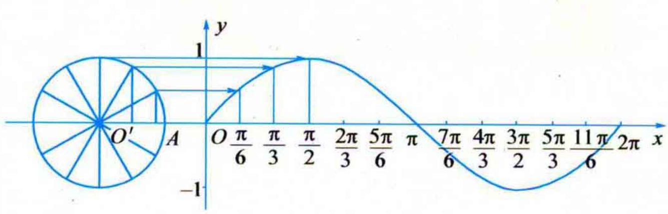
五年制高等师范教材

数学

学习与评价

一年级

下册



南京大学出版社

五年制高等师范教材

数学

学习与评价

一年级

下册

主　编　董林伟

编写人员（按姓氏笔画排列）

王朝阳　孙风建　朱永厂

刘洪璐　张　萍　陈新宁

南京大学出版社

图书在版编目(CIP)数据

数学·学习与评价. 一年级. 下册 / 董林伟主编. —南京:南京大学出版社,2010.8

五年制高等师范教材

ISBN 978-7-305-07329-8

Ⅰ. ①数… Ⅱ. ①董… Ⅲ. ①数学—师范大学—教学参考资料 Ⅳ. ①G872.3

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2010)第 152539 号

出版发行 南京大学出版社
社　　址 南京市汉口路 22 号　　邮编 210093
网　　址 http://www.Njup Co.com
出 版 人 左　健

丛 书 名 五年制高等师范教材
书　　名 数学·学习与评价　一年级　下册
主　　编 董林伟
责任编辑 吴　汀　　编辑热线 025-83686531

照　　排 南京玄武湖印刷照排中心
印　　刷 南京新洲印刷有限公司
开　　本 787×1 092　1/16　印张 7.75　字数 179 千
版　　次 2010 年 8 月第 1 版　2010 年 8 月第 1 次印刷
ISBN 978-7-305-07329-8

定　　价 16.00 元
发行热线 025-83594756　83686452
电子邮箱 Press@NjupCo.com
Sales@NjupCo.com(市场部)

目　　录

第四章　三角函数

4.1　任意角和弧度制

4.1.1　任意角

学习目标

1. 了解任意角的概念;
2. 理解终边相同的角的意义.

归纳总结

1. 掌握角的正负是如何规定的;
2. 了解象限角与轴线角的区别;
3. 能在0°到360°范围内,找出一个与已知角终边相同的角,并判定其为第几象限角;
4. 掌握终边相同的角的表示方法.

复习巩固

1. 把$-1485°$化成$k\times 360°+\alpha(0°\leqslant\alpha<360°,k\in\mathbf{Z})$的形式是 (　　)

A. $-4\times 360°+45°$　　B. $-4\times 360°-315°$

C. $-10\times 180°-45°$　　D. $-5\times 360°+315°$

2. 终边与坐标轴重合的角α的集合是 (　　)

A. $\{\alpha|\alpha=k\times 360°,k\in\mathbf{Z}\}$　　B. $\{\alpha|\alpha=k\times 180°+90°,k\in\mathbf{Z}\}$

C. $\{\alpha|\alpha=k\times 180°,k\in\mathbf{Z}\}$　　D. $\{\alpha|\alpha=k\times 90°,k\in\mathbf{Z}\}$

3. 设$A=\{\theta|\theta$为正锐角$\}$,$B=\{\theta|\theta$为小于$90°$的角$\}$,$C=\{\theta|\theta$为第一象限的角$\}$,$D=\{\theta|\theta$为小于$90°$的正角$\}$,则下列等式中成立的是 (　　)

A. $A=B$　　B. $B=C$　　C. $A=C$　　D. $A=D$

4. 在$-720°\sim720°$之间与$-1050°$终边相同的角为________________.

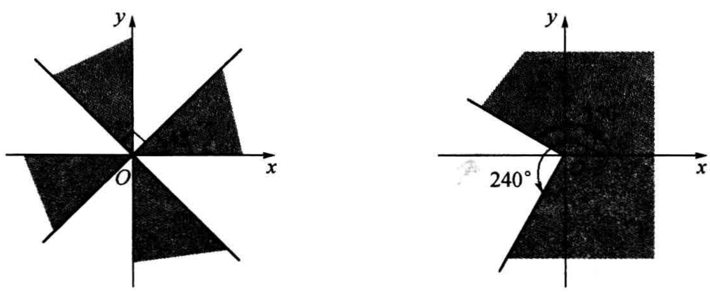
5. 时钟走过1小时20分钟,则分针所转过的角度为________,时针所转过的角度为________.

6. 若2α与$140°$的终边相同,则$\alpha=$____________.

灵活运用

7. 写出终边在直线 $y=x$ 上的角的集合 S，并把 S 中适合不等式 $-360^\circ \leqslant \beta < 720^\circ$ 的元素 β 写出来.

8. 写出角 α 的终边在下图中阴影区域内角的集合(包括边界).



(1)　　　　(2)

(第 8 题)

拓展延伸

9. 已知角 α,β 的终边关于 $x+y=0$ 对称，且 $\alpha=-60^\circ$，求角 β.

数学链接　在中国古代科技术语中，没有现代所用的角度这个词. 在古人心目中，角有多种含义. 其中与现代角度概念最接近的是角隅之类的概念，但那并不是角度. 合角与度为一词，用来表示角度概念，则是西方数学传入之后的事情了. 没有“角度”这个词，不等于没有角度概念. 古人在生产和生活中，不可能不接触到角度，从而自然就会产生角度概念. 一开始，人们认识的首先是一些特定的角，如直角等. 古代科技典籍《考工记》里，90° 角、45° 角称作“矩”、“宣”，它们都是实物名称.

4.1.2　弧度制

学习目标

了解弧度制的意义，并能进行弧度与角度的互化.

归纳总结

1. 把握弧度的含义；
2. 正确进行弧度与角度的换算；
3. 掌握弧度制下的弧长公式和扇形面积公式.

复习巩固

1. 设 α 是第一象限角，则 $\frac{\alpha}{2}$ 是　　(　　)

A. 第一象限角　　B. 第一或第三象限角

C. 第二象限角　　D. 第一或第二象限角

2. 把 -885° 化成 $2k\pi+\alpha(0\leqslant\alpha\leqslant 2\pi,k\in\mathbf{Z})$ 的形式应是　　(　　)

A. $-6\pi+\frac{13}{12}\pi$　　B. $-6\pi+\frac{11}{12}\pi$

C. $-4\pi+\frac{11}{12}\pi$　　D. $-4\pi+\frac{13}{12}\pi$

3. 下列选项中，错误的是　　(　　)

A. "度"与"弧度"是度量角的两种不同的度量单位

B. 1°的角是周角的$\frac{1}{360}$，1 弧度的角是周角的$\frac{1}{2\pi}$

C. 根据弧度的定义，180°等于 π 弧度

D. 不论是用角度制还是弧度制度量角，它们与圆的半径长短有关

4. 若三角形的三个内角的比等于 $2:3:7$，则各内角的弧度数分别为________.

5. 一个圆的一条弦长等于圆的半径，这条弦所对圆心角的弧度数是________.

6. 已知扇形的周长为 10 cm，面积为 6 cm^2，则扇形的圆心角 α 的弧度数为________.

灵活运用

7. 已知集合 $A=\{\alpha|2k\pi\leqslant\alpha\leqslant(2k+1)\pi,k\in\mathbf{Z}\}$，$B=\{\alpha|-4\leqslant\alpha\leqslant 4\}$，则 $A\cap B$ 等于　　(　　)

A. $\varnothing$　　B. $\{\alpha|-4\leqslant\alpha\leqslant 4\}$

C. $\{\alpha \mid 0\leqslant\alpha\leqslant\pi\}$　　　　D. $\{\alpha \mid -4\leqslant\alpha\leqslant-\pi$ 或 $0\leqslant\alpha\leqslant\pi\}$

8. 已知扇形 OAB 的圆心角为 $120°$，半径长为 6 cm，求：

(1) 弧 AB 的长；

(2) 该扇形的面积.

拓展延伸

9. 单位圆上两个动点 M,N，同时从 $P(1,0)$ 点出发沿圆周运动，M 点按逆时针方向旋转$\frac{\pi}{6}$弧度/秒，N 点按顺时针方向旋转$\frac{\pi}{3}$弧度/秒，试求它们出发后第三次相遇时的位置和各自走过的弧度.

三角学的英文名称为 Trigonometry，约定名于 1600 年，实际导源于希腊文 trigono(三角)和 metrein(测量)，其原意为三角形测量(解法)，以研究平面三角形和球面三角形的边和角的关系为基础，达到测量上的应用为目的的一门学科. 早期的三角学是天文学的一部分，后来研究范围逐渐扩大，变成以三角函数为主要对象的学科. 现在，三角学的研究范围已不仅限于三角形，三角学成为数理分析的基础，是研究实用科学所必需的工具.

4.1　单元测试

一、选择题

1. 若 α 是第四象限角，则 $\pi-\alpha$ 是　　　　　　　　　　　　　　　　　　(　　)

A. 第一象限角　　B. 第二象限角　　C. 第三象限角　　D. 第四象限角

2. 若一个圆的一条弧长等于半径的 $\frac{1}{2}$，则这条弧所对的圆心角为　　　　　　　　(　　)

A. $\frac{\pi}{6}$弧度　　B. $\frac{\pi}{3}$弧度　　C. $\frac{1}{2}$弧度　　D. 以上都不对

3. 已知 $\alpha=-3$，则 α 是　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　(　　)

A. 第一象限角　　B. 第二象限角　　C. 第三象限角　　D. 第四象限角

4. 若圆的半径为 π cm，则中心角为 $120°$ 的弧长为　　　　　　　　　　　　　(　　)

A. $\frac{\pi}{3}$cm　　B. $\frac{\pi^2}{3}$cm　　C. $\frac{2\pi}{3}$cm　　D. $\frac{2\pi^2}{3}$cm

5. 若集合 $M=\left\{\alpha \middle| \alpha=\frac{k\pi}{2}-\frac{\pi}{5}, k\in \mathbf{Z}\right\}$，$N=\{\alpha \mid -\pi<\alpha<\pi\}$，则 $M\cap N$ 为(　　)

A. $\left\{-\frac{\pi}{5}, \frac{3\pi}{10}\right\}$　　　　B. $\left\{-\frac{7\pi}{10}, \frac{4\pi}{5}\right\}$

C. $\left\{-\frac{\pi}{5}, \frac{3\pi}{10}, \frac{4\pi}{5}, -\frac{7\pi}{10}\right\}$　　　　D. $\left\{\frac{3\pi}{10}, -\frac{7\pi}{10}\right\}$

二、填空题

6. 若 $4\pi<\alpha<6\pi$，且与 $\frac{4}{3}\pi$ 角的终边相同，则 $\alpha=$________.

7. 若圆的半径变为原来的 $\frac{1}{2}$，而弧长不变，则该弧所对的圆心角是原来的________.

8. 半径为 $a(a>0)$ 的圆中，$\frac{\pi}{6}$弧度圆周角所对的弧长是________；长为 $2a$ 的弧所对的圆周角为________弧度.

9. 扇形 OAB 的面积是 $1\ \text{cm}^2$，它的周长为 4 cm，则它的中心角与弦 AB 的长分别是________________.

10. 已知集合 $A=\left\{x \middle| k\pi+\frac{\pi}{3}\leqslant x<k\pi+\frac{\pi}{2}, k\in \mathbf{Z}\right\}$，$B=\{x \mid x^2-4\leqslant 0\}$，则 $A\cap B=$________.

11. 若角 α 是第三象限角，则 $\frac{\alpha}{2}$ 角的终边在________________.

12. 与 $-1050°$ 终边相同的最小正角是________________________.

13. 已知 α 是第二象限角，且 $|\alpha+2|\leqslant 4$，则 α 的范围是________.

14. 已知扇形的周长为 20 cm，当扇形的中心角为________时，它有最大面积，最大面积是________.

三、解答题

15. 已知 $\alpha=1690^\circ$.

(1) 把 α 表示成 $2k\pi+\beta$ 的形式($k\in \mathbf{Z},\beta\in[0,2\pi)$).

(2)求 θ，使 θ 与 α 的终边相同，且 $\theta\in(-4\pi,-2\pi)$.

16. 已知等腰三角形的两个角的比为 2∶3，试求此三角形的顶角与底角的弧度数.

4.2 任意角的三角函数

4.2.1 任意角的三角函数

学习目标

1. 借助单位圆理解任意角三角函数(正弦、余弦、正切)的定义;

2. 初步了解有向线段的概念,会利用单位圆中的三角函数线表示任意角的正弦、余弦、正切.

归纳总结

1. 正确理解任意角三角函数的定义;

2. 会利用三角函数的定义确定正弦、余弦、正切值的符号;

3. 会用三角函数线表示各三角函数值并比较三角函数值的大小.

复习巩固

1. 以下四个命题中,正确的是 ( )

A. 在定义域内,只有终边相同的角的三角函数值才相等

B. $\left\{\alpha \middle| \alpha=k\pi+\frac{\pi}{6},k\in\mathbf{Z}\right\}\neq\left\{\beta \middle| \beta=-k\pi+\frac{\pi}{6},k\in\mathbf{Z}\right\}$

C. 若 α 是第二象限的角,则 $\sin 2\alpha<0$

D. 第四象限的角可表示为 $\left\{\alpha \middle| 2k\pi+\frac{3}{2}\pi<\alpha<2k\pi,k\in\mathbf{Z}\right\}$

2. 若角 α 的终边过点$(-3,-2)$,则 ( )

A. $\sin\alpha\tan\alpha>0$　　B. $\cos\alpha\tan\alpha>0$

C. $\sin\alpha\cos\alpha>0$　　D. $\frac{\sin\alpha}{\tan\alpha}>0$

3. 角 α 的终边上有一点 $P(m,m)$,$m\in\mathbf{R}$,且 $m\neq0$,则 $\sin\alpha$ 的值是( )

A. $\frac{\sqrt{2}}{2}$　　B. $-\frac{\sqrt{2}}{2}$　　C. $\pm\frac{\sqrt{2}}{2}$　　D. 1

4. 若 α 是第二象限角,其终边上一点 $P(x,\sqrt{5})$,且 $\cos\alpha=\frac{\sqrt{2}}{4}x$,则 $\sin\alpha$ 的值为 ( )

A. $\frac{\sqrt{10}}{4}$　　B. $\frac{\sqrt{6}}{4}$　　C. $\frac{\sqrt{2}}{4}$　　D. $-\frac{\sqrt{10}}{4}$

5. 若角 α 的终边落在直线 $y=3x$ 上，则 $\sin\alpha=$________.

6. 已知 $P(-\sqrt{3},y)$ 为角 α 的终边上一点，且 $\sin\alpha=\dfrac{\sqrt{13}}{13}$，那么 y 的值等于________.

7. 已知锐角 α 终边上一点 $P(1,\sqrt{3})$，则 α 的弧度数为________.

灵活运用

8. 已知角 α 的终边过 $P(-3,4)$，求 α 的正弦、余弦、正切值.

拓展延伸

9. 角 α 的顶点与坐标原点重合，角的始边在 x 轴正半轴上，角 α 终边上有一点 $P(-\sqrt{3},y)(y\neq 0)$ 且 $\sin\alpha=\dfrac{\sqrt{2}}{4}y$，求 $\cos\alpha+\tan\alpha$ 的值.

三角学创始于公元前约 150 年，但早在公元前 3000 年，古代埃及人已有了一定的三角学知识，主要用于测量.例如建筑金字塔、整理尼罗河泛滥后的耕地、通商航海和观测天象等.公元前 600 年左右，古希腊学者泰勒斯利用相似三角形的原理测出金字塔的高，成为西方三角测量的肇始.公元前 2 世纪后希腊天文学家希帕霍斯为了天文观测的需要，作了一个和现在三角函数表相仿的“弦表”，即在固定的圆内不同圆心角所对弦长的表，他成为西方三角学的最早奠基者，这个成就使他赢得了“三角学之父”的称谓.

4.2.2　同角三角函数的基本关系

学习目标

理解同角三角函数的基本关系式：$\sin^2\alpha+\cos^2\alpha=1$，$\dfrac{\sin\alpha}{\cos\alpha}=\tan\alpha$，并会运用它们进行简单的三角函数式的化简、求值及恒等式证明.

归纳总结

1. 正确理解同角三角函数的基本关系式；

2. 会运用同等三角函数基本关系式进行简单的三角函数式的化简、求值及恒等式的证明.

复习巩固

1. 已知 $\sin\alpha=\dfrac{4}{5}$，且 α 为第二象限角，那么 $\tan\alpha$ 的值等于　(　　)

A. $\dfrac{4}{3}$　　B. $-\dfrac{4}{3}$　　C. $\dfrac{3}{4}$　　D. $-\dfrac{3}{4}$

2. 已知 $\sin\alpha\cos\alpha=\dfrac{1}{8}$，且 $\dfrac{\pi}{4}<\alpha<\dfrac{\pi}{2}$，则 $\cos\alpha-\sin\alpha$ 的值为　(　　)

A. $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$　　B. $\dfrac{3}{4}$　　C. $-\dfrac{\sqrt{3}}{2}$　　D. $\pm\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

3. 设 α 是第二象限角，则 $\dfrac{\sin\alpha}{\cos\alpha}\cdot\sqrt{\dfrac{1}{\sin^2\alpha}-1}$ 等于　(　　)

A. 1　　B. $\tan^2\alpha$　　C. $-\tan^2\alpha$　　D. -1

4. 若 $\tan\theta=\dfrac{1}{3}$，$\pi<\theta<\dfrac{3}{2}\pi$，则 $\sin\theta\cos\theta$ 的值为　(　　)

A. $\pm\dfrac{3}{10}$　　B. $\dfrac{3}{10}$　　C. $\dfrac{3}{\sqrt{10}}$　　D. $\pm\dfrac{3}{\sqrt{10}}$

5. 已知 $\dfrac{\sin\alpha-\cos\alpha}{2\sin\alpha+3\cos\alpha}=\dfrac{1}{5}$，则 $\tan\alpha$ 的值是　(　　)

A. $\pm\dfrac{8}{3}$　　B. $\dfrac{8}{3}$

C. $-\dfrac{8}{3}$　　D. 无法确定

6. 化简 $\sqrt{\dfrac{1+\cos\alpha}{1-\cos\alpha}}+\sqrt{\dfrac{1-\cos\alpha}{1+\cos\alpha}}$（$\alpha$ 为第四象限角）$=$____________.

灵活运用

7. 若 $\sin x=\dfrac{m-3}{m+5}$, $\cos x=\dfrac{4-2m}{m+5}$, $x\in\left(\dfrac{\pi}{2},\pi\right)$，求 $\tan x$.

8. 化简：$\dfrac{\sin^2 x}{\sin x-\cos x}-\dfrac{\sin x+\cos x}{\tan^2 x-1}$.

9. 求证：$\tan^2\theta-\sin^2\theta=\tan^2\theta\sin^2\theta$.

10. 已知 $\sin\theta-\cos\theta=-\dfrac{1}{5}$，求：

（1）$\sin\theta\cos\theta$;

（2）$\sin^4\theta+\cos^4\theta$.

拓展延伸

11. 已知 $\sin\alpha=m(|m|\leqslant 1)$，求 $\cos\alpha$ 和 $\tan\alpha$ 的值.

数学链接 公元2世纪,希腊天文学家数学家托勒密(Ptolemy)继承希帕霍斯的成就,加以整理发挥,著成《天文学大成》13卷,包括从0°到90°每隔半度的弦表及若干等价于三角函数性质的关系式,被认为是西方第一本系统论述三角学理论的著作.约同时代的梅内劳斯(Menelaus)写了一本专门论述球三角学的著作《球面学》,内容包括球面三角形的基本概念和许多平面三角形定理在球面上的推广,以及球面三角形许多独特性质.他的工作使希腊三角学达到全盛时期.

4.2.3　三角函数的诱导公式

学习目标

理解正弦、余弦、正切的诱导公式($2k\pi+\alpha(k\in\mathbf{Z})$,$-\alpha$,$\pi\pm\alpha$,$\frac{\pi}{2}\pm\alpha$),能运用这些诱导公式将任意角的三角函数化为锐角的三角函数,会运用它们进行简单的三角函数式的化简、求值及恒等式证明.

归纳总结

1. 正确理解诱导公式的推导过程;

2. 熟练掌握诱导公式在三角函数的求值、化简及恒等式的证明中的应用.

复习巩固

1. 下列各式不正确的是　(　　)

A. $\sin(\alpha+180^\circ)=-\sin\alpha$　　B. $\cos(-\alpha+\beta)=-\cos(\alpha-\beta)$

C. $\sin(-\alpha-360^\circ)=-\sin\alpha$　　D. $\cos(-\alpha-\beta)=\cos(\alpha+\beta)$

2. $\sin 600^\circ$的值为　(　　)

A. $\frac{1}{2}$　　B. $-\frac{1}{2}$　　C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$　　D. $-\frac{\sqrt{3}}{2}$

3. $\sin\left(-\frac{19}{6}\pi\right)$的值等于　(　　)

A. $\frac{1}{2}$　　B. $-\frac{1}{2}$　　C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$　　D. $-\frac{\sqrt{3}}{2}$

4. 对于诱导公式中的角 α，下列说法正确的是 (　　)

A. α 一定是锐角　　B. $0 \leqslant \alpha < 2\pi$

C. α 一定是正角　　D. α 是使公式有意义的任意角

5. 若 $\cos(\alpha+\pi)=\frac{3}{5}$，$\pi \leqslant \alpha < 2\pi$，则 $\sin(-\alpha-2\pi)$ 的值是 (　　)

A. $\frac{3}{5}$　　B. $-\frac{3}{5}$　　C. $\frac{4}{5}$　　D. $-\frac{4}{5}$

6. $\sin\frac{4\pi}{3}\cdot\cos\frac{25\pi}{6}\cdot\tan\frac{5\pi}{4}$ 的值是 (　　)

A. $-\frac{3}{4}$　　B. $\frac{3}{4}$　　C. $-\frac{\sqrt{3}}{4}$　　D. $\frac{\sqrt{3}}{4}$

7. $\sqrt{1-2\sin(\pi+2)\cos(\pi+2)}$ 等于 (　　)

A. $\sin 2-\cos 2$　　B. $\cos 2-\sin 2$　　C. $\pm(\sin 2-\cos 2)$　　D. $\sin 2+\cos 2$

8. 已知 $\sin(\alpha+\pi)=-\frac{1}{2}$，那么 $\frac{1}{\cos(\alpha+7\pi)}$ 的值为 (　　)

A. $\frac{2\sqrt{3}}{3}$　　B. -2　　C. $-\frac{2\sqrt{3}}{3}$　　D. $\pm\frac{2\sqrt{3}}{3}$

9. $\tan 2010°$的值为________.

10. 化简：$\frac{\cos(\theta+4\pi)\cos^2(\theta+\pi)\sin^2(\theta+3\pi)}{\sin(\theta-4\pi)\sin(5\pi+\theta)\cos^2(-\theta-\pi)}=$____________.

灵活运用

11. 已知 $\frac{3\sin(\pi+\alpha)+\cos(-\alpha)}{4\sin(-\alpha)-\cos(9\pi+\alpha)}=2$，则 $\tan\alpha=$____________.

12. 若 $\tan\alpha=m$，则 $\sin(-5\pi-\alpha)\cos(3\pi+\alpha)=$____________.

13. 求 $\cos(-2640°)+\sin 1665°$的值.