高級中学二年級

# 三角教材研究函授講义

（初　稿）

一九五九年秋季用（第一分册）

無錫市教育局編

无錫人民出版社

# 目　　录



赠給

吉

# 第　一　章

## 0°到360°的角的三角函数

### 第一单元　三角学、0°到360°的角的三角函数的定义及其三角函数值的变化（§1—§6）

#### 一、　教 学 目 的:

1. 通过三角知識的发生发展的教学以及在生产实践中的重要性，使学生了解三角学在社会主义建設事业中的用途，从而启发和鼓舞学生学习三角学的兴趣和要求。
2. 使学生在高中平面几何中所学过的銳角三角函数的基础上，掌握从0°到360°的角的三角函数的定义，为研究三角学奠定基础。
3. 通过0°到360°的角的各个三角函数值的变化及三角函数在各象限內的符号变化情况的教学，巩固地使学生掌握三角函数的定义，明确各三角函数值与角之間的函数相依关系。

#### 二、　教 材 分 析:

1. 高中平面三角学的研究是在学生已經具有銳角三角函数的初步知識的基础上，开始系統地进行的，这一章是研究包括銳角在內的0°到360°的角的三角函数，是研究三角学的基础，这一单元又是本章的基础知識，其主要內容为:

(1) 什么是三角学，及关于三角学的发生发展的一些知識。

(2) 关于0°到360°的角的三角函数的定义。

(3) 关于0°到360°的角的三角函数值的变化的初步研究。

(4) 已知0°到360°的角的一个三角函数值作角的方法。

其中三角学的发生发展的簡要敍述，目的在于使学生了解什么是三角学研究的对象？为什么要学习三角学？并启发他們明确学习目的，而有信心地有自覺要求地有兴趣地决心学好这門学科。

0°到360°的角的三角函数的定义是本单元的重点，也是以后研究三角函数的一切性质的依据；而三角函数值的变化的研究又是在学生掌握三角函数的定义的前提下进行研究的，使学生掌握三角函数的符号，及用綫段表示三角函数的方法，进而通过已知三角函数值作角的問題，来进一步巩固三角函数的定义，及三角函数值与角之間的函数相依关系。

因此在教学时，对于0°到360°的角的三角函数的定义，应該詳細地反复地加以講解，必須使学生清楚地掌握这些基本概念。

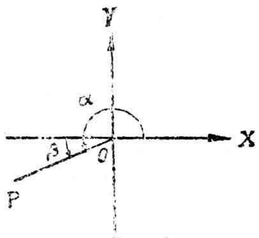
2. 高中平面几何中所講解的銳角三角函数是把銳角看成屬于某个直角三角形中的銳角，用二边的比来研究三角函数的，但是在实踐中，角的范圍不可能也不应該限制在特定的“直角三角形中的銳角”这一范圍內，如在力的合成与分解、时針的旋轉、质点的园周运动及实际測量問題中都將出現不小于直角的角，因此就不能再由直角三角形来定义角的三角函数，由于实际的需要，因而必須扩充角的概念，引进新的定义（这些定义也适用于銳角的情况），

因而高中平面三角学的研究就是在学生已經掌握了銳角三角函数的基础上来研究任意角的三角函数的性質和应用，也就是說高中学生系統地学习平面三角学，是从这个时候开始的，那么使学生在研究前对三角学的起源、研究对象、及其在各方面的用途、为什么要研究三角学等問題有一个初步的認識是十分必要的。

課本首先提出了"三角学"这一节教材，概括地說明了三角学的逐步发展是与农业、航海以及天文学等的促进有密切的关系，是产生于劳动人民生活实际与生产实际的需要，以及我国祖先在这方面研究的成就及数学家尤拉对三角学的偉大貢献，以培养学生辯証唯物主义的观点；并在启发学习，明确三角学在建設祖国事业中的重要性，激发学生热爱祖国，热爱这門为建設社会主义的学科的感情。

这一节教材又是学生开始学习三角学所遇到的第一个課题，因此在教学时必須很好地組織教材，上好这节"开头課"。

3. 在讲解直角坐标系及象限的意义后，应該給学生仔細地分析"角的終边在某一象限內，我們就說这个角在这一象限內，或者說这个角是这一象限的角"这一句話的意义。其中虽没有說明角的始边的位置，但在其前已經指出"我們以这角的頂点为原点，以这角的始边为横坐标軸的正方向"。即該角以坐标原点为頂点，横軸的正向作为角的始边；如果没有这一規定，我們就不能从終边的位置来說明这是某一象限的角，而学生往往



会单从終边的位置而不問始边的位置就加以判定角所在的象限，且常錯誤地理解为“所謂某一象限的角是指該角的始边終边都在这一象限內”或“角的內部在这象限內”等。

如图中：$\alpha$角可称为第三象限的角，而$\beta$角只能称为終边$OP$与横坐标軸所夹成之銳角，不能称为第三象限的角。

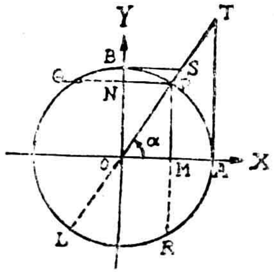
4. 表示各三角函数的記号，“$sin$”、“$cos$”、“$tg$”、“$ctg$”、“$sec$”、“$cosec$”，是选取正弦、余弦、正切、余切、正割、余割的英文名詞中的几个字母而成的，卽以“$sin$”表示 $sine$，“$cos$”表示$cosine$，“$tg$”表示 $tangent$，“$ctg$”表示$cotangent$，“$sec$”表示$secant$，“$cosec$”表示$cosecant$，习慣上仍采用原文的讀音，但在各种教本中对正切、余切、正割、余割所采用之字母尙不一致，除課本上的表示法以外，尙有以“$tan$”表示正切，“$cot$”或“$ctn$”表示余切，“$sc$”表示正割，“$csc$”表示余割等等，这几种表示法，毋須告訴学生，应該明确“$sin$”、“$cos$”、“$tg$”、“$ctg$”、“$sec$”、“$cosec$”等仅仅是表示上述各函数的記号，它脫离了自变量就毫无意义。因此既不能将这些記号看成是一个因式（例如将$sin\alpha$看成是“$sin$”与“$\alpha$”的积是錯誤的），也不能将这些記号后面的角遺漏不写。

5. 課本§1中談及“正弦、余弦、正切、余切、正割、余割，再添上正矢、余矢二个函数，总称八綫”，其中$\alpha$的正矢为$(1-cos\alpha)$，常以$vers\,\alpha$表示，$\alpha$角的余矢为$(1-sin\alpha)$，常以$covers\,\alpha$表示，“$vers$”、“$covers$”系选取“$versed\ sine$”、“$coversed\ sine$”中的几个字母，习慣上仍用原文的讀音，但由于这二个三角函数在应用上的用途不多，且有关正矢、余矢的問題都可用正弦、余弦来解决，因此各种

教材中已將其删去，不必再向学生介紹。

如在园$O$中可用綫段表出上述八个函数，則称为“八綫图”。

（設圓半徑为單位長1）




上图中：$MP$、$OM$为弦的一部分，分别称为$\alpha$角的正弦綫、余弦綫；

$AT$、$BS$为切綫，分别称为$\alpha$角的正切綫、余切綫；

$OT$、$OS$分别为割綫$LT$、$LS$的一部分，分别称为$\alpha$角的正割綫、余割綫；

$MA$、$NB$形如弓形$APR$及$BPQ$中之矢，分别称为$\alpha$角的正矢綫、余矢綫。

6. 由于学生在代数中已熟习坐标的概念，所以用坐标来定义三角函数就比用其他方法定义較易为学生所理解与接受，而且由这一定义引导出的三角函数值的符号也就較自然和容易。

对于研究三角函数值的变化情况，书本上介紹了用“单位园”（或称“三角园”，是指以单位长的綫段为半徑所作的园）中的三角函数綫来討論的方法，从教学实踐証明，这是比較直观和收效大的一种方法；課本上单位圓中三角函数的綫段表示法并不作为定义来提出，而是从坐

标定义引进，对于三角函数值的研究是采用由坐标定义所导出的单位园中的三角函数綫来研究的，因此对于§4就应詳細和清晰地講解，使学生得以巩固地掌握。

7. 紧接着三角函数用坐标来定义后就討論三角函数在各象限中的符号，首先应該明确到我們总是把从原点0到終边上任意一点$P$的距离$r$規定为正，然后按照各象限內点的横坐标$x$、縱坐标$y$的正負情况进行分析，来决定三角函数在各象限中的符号，应該看到这样的事实：

(1) 正弦、余割的符号决定于縱坐标的符号。

(2) 余弦、正割的符号决定于横坐标的符号。

(3) 正切、余切的符号决定于横坐标与縱坐标的符号的一致与否，如同号則为正，異号則为負。

这样，就可以較順利地得出各象限中各三角函数值的符号，現列成下表：

| 角$\alpha$終边所在的象限 | $x$ | $y$ | $r$ | $\sin\alpha=\frac{y}{r}$ $\operatorname{cosec}\alpha=\frac{r}{y}$ | $\cos\alpha=\frac{x}{r}$ $\sec\alpha=\frac{r}{x}$ | $tg\alpha=\frac{y}{x}$ $ctg\alpha=\frac{x}{y}$ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Ⅰ | + | + | + | + | + | + |
| Ⅱ | − | + | + | + | − | − |
| Ⅲ | − | − | + | − | − | + |
| Ⅳ | + | − | + | − | + | − |

从表中可以說明：

(1) 对于六个三角函数的符号的变化情况，只需記住三个函数$\sin\alpha$、$\cos\alpha$、$tg\alpha$的变化，即可推出其他数个三角函数的符号。

(2) 每一个三角函数除在第一象限中均为正值外，在其他

各象限中还仅有一个为正，其他二个为負：

第Ⅱ象限：正弦、余割为正。

第Ⅲ象限：正切、余切为正。

第Ⅳ象限：余弦、正割为正。

（3）每个三角函数在四个象限中均有二个为正二个为負：

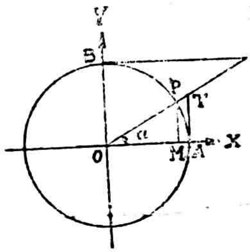
正弦、余割：第Ⅰ、Ⅱ象限为正。

余弦、正割：第Ⅰ、Ⅳ象限为正。

正切、余切：第Ⅰ Ⅲ象限为正。

8. 課本§4提出了用单位园中的三角函数綫来表示三角函数的方法，应該清楚地理解到三角函数值是由二个量的比所得的数，也可以是用单位长去度量綫段所得的量数来表示在单位园中三角函数綫就用来表示三角函数值的大小。本节教材就是从对三角函数綫的变化来研究三角函数值的变化，我們作如下說明：

（1）在介紹右图中 $MP$、$OM$、$AT$，$BS$ 分別叫做正弦綫，余弦綫、正切綫、余切綫的同时，可以一起介紹$OT$、$OS$分別叫做角$\alpha$的正割綫、余割綫，这样除了能在§5中較完整地討論函数值的变化情况外，还可以在以后引証 $1+tg^2\alpha=sec^2\alpha$，$1+ctg^2\alpha=cosec^2\alpha$ 等基本关系式。




（2）三角函数綫都应該看成是带有符号的（有方向）綫段課本中写出：“$sin\alpha$、$cos\alpha$ 的值可以分別用单位园中的綫段 $MP$和$OM$ 的量数連同它們的符号来表示”等說明必須注意符号。在用綫段表示三角函数时，对

于綫段的方向作这样的規定:

① 正弦綫、正切綫为与縱軸平行或在縱軸上的綫段，同縱坐标軸一样选取向上方向为正，向下为負。

② 余弦綫、余切綫为与横軸平行或在横軸上的綫段，同横坐标軸一样选取向右方向为正，向左为負。

③ 正割綫，余割綫为斜綫段，无法依坐标軸来选取方向，規定为：如終边落在正割綫或余割綫上时，正割綫及余割綫的方向为正；如終边为正割綫、余割綫的反向延长綫时，正割綫及余割綫的方向为負。

因此在用字母表示綫段时要注意方向，分清始点和終点；因函数綫为有向綫段，所以书写次序不能顚倒，为符合上述規定，我們認定由原点出发之綫段以原点作始点，不从原点出发的綫段以函数綫与坐标軸的交点为始点，如在上图中 $\sin\alpha = MP$ 而 $\sin\alpha \neq PM$。

(3) 課本上“从原点出发的綫段我們总把它作为正的”这一句話說得不夠清晰严密，应該理解到这仅是指从原点出发到角的終边上的任一点的綫段（或为单位园的半徑）因为从原点出发的綫段，如角 $\alpha$ 的余弦綫、正割綫、余割綫都是有正負方向的，不能作为正。

9. 三角函数值的增減和表示三角函数值的三角函数綫的长短有不同的意义，前者是指代数值的增減，后者是指它的絕对值的增減，因此必須明确三角函数值的变化不能单由綫段的长短来决定，而应由函数綫段連同它的符号来决定值的增減（应該注意必須在单位长度相等时才能比較），如第Ⅱ象限中角的余弦綫、正切綫、正割綫、余切綫均为負綫段，当綫段越长时其三角函数值越小。

## 三、 教学建議:

1. 本单元第一节"三角学"的期初启发課主要应有以下內容:

   (1) "三角学"名詞的原始意义是什么?(三角形的度量)。

   (2) 什么是三角学?

   (3) 三角学在其他科学及生产建設中的作用。

   (4) 三角学最初的內容和发展的簡单历史。

   (5) 介紹我国古代数学家对于三角学的研究。

2. 課本上在提出$x$、$y$、$r$間的四个比$\frac{y}{r}$、$\frac{x}{r}$、$\frac{y}{x}$、$\frac{x}{y}$分别叫做角$\alpha$的正弦、余弦、正切、余切时,仅将$\sin\alpha$、$\cos\alpha$、$tg\alpha$、$ctg\alpha$作为比$\frac{y}{r}$、$\frac{x}{r}$、$\frac{y}{x}$、$\frac{x}{y}$的記号来介紹,还沒有說明角与比值之間是什么关系。在証明"四个比的大小和在$\alpha$角的終边上所取的$P$点的位置无关",即"对于确定的角$\alpha$,四个比都有唯一确定的值与它对应"后,才根据代数中已学过的函数的定义,說明这些比值是角的函数,并称这种函数为角的三角函数,其变量与函数的关系无法用代数式来表示,所以用符号$\sin\alpha$、$\cos\alpha$、$tg\alpha$、$ctg\alpha$来表示角$\alpha$的三角函数。然后指出在$x$、$y$、$r$中任取二量的比,除去以$r$作分母的二个比$\frac{y}{r}$、$\frac{x}{r}$及不含$r$的二个比$\frac{x}{y}$、$\frac{y}{x}$外,尙有另外二个以$r$作分子的比$\frac{r}{x}$、$\frac{r}{y}$,也有这样的对应关系,我們分别称它們为角$\alpha$的正割、余割函数,即$\sec\alpha=\frac{r}{x}$、$cosec\alpha=\frac{r}{y}$(应該說明:由于正割、余割在应用上用途較少,所以不作詳細研究)。因此不能在一开

始就説："$sin\alpha=\frac{y}{r}$、$cos\alpha=\frac{x}{r}$、$tg\alpha=\frac{y}{x}$、$ctg\alpha=\frac{x}{y}$是角$\alpha$的三角函数"。在教学中必須注意，这样不但发揮了教材的科学性，也能培养学生有正确的邏輯思維及辯証观点。

3. 三角函数值的变化是本单元的一个难点，必須仔細地直观地利用函数綫来講解；而且对于每个象限中的情况，都应該进行討論，在講解过程中必須注意：

（1）在討論三角函数值的增减时，对某些角的三角函数值不存在情况的分析要給予足夠的重視，在說明"$tg90°$、$tg270°$、$ctg\,0°$、$ctg180°$、$ctg360°$的值均不存在"时，我們認为为了講解上的方便，可以考虑为学生介紹"无穷大量"这个名称和符号"$\infty$"（"$\infty$"表示一个变量，它的絕对值无限增大，对于任意指定的大的正数，这个变量在变化到某一时刻以后，它的絕对值就大于这个大的正数），运用这一符号，在用单位园来敍述时可以用类似下面所敍述的那样来說明："当角$\alpha$从$0°$逐漸增加到充分接近于$90°$时，$tg\alpha$的值从0起逐漸增加趋向于$+\infty$；当$\alpha$从$180°$逐漸减小到充分接近于$90°$时，$tg\alpha$的值趋向于$-\infty$；而在$\alpha$等于$90°$时，$tg\alpha$的值不存在"及"当角$\alpha$从$90°$逐漸增加到充分接近于$180°$时，$ctg\alpha$的值从0起逐漸减少趋向于$-\infty$；当$\alpha$从$270°$逐漸减小到充分接近于$180°$时，$ctg\alpha$的值趋向于$+\infty$；而在$\alpha$等于$180°$时，$ctg\alpha$的值不存在"結合三角函数綫的图形，亦可直观地說明上面两个論断。

（2）对于函数值变化的情况的研究，除了用单位园中三角函数綫研究$sin\alpha$、$cos\alpha$、$tg\alpha$、$ctg\alpha$的值的变化

后，对于正割、余割函数值的变化情况，常可用倒数关系来研究（此处可不必导出基本关系式，而从定义中引导学生发現倒数关系）。

在討論时，最好能随时将所得的結果塡入表中，可列出类似于下面的表格：

| $\alpha$角变化 / 函数 | 0° | ↗ | 90° | ↗ | 180° | ↗ | 270° | ↗ | 360° |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $sni\ \alpha$ | 0 | ↗ | 1 | ↘ | 0 | ↘ | −1 | ↗ | 0 |
| $cos\ \alpha$ | 1 | ↘ | 0 | ↘ | −1 | ↗ | 0 | ↗ | 1 |
| $tg\ \alpha$ | 0 | ↗+∞ | 不存在 | −∞↗ | 0 | ↗+∞ | 不存在 | −∞↗ | 0 |
| $ctg\ \alpha$ | 不存在 | +∞↘ | 0 | ↘−∞ | 不存在 | +∞↘ | 0 | ↘−∞ | 不存在 |
| $sec\ \alpha$ | 1 | ↗+∞ | 不存在 | −∞↗ | −1 | ↘−∞ | 不存在 | +∞↘ | 1 |
| $cosec\ \alpha$ | 不存在 | +∞↘ | 1 | ↗+∞ | 不存在 | −∞↗ | −1 | ↘−∞ | 不存在 |

应該指导学生記住 0°、90°、180°、270°、360°角的三角函数值的情況。及各三角函数在各象限中的增或減的变化趋向，由于学生还未学习到各三角函数图象的知識，而且函数在各象限中的增減情況又較繁杂，因此学生很难記住；所以从变化关系中引导学生发現規律、牢固記忆，就显得迫切了。我們介紹一种引导学生进行积极思維的分析、記忆方法：

首先分析在各象限中 $sin\alpha$、$cosec\alpha$ 符合这样的变化規律、即：其中一个函数的值在某象限为增加，則另一函数的值在此象限內可減少，故而只需記住 $sin\alpha$ 的变化情況即可推出 $cosec\alpha$ 的变化情況，同理：

$\cos\alpha$、$\sec\alpha$、$tg\alpha$、$ctg\alpha$ 也符合这一規律，因而只須記住 $\sin\alpha$、$\cos\alpha$、$tg\alpha$的变化情况，而且只須記住所有“增加”的象限，則其他象限就是“減少”的象限。所以只需記住：“正弦在Ⅰ、Ⅳ象限，余弦在Ⅲ、Ⅳ象限，正切在各象限內三角函数值均随着角的增加而增加”。然后提出只需从其規律中归納出“Ⅰ、Ⅳ；Ⅲ、Ⅳ；全增。”的这一句便于記忆的短語，使学生明了这一短語的意义，就已經掌握了六个三角函数在四个象限中繁复的变化趋向。

运用这一方法，可使学生的解題水平有所提高，如解答：“試說出第Ⅲ象限中哪些三角函数的值随着角的增加而增加？”及类似的习題时，思考的过程可以简述成这样：

〔首先确定正切在各象限中都是增加的，所以正切函数符合題設的要求；再攷慮正弦，因正弦在Ⅰ、Ⅳ象限增加，所以第Ⅲ象限減少，而立即推出余割函数符合題設的要求；最后从余弦函数在Ⅲ、Ⅳ象限增加，而得出本題的解答应为“正切、余割、余弦”。〕

教学实踐証明：这样的分析記忆法較簡易，所以一般学生的巩固情况比較良好，特別是学生对于解决形式如习題一第14、15、16、20題及复习題第3題时，就会比較順利，因此也可以攷慮选擇上述习題中的部分題目，作为当堂巩固或課外作业題，以培养学生的熟練技巧和解題能力。（当然我們对这个方法亦不能估价过高，只有在学生彻底理解的基础上，它才能帮助学生縮短解題的时間，而且还必須攷慮到它只說明了变化的增減情况，至于从什么增加到什么？从什么減少

到什么？就看不出来，只有在三角函数的图象讲解以后，才能給学生以較清晰、較全面、較究整的概念和記忆方法）。

(3) 在結束本节前，应該提出各三角函数的取值范圍，可以为講解§6“已知0°到360°的角三角函数值，求作角”的問題作好理論上的准备。

正弦、余弦函数值的絕对值不大于1，即：

$$-1\leqslant sin\alpha\leqslant1,\qquad -1\leqslant cos\alpha\leqslant1;$$

或 $|sin\alpha|\leqslant1,\qquad |cos\alpha|\leqslant1$。

正切、余切函数值可为一切实数，即：

$$-\infty<tg\alpha<+\infty,\qquad -\infty<ctg\alpha<+\infty$$

正割、余割函数值的絕对值不小于1，即：

$sec\alpha\leqslant-1$及$1\leqslant sec\alpha$；$cosec\alpha\leqslant-1$及$1\leqslant cosec\alpha$，

或 $|sec\alpha|\geqslant1,\qquad |cosec\alpha|\geqslant1$

(4) 至此还应說明在习题中所提及的函数的极大值、极小值，是指該函数在所給条件下取值范圍內所可能取得的最大的函数值和最小的函数值，但并不是所有函数都有极大值和极小值的，这仅是某些函数的一种特性，可举出类似于习题一第17、24题和复习题第6、7题为例，或选作課外作业。

4. 为巩固地使学生掌握三角函数值的变化情况，給出一些目的在于明确三角函数的角与函数值的許可范圍的例题，将是十分需要的，下面选擇几題，并作了簡要的解答，以供参考。

(1) 习题一第23題：“討論角$x$由0°逐漸增加到360°时，函数$y=|cosx|$的变化。”

〔解〕 可从下表中得出結論：

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $x$ | 0° | ↗ | 90° | ↗ | 180° | ↗ | 270° | ↗ | 360° |
| $y$ | 1 | ↘ | 0 | ↗ | 1 | ↘ | 0 | ↗ | 1 |

（可知此函数有极大值1，极小值0。）

(2) 复习题第1题："在什么条件下，下列各式的值是实数（$x$为0°到360°的角）"：

① $\sqrt{sinx}$　② $\sqrt{-cosx}$　③ $\sqrt{sinx}+\sqrt{cosx}$

④ $\sqrt{ctg\frac{x}{2}}$

〔解〕① 为使$\sqrt{sinx}$为实数，则根据实数的性质，须使$sin\,x$为非負数，不然将无实数意义，而在0°到360°中使$0\leqslant sinx\leqslant 1$的$x$角須为$0°\leqslant x\leqslant 180°$及$x=360°$

② 同理必須使$(-cosx)$为非負数，即$cosx$須为非正数，

∴ 在0°到360°中使$-1\leqslant cosx\leqslant 0$而$x$角須为$90°\leqslant x\leqslant 270°$

③ 为使$\sqrt{sinx}+\sqrt{cosx}$是实数，必須使$sinx$、$cosx$同时为非負数；

使$sinx$为非負数，则应成立$0°\leqslant x\leqslant 180°$及$x=360°$

使$cosx$为非負数，则应成立$0°\leqslant x\leqslant 90°$或$270°\leqslant x\leqslant 360°$

∴ 当$0°\leqslant x\leqslant 90°$及$x=360°$时，原式为实数。

④ 同理，欲使$\sqrt{ctg\frac{x}{2}}$为实数，则須$ctg\frac{x}{2}\geqslant 0$，而当

$x$是0°到360°的角时，$\frac{x}{2}$为0°到180°的角，使$\frac{x}{2}$的余切为非负值的角$x$须为 $0°<\frac{x}{2}\leqslant 90°$，

$\therefore$ $0°<x\leqslant 180°$。

（3）复习题第6题："求下列各函数的极大值、极小值，并且求出函数取得极大值、极小值的时候的值（$x$为0°到360°的角）：

① $2+\sin x$， ② $3-2\cos x$， ③ $\frac{1}{1+tg^2 x}$。"

〔解〕① 当$x=90°$时，$\sin x$有极大值1。

$\therefore$ 此时式子$2+\sin x$有极大值3。

当$x=270°$时，$\sin x$有极小值$-1$。

$\therefore$ 此时式子$2+\sin x$有极小值1。

② 当$x=0°$或$x=360°$时，$\cos x$有极大值1。

$\therefore$ 此时式子$3-2\cos x$有极小值1。

当$x=180°$时，$\cos x$有极小值$-1$。

$\therefore$ 此时式子$3-2\cos x$有极大值5。

③ 当$x$为0°、180°及360°时，$tg^2 x$有极小值0。

$\therefore$ 此时式子有极大值1。

而$tg^2 x$无极大值，（$\because +\infty$，$-\infty$非定值）

所以此式无极小值。

（4）复习题第7题：$x$取什么值的时候，下列各式没有意义（$x$为0°到360°的角）？

① $\frac{1}{1+\sin x}$， ② $\frac{1}{1-\cos x}$，

③ $\frac{\sin x+\cos x}{tg x}$， ④ $tg x\cdot ctg x$。

〔解〕① 当分母$1+\sin x=0$时，