
| 第 1 章 偏微分方程有限差分方法的基本概念       | 6  |
| 1.1 物理问题的适定性                 | 6  |
| 1.1.1 泛定方程及其定解条件             | 6  |
| 1.1.2 物理问题的适定性               | 6  |
| 1.2 Banach 空间内适定问题的提法和基本收敛定理 | 11 |
| 1.2.1 Banach 空间内适定性平衡问题的提法   | 11 |
| 1.2.2 关于算子序列 $T_m$ 的基本收敛定理   | 11 |
| 1.2.3 Banach 空间内适定性初值问题的提法   | 12 |
| 1.2.4 广义算子和广义解               | 13 |
| 1.2.5 等价范数定理                 | 14 |
| 1.3 有限差分方法                   | 14 |
| 1.3.1 物理问题有限差分的一般表达式         | 14 |
| 1.3.2 差分格式的相容性和截断误差          | 16 |
| 1.3.3 古典差分格式的生成方法            | 16 |
| 1.3.4 差分解的收敛性                | 21 |
| 1.3.5 差分解的稳定性                | 21 |
| 1.4 Lax 等价定理及推论              | 22 |
| 1.4.1 Lax 等价定理               | 22 |
| 1.4.2 Lax 等价定理的推论            | 23 |
| 1.4.3 关于 Lax 等价定理的说明         | 24 |
| 1.5 差分方程微扰系统的稳定性             | 25 |
| 参考文献                         | 26 |

|                                     |    |
|-------------------------------------|----|
| 第2章 差分格式的稳定性以及差分解的耗散和弥散 .....       | 27 |
| 2.1 Von Neumann 稳定性条件和 CFL 准则 ..... | 27 |
| 2.1.1 Fourier 级数和 Fourier 积分 .....  | 27 |
| 2.1.2 放大矩阵和有限差分方程的精度阶数 .....        | 29 |
| 2.1.3 稳定性和 von Neumann 条件 .....     | 30 |
| 2.1.4 CFL 准则 .....                  | 32 |
| 2.2 Kreiss 矩阵定理和更进一步的稳定性充分条件 .....  | 35 |
| 2.2.1 Kreiss 矩阵定理 .....             | 35 |
| 2.2.2 更进一步的稳定性充分条件 .....            | 36 |
| 2.3 关于变系数线性方程和非线性问题稳定性的讨论 .....     | 39 |
| 2.3.1 变系数线性方程的“局部”稳定性 .....         | 39 |
| 2.3.2 非线性双曲型问题的讨论 .....             | 41 |
| 2.4 耗散和弥散 .....                     | 44 |
| 2.4.1 物理问题的耗散和弥散 .....              | 44 |
| 2.4.2 差分方程的耗散和弥散 .....              | 48 |
| 2.4.3 关于数值耗散和弥散的进一步讨论 .....         | 51 |
| 2.4.4 常用差分格式 .....                  | 53 |
| 参考文献 .....                          | 57 |
| 第3章 可压缩流体动力学基本方程组及其特征 .....         | 58 |
| 3.1 可压缩流体动力学基本方程组 .....             | 58 |
| 3.1.1 可压缩流体动力学基本方程组 .....           | 58 |
| 3.1.2 方程组的封闭 .....                  | 61 |
| 3.1.3 Euler 方程组 .....               | 61 |
| 3.1.4 一般曲线坐标系中的可压缩流体力学基本方程组 .....   | 62 |
| 3.1.5 一般曲线坐标系中的薄层 N-S 方程 .....      | 64 |
| 3.2 拟线性偏微分方程组的特征 .....              | 65 |
| 3.2.1 特征的定义 .....                   | 65 |
| 3.2.2 特征的数学和物理意义 .....              | 66 |
| 3.2.3 特殊情况下确定特征的方法 .....            | 70 |
| 3.3 可压缩流体动力学方程组的特征 .....            | 71 |
| 3.3.1 基本方程组的主特征 .....               | 71 |
| 3.3.2 基本方程组的子特征 .....               | 74 |
| 3.3.3 基本方程组定解条件 .....               | 75 |

|                                      |    |
|--------------------------------------|----|
| 3.3.4 定常可压缩流动方程组的特征                  | 75 |
| 3.3.5 一维非定常 Euler 方程组定解条件            | 78 |
| 3.4 工程中湍流数值模拟的控制方程                   | 79 |
| 3.4.1 Reynolds 应力方程模式                | 79 |
| 3.4.2 Boussinesq 假设和此假设下的湍流平均量基本方程   | 82 |
| 3.4.3 一方程模式                          | 84 |
| 3.4.4 二方程模式                          | 86 |
| 3.4.5 湍流/转捩模式                        | 88 |
| 3.4.6 一般贴体坐标中的 $k-\varepsilon$ 二方程模式 | 95 |
| 3.5 旋转坐标系中的控制方程                      | 96 |
| 参考文献                                 | 97 |

#### 第 4 章 结构网格生成方法

|                                  |     |
|----------------------------------|-----|
| 4.1 飞行器外形的人工输入和非均匀有理 B 样条        | 100 |
| 4.1.1 飞行器外形输入                    | 101 |
| 4.1.2 Coons 曲面                   | 102 |
| 4.1.3 Bezier 曲线和 B 样条曲线          | 104 |
| 4.1.4 非均匀有理 B 样条 (NURBS)         | 108 |
| 4.1.5 B 样条曲面和 NURBS 曲面           | 110 |
| 4.2 单域的代数网格生成方法                  | 111 |
| 4.2.1 分布函数                       | 111 |
| 4.2.2 Lagrange 插值和 Hermit 插值     | 113 |
| 4.2.3 二维超穷插值                     | 114 |
| 4.2.4 二维投影算子 $\pi$               | 115 |
| 4.2.5 三维超穷插值                     | 116 |
| 4.2.6 多面方法 (Multisurface Method) | 118 |
| 4.3 微分方程数值解的网格生成方法               | 123 |
| 4.3.1 椭圆方程数值解网格生成方法原理 (Thompson) | 123 |
| 4.3.2 椭圆型微分方程网格生成方法              | 125 |
| 4.3.3 控制函数的设定                    | 130 |
| 4.3.4 双曲型微分方程网格生成方法简介            | 137 |
| 4.4 网格的生成策略和拓扑结构                 | 141 |
| 4.4.1 网格的生成策略                    | 141 |
| 4.4.2 网格的拓扑结构                    | 141 |

|            |                               |            |
|------------|-------------------------------|------------|
| 4.4.3      | 网格生成中奇性                       | 146        |
| 4.5        | 分域解耦方法                        | 148        |
| 4.5.1      | 组合分块网格                        | 149        |
| 4.5.2      | 对接网格                          | 152        |
| 4.5.3      | 重叠网格                          | 154        |
|            | 参考文献                          | 159        |
| <b>第5章</b> | <b>无黏可压缩流中的间断解</b>            | <b>163</b> |
| 5.1        | 双曲型方程的弱解                      | 163        |
| 5.1.1      | 双曲型方程解的间断                     | 163        |
| 5.1.2      | 双曲型标量方程的弱解                    | 165        |
| 5.1.3      | 双曲型向量方程的弱解                    | 169        |
| 5.2        | 物理解(广义解)                      | 169        |
| 5.2.1      | Oleinik 熵条件                   | 170        |
| 5.2.2      | Burgers 方程的极限解                | 173        |
| 5.2.3      | Lax 的熵条件                      | 176        |
| 5.2.4      | 熵条件和热力学第二定律                   | 177        |
| 5.3        | 守恒型差分格式                       | 178        |
| 5.4        | 激波装配法                         | 181        |
| 5.5        | 含人工黏性的激波捕获法                   | 183        |
| 5.5.1      | Von Neumann 人工黏性              | 184        |
| 5.5.2      | Jameson 等人的人工黏性               | 184        |
| 5.5.3      | Beam-Warming 格式               | 186        |
|            | 参考文献                          | 189        |
| <b>第6章</b> | <b>Riemann 问题和单调差分格式</b>      | <b>191</b> |
| 6.1        | 单调差分格式                        | 191        |
| 6.1.1      | 守恒律 $u_t + f_x(u) = 0$ 解的单调性  | 191        |
| 6.1.2      | 单调守恒差分格式的收敛特性                 | 192        |
| 6.1.3      | 守恒律的迎风格式                      | 196        |
| 6.2        | Riemann 问题及其精确解               | 201        |
| 6.2.1      | Lagrange 线化方程的 Riemann 问题     | 201        |
| 6.2.2      | 一维气体动力学(Euler 方程)的 Riemann 问题 | 202        |
| 6.3        | 捕获间断解的 Godunov 方法             | 209        |

|                                          |            |
|------------------------------------------|------------|
| 6.3.1 Lagrange 线化方程的 Godunov 格式 .....    | 209        |
| 6.3.2 一维气体动力学 Euler 方程的 Godunov 方法 ..... | 210        |
| 6.3.3 随机选取方法简介 .....                     | 212        |
| 6.4 高阶 Godunov 方法 .....                  | 214        |
| 6.4.1 MUSCL 方法 .....                     | 214        |
| 6.4.2 基于广义 Riemann 问题的差分格式 .....         | 219        |
| 6.4.3 分片抛化方法 (PPM) 简介 .....              | 221        |
| 参考文献 .....                               | 223        |
| <b>第 7 章 分裂方法 .....</b>                  | <b>225</b> |
| 7.1 时间分裂的多步方法 .....                      | 225        |
| 7.1.1 简单分裂方法 .....                       | 226        |
| 7.1.2 空间按维分裂方法 .....                     | 226        |
| 7.1.3 算子分裂方法 .....                       | 229        |
| 7.1.4 加权格式和预估校正方法 .....                  | 230        |
| 7.1.5 交替方向的隐式 (ADI) 方法 .....             | 232        |
| 7.1.6 对角化隐式算法 .....                      | 234        |
| 7.2 通量向量分裂方法 .....                       | 236        |
| 7.2.1 系数矩阵分裂法 .....                      | 236        |
| 7.2.2 Steger-Warming 的通量向量分裂方法 .....     | 237        |
| 7.2.3 van Leer 的通量向量分裂方法 .....           | 239        |
| 7.2.4 隐式 LU 分解格式 .....                   | 241        |
| 7.3 差分分裂方法 .....                         | 245        |
| 7.3.1 近似 Riemann 问题 .....                | 245        |
| 7.3.2 Roe 的差分分裂方法 .....                  | 246        |
| 7.3.3 Osher 的差分分裂方法 .....                | 249        |
| 7.4 AUSM 格式 .....                        | 252        |
| 7.4.1 AUSM+ 格式 .....                     | 253        |
| 7.4.2 AUSM+ -up 格式 .....                 | 254        |
| 参考文献 .....                               | 255        |
| <b>附录 下册主要章节目录 .....</b>                 | <b>258</b> |

# 绪 论

## 一、CFD 的诞生与发展

20 世纪 40 年代初,在著名数学家,美籍匈牙利人 von Neumann 的倡议和主持下,美国研制了世界上第一台电子计算机。接着,在 von Neumann 的领导下,开展了爆轰波形成和发展的数值模拟计算。为了保证计算结果正确无误,von Neumann 等人开展了差分格式稳定性的研究,运用 Fourier 方法得到了后来以 von Neumann 命名的稳定性准则。当时正是第二次世界大战时期,因此,此项成果一直保密,直到 20 世纪 50 年代初才公开发表。此时,在 von Neumann 的影响下,Lax 也发现了初值问题等价定理:给定一适定的初值问题和它的满足相容条件的有限差分近似,稳定性是收敛性的充要条件。虽然早在 1928 年 Courant、Friedrichs 和 Levy 就提出了双曲型方程差分格式的稳定性条件,即著名的 CFL 准则,并且从 1927 年 Richterson 提出二阶外插差分格式起不断地有人进行流体简单运动的数值计算,但是电子计算机的出现,von Neumann 稳定性准则和 Lax 等价定理的发现,才标志着计算流体力学的诞生,意味着人们有能力用数值计算再现和研究流体流动的复杂问题。在 20 世纪 60 年代中期,又正式确立了计算流体力学(Computational Fluid Dynamics, CFD)的学科名称,成为利用计算机通过数值方法求解满足定解条件的流体动力学方程,再现流体流动现象,探索其规律,解决流动工程问题的专门学问。其研究内容包含了几何构形输入和网格生成;有限差分和其他流体动力学基本方程的数值计算方法,特别是各种差分格式;计算结果的可视化,给出所要求的静态和动态图像;以及由这些图像得到流动规律的分析方法,即流动机理。当然,计算流体力学在工程问题上的应用也是其研究的主要内容。

CFD 诞生后遇到了一个重大问题,即随着时间的推进,双曲型方程的解在初值连续的情况下也会出现间断,数值计算必须正确地模拟和再现这些间断。为了解决这一难题,一些学者先后提出了弱解和物理解的概念,苏联学者 Oleinik 在 1957 年提出了数学上的熵条件,证明了满足这一条件的弱解是物理解,Lax 和 Hopf 等人对双曲型方程特征和间断特性进行了探讨,为数值捕获激波奠定了理论基础。在同一时期,苏联学者 Godunov 假设物理量在离散单元内均匀分布,然后利用 Riemann 问题的精确解构造了双曲型方程时间推进的单调差分格式,这种由局部解析解得到的总体呈激波捕获的方法称为 Godunov 格式,至今仍然受到高度的重视。

20 世纪 70 年代,CFD 取得了重大进展。1970 年,Murman 和 Cole 提出了求解跨声速小

扰动速度位势方程的混合差分格式,他们在亚声速区域采用中心差分格式,在局部超声速区域采用一侧迎风差分格式,数值模拟了含内伏激波的跨声速流场。这像一剂催化剂,和随后的 Jameson 旋转格式一道,促使了二维(2D)和三维(3D)包括小扰动速度位势和全位势等跨声速位势方程求解方法研究的全面开展。1974年,Thompson 等人提出了数值求解椭圆型方程自动生成贴体网格的方法。随后这项开拓性的工作使各种复杂外形贴体结构网格自动生成方法如雨后春笋般的涌现,如 Steger 等人数值求解双曲型微分方程的网格自动生成方法,其他学者的以超穷插值方法和多面方法为代表的代数网格生成方法。这些方法的出现,改变了过去难于生成高质量网格几乎无法计算复杂外形绕流的状况,使飞行器绕流的数值模拟得到迅速的发展,网格技术的发展大大缩短了计算时间,提高了计算精度。在此同时,还开展了时间相关法求解可压缩 Euler 和 N-S 方程的研究工作,在求解 Euler 方程方面,提出了单调差分格式的概念,如 van Leer 致力于高阶 Godunov 格式的研究,发展了 MUSCL(Monotonic Upstream-centered Scheme for Conservation Laws)格式。在求解 N-S 方程方面,较为突出的有 MacCormack 的 1969 年二步显式格式和 1972 年的分裂格式,以及 1975 年 Beam 和 Warming 隐式近似因子求解方法。

随着 20 世纪 80 年代的到来,又出现了许多新的格式和新的方法。1983 年, Harten 等人提出了总变差递减(TVD)原理,构造了遵守这一原理的 TVD 格式,证明了对于守恒的一维双曲型方程,与熵条件相容的 TVD 格式将收敛于弱解,且解唯一。接着,兴起了研究和构造各种 TVD 格式的高潮,同时,我国的张涵信从不同的角度提出了与 TVD 格式等价的无波动无自由参数的高分辨率格式,即 NND 格式。由于高阶 TVD 格式在间断处精度降为一阶,从而在间断处及其邻域出现寄生振荡的 Gibbs 现象。为了消除 Gibbs 振荡,同时又保持 TVD 格式高分辨率捕获激波的能力。1978 年, Harten 等人提出了一致高精度基本无振荡(ENO)格式,后来,其他学者又将其发展为加权平均的一致高精度基本无振荡(WENO)格式。这些差分格式可以模拟包括激波和漩涡在内的非光滑复杂流场,较为圆满地解决了间断捕获问题。在网格生成方面,出现了分域解耦技术,包括分块网格、对接网格和重叠网格,它们将计算域分为若干域,每次迭代时,各个域各自进行计算,迭代后在域间进行信息交换,确定各域的边界条件,然后,再进行下一步迭代。他进一步简化了网格生成,克服了复杂构形生成单一网格的困难,并为向量化计算创造了条件。20 世纪 80 年代末到 90 年代,又发展了非结构网格和非结构直角网格,它们突破了结构网格的思维习惯,舍去了网格节点间的结构性限制,具有优越的几何灵活性,适应于复杂的构形,其数值结构大大增强了网格的自适应性。1993 年, Batina 首先运用无网格方法求解 Euler 和 N-S 方程,他在流场中设置了点云,并在诸点邻域中发展了基于这些点的数值格式,在无网格方法中,需要用最小二乘法求解矛盾方程组。不过,这种方法仍在发展中,尚未达到实用的程度。

20 世纪 90 年代,几何外形自动输入和物面网格生成已成为飞行器全机绕流计算的瓶颈。于是大家约定,基于曲线和曲面的数学特征,用固有图形交换规范(IGES)定义了几何体(the

geometric entity), 自此以后, 绝大多数网格生成软件都采用 IGES 直接阅读计算机辅助设计 (CAD) 的图形数据, 并将其所有的表面 (surface patch) 转换为非均匀有理 B 样条 (NURBS) 和有理 Bezier 曲线, 使外形输入和物面网格生成自动化, 从而这一最费工时、劳动力强度最大的工作也由计算机承担了。

## 二、CFD 的研究现状

一般说来, CFD 研究的目标有两个方面: 一是计算复杂性不断增长的构形绕流, 可靠地预估其气动特性, 设计性能更好的飞行器, 如飞机、直升机、火箭和航天器; 二是进行流体力学的学科研究, 即模拟流动物理特性, 更好地理解湍流结构和转捩机理。完成这两方面的目标需要依靠计算机硬件的发展, 也要有计算方法的不断改进。

对于第一个方面的目标, 按照 Jameson 的观点, 发展水平的高低分为三个阶段: 一是能够预估飞行器在不同飞行区域中飞行绕流的特性, 如起飞、巡航和颤振等; 二是能够进行交互计算, 直接改进设计; 三是使用计算机最佳化和人工智能将预估能力融入自动设计方法, 实现设计一体化。虽然第一阶段的研究工作取得了巨大进展, 但是至今尚未完成所有飞行区域规定的任务; 第二个发展阶段的任务, 目前, 仍仅限于部件, 如翼型, 翼等; 第三阶段的任务也只进行了某些先行研究。为了实现上述目标, 需要提高 CFD 的计算精度、降低其成本, 还需使全机 CFD 模拟常规化工业化。一个好的计算方法, 一般应满足下列要求: 能够模拟流场的主要特点, 如激波、膨胀波、漩涡、剪切层等; 能够预估黏性效应, 包括分离和转捩; 具有处理复杂几何构形的能力; 在计算和人工处理上都有较高的效率。实际上, 如上面所述, 20 世纪后 30 年代, 在 CFD 的所有领域都取得了巨大发展, 其中包括几何模化和网格生成, 求解 Euler 和 N-S 方程的算法, 湍流模型, 数值流动的可视化以及后处理软件。这些 CFD 工业化基本领域的进步, 加上计算能力 (计算速度和内存) 的快速增长, 至少在 20 世纪 80 年代中期以来, 就能分析运输机和战斗机在某些飞行条件下的全机流场, 如 MD-80、MD-11、F-15、F-16、F-22 和 YF-23 等, 显然全机的 CFD 计算可以缩短研究周期、优化设计性能、节约试验费用、降低研制成本。当然为分析和设计整机构形 CFD 由研究环境到工业化的过渡仍有不少难关。除了湍流模化这一难点外, 它们不是由于几何模化、网格生成和算法中基本概念缺少发展所造成的, 而是在运用这些概念以设计所要求的精度、较短的运行时间和合理的成本 (包括计算成本和人工成本) 分析全机构形而造成的困难。

对于第二个方面的目标, 即研究湍流结构和转捩机理。“N-S 方程可能包含了湍流的全部, 但是, 不观察试验事实就猜测其结论是愚蠢的, 湍流现象几乎和生命王国一样复杂<sup>[4]</sup>。”湍流是一种多尺度的流动, 人们寄希望于数值模拟, 但是必须用极细的网格和正确的方法计算 N-S 方程, 才能模拟出湍流的小尺度结构。与第一个目标相比, 这方面的进展还是有限的。研究的主要成果: 1984 年, Rogallo 和 Moin 首先使用亚格子尺度模型进行大涡模拟 (LES),

在这类方法中,直接计算含能的大涡,模化特性更一般的小涡效应;1985年,Pope提出了概率密度函数(pdf)模型;1970年,Orszag发展了谱模型,或两点封闭(two-point closures)方法,对湍流结构提供了更为详细的信息,这也许可以视为湍流直接数值模拟(DNS)的开端,即直接求解N-S方程来模拟湍流;20世纪90年代,Lele发展了一种紧致有限差分格式,称为类谱方法,与传统的有限差分方法相比,可以模拟长度尺度更短的物理现象,似乎可以用来直接模拟湍流。

不过,导弹高速飞行和快速机动的设计理念已经对湍流的研究提出了更为迫切的要求。导弹羽流诱导的边界层分离可能出现在导弹的后体造成较大的非定常的非对称载荷;横向射流射入外部超声速流动,产生了复杂的、非定常的激波与边界层相互干扰;冲压发动机燃烧室的设计涉及激波与涡的结构和湍流的进化,它们与许多参数相关,如引射角、燃料穿透深度、燃料与空气压力比等。所有这些导弹设计中必须解决的关键问题都和黏流与无黏流的相互干扰有关。“分离流的某些特点不依赖于物体的形状或诱导分离的模式。在与物体形状无关的分离附近,任何现象都与下游流动描述的几何边界条件无关,而总是只与边界层内和边界层外流动方程的联立解有关。这种流动称为相互干扰<sup>[5]</sup>。”激波与黏性剪切流以及边界层的相互干扰往往导致流动分离、失稳、转捩和湍流现象,不但没有解析求解的可能,对CFD也是一个挑战<sup>[6]</sup>。此外,在二维分离和再附附近,许多涡黏性模型使用的壁面函数都失去了有效性。近20年来,利用各种湍流以及湍流/转捩模型,包括Reynolds平均的N-S(RANS)方程,以及不断加密的细网格对相互干扰流动进行数值模拟,取得了一定进步。但是整个流场的非定常性是这些流动的主导特性,没有模拟好这个特点,甚至连平均量都不能精确计算。就现状而言,对于某些关键参数,如热导率,计算结果无可信度,而脉动压力载荷和脉动热载荷,则完全不能计算。未来,由于计算条件的限制,将主要采用大涡模拟或特大涡模拟(VLES)。也许,更精细的试验和湍流的直接数值模拟能够揭开相互干扰流动的全部秘密。

当然CFD应用于不可压缩流动、高超声速动力学和其他领域的流体力学时,还会遇到其他的难题,这里就不再一一讨论了。

还应指出,CFD是流体力学发展和工程应用的重要工具。它可以使风洞试验和飞行试验的次数减少,但是,不能完全代替试验。数值计算的结果一般都要验证,并用规范的试验来确认<sup>[7-9]</sup>。目前,CFD的验证确认和可信度评价已经成为CFD面临的重大课题<sup>[10]</sup>。同样,它也不能代替流体流动的理论分析,即必须在理论分析的指导下进行数值模拟,又必须用理论分析的方法处理离散的数值模拟的结果。对于工程问题,在不同的发展阶段,侧重于不同的方法,如初级阶段,侧重于理论分析,以较小的代价得到规律性的结果和变化趋势,在以后的阶段中,合理地使用试验和数值模拟,解决复杂的、非线性的流动问题。

## 参考文献

- [1] Jameson A. Successes and Challenges in Computational Aerodynamics [C]. AIAA Paper 1987: 87—1184.
- [2] Agarwal R. Computational Fluid Dynamics of Whole-Body Aircraft. Annu [J]. Rev. Fluid Mech, 1999, 31: 125—169.
- [3] Mendenhall MR. 战术导弹空气动力学（下）预估方法 [M]. 洪金森，等译. 北京：宇航出版社，1999.
- [4] Frisch U. Turbulence [M]. Cambridge University Press, Cambridge, England, 1995.
- [5] Dolling D S. Fifty Years of Shock-Wave/Boundary-Layer Interaction Research: What Next? [J] AIAA Journal, 2001, 39: 1517—1531.
- [6] Bertin J J, Cummings R. M. Critical Hypersonic Aerothermodynamic Phenomena [J]. Annu. Rev. Fluid Mech., 2006, 38: 129—157.
- [7] Oberkampf W L, Trucano TG, Validation Methodology in Computational Fluid Dynamics [C]. AIAA Paper 2000-0529, 2000.
- [8] Oberkampf W L, Trucano TG, Verification and Validation in Computational Fluid Dynamics [R]. SAND 2002-0529, 2002.
- [9] Oberkampf W L, Trucano TG. Verification and Validation in Computational Fluid Dynamics [J]. Progress in Aerospace sciences, 2002, 38(3): 209—272.
- [10] 邓小刚，宗文刚，张来平，等. 计算流体力学中的验证与确认 [J]. 力学进展，2007，37（2）：279—288.

# 第1章 偏微分方程有限差分方法的基本概念

流体力学基本方程是特定的偏微分方程组。因此，数学上，计算流体力学（CFD）可视为偏微分方程数值方法的重要组成部分；力学上，CFD 可视为偏微分方程数值方法在流体力学领域中的应用和发展。两学科之间关系密切，其发展相互促进。偏微分方程有限差分方法的基本概念也是 CFD 的基础，因此，有必要在 CFD 教程中作简要介绍，本书仅讨论与 CFD 有关的一些最常用的基本概念。

## 1.1 物理问题的适定性

### 1.1.1 泛定方程及其定解条件

物理问题通常由泛定方程和定解条件组成。设  $R^m$  为  $m$  维欧氏空间，在域  $\Omega \subseteq R^m$  中给出未知量  $u(s)$ ，自变量  $s \in \Omega$ ， $P$  为给定的微分算子， $f(u, s)$  为  $\Omega$  中给定的已知函数，若

$$P(u) = f(u, s), \quad s \in \Omega \quad (1.1)$$

则式 (1.1) 称为泛定方程。

对于物理问题，在给定泛定方程的同时，还要在  $\Omega \subseteq R^m$  内一个子集或边集上给出  $u$  应该满足的条件，称之为定解条件。在边集上给出的定解条件，可统称为边界条件，若其中有一维向量为时间或类时间，给出与时间起点相关的部分边集条件，称为初始条件或初值条件。实际上，本书将除初始条件外的其余定解条件称为边界条件或边值条件。就物理性质而言，含时间或类时间自变量的问题称为传播问题或初值问题，在给定域内物理量处于平衡的定常态问题称为平衡问题，或边值问题，此外还有特征值问题。

### 1.1.2 物理问题的适定性

在经典的数学物理方法中强调所提问题是适定的 (well-posed)，即所要求的物理问题的解存在且唯一，并对定解条件有连续依赖性，或者说解稳定。解的存在表明了泛定方程与诸定解条件之间是无矛盾的，解的唯一表明了问题给定的方程和定解条件是充分的。而解的稳定则表明，如果在定解条件中引入一个小量的误差，它们可能是物理量的测量误差或者是舍入误差，那么由这些带有误差的条件得到的解与无误差条件得到的真解相差不会很大，总是在我们的控制范围之内。

证明物理问题的适定性通常是专业数学工作者的工作。对于一般问题，其证明都是困难