

全国



首届

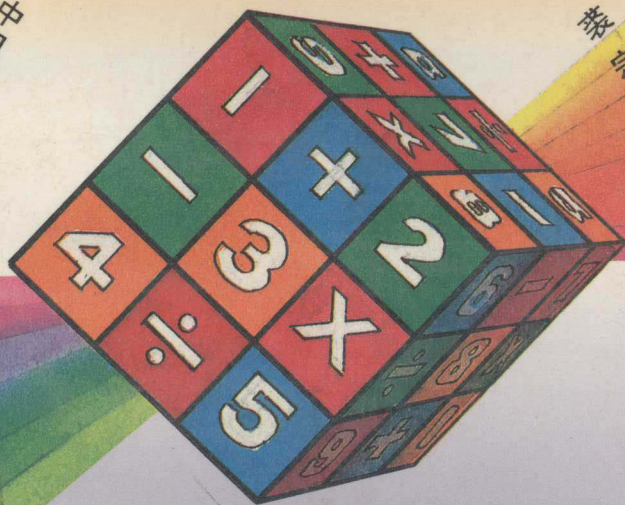
小学数学奥林匹克

总决赛试题与解析

中国
数学
会普及
及工作
委员会
编

蔡
宗
沪
主
编

开
明
出
版
社



首届全国小学数学奥林匹克总决赛

试题与解析

中国数学会普及工作委员会 编

开 明 出 版 社

(京)新登字 104号

首届全国小学数学奥林匹克总决赛
试题与解析

中国数学会普及工作委员会 编

开明出版社出版

(北京海淀区车道沟8号)

北京东光印刷厂印刷

新华书店北京发行所发行

开本 787×1092 1/32 印张4.875 字数90千

1994年1月北京第1版 1994年1月北京第1次印刷

印数: 00,001—30,000

ISBN 7-80077-693-X/G·477 定价: 3.20元

前 言

从1986年起，中国中学生在国际数学奥林匹克连续几年取得优异成绩；1990年7月，在我国北京成功地举办了第31届国际数学奥林匹克，我国代表队再次取得总分第一。中国学生在学习数学上的潜力被发现了，大大激发了全国中、小学生学习数学的兴趣，数学课外活动蓬勃地开展，中、小学数学竞赛活动受到广大师生和家长的欢迎，也得到了社会各界人士的更多关心和支持。1990年11月，在湖南宁乡举行的中国数学会普及工作委员会第六次全国工作会议上，与会同仁一致认识到，为了顺应群众积极高涨的形势，更要坚持“在普及的基础上不断提高”的方针，要引导数学竞赛这一群众性的课外活动健康地发展，为了统筹安排高中、初中、小学的小学数学课外活动，处理好相互的衔接关系。会议决定，从1991年起，每年春季举行一次“小学数学奥林匹克”，会议还特别强调，中国数学会举办的高中联赛、初中联赛、小学数学奥林匹克都是普及型、大众化的数学竞赛。

为了使“小学数学奥林匹克”的试题能适合多数学生的实际水平，在举办1991年“小学数学奥林匹克”时，主试委员会向全国发出一份试题样卷，广泛征求意见，另外，把初赛试卷，分成A、B、C三种不同水平的试卷，供各地选择采用，同时还宣布了两条命题原则：“一、试题涉及的知识范围一定不

超出现行的小学数学教学大纲；二、每一道题一定有一种简单的算术解法。”并且明确声明，抽屉原则、容斥原理、运筹学等离课堂教学内容较远的内容，一定不在试题中出现。我们就是希望，不要过多的课外辅导，尽可能减轻学生的学习负担。

经过1991年、1992年、1993年三届竞赛的实践，全国反映较好，普遍认为试题有利于启迪思维和智力开发，也有利于课堂教学水平的提高。参加者十分踊跃，人数逐年增加。事实上，试题难度逐年在降低，一年比一年容易些，获得高分的人数大幅度增加。以1993年来说，参加决赛的16万学生中，全国有500多人获满分（十二道试题都做对），有10%的人做对九道题以上，有40%以上学生能做对六道以上，可以说试题的难易程度是比较适当的。

为了进一步减轻老师和学生课外辅导的负担，在未来三年中，我们还打算继续逐年把试题难度再降低一些，从普及角度来说，这是很有必要的。但是，也许可能使少数超常学生的学习上的潜力和聪明才智得不到充分的发挥。由此许多省、市、自治区纷纷建议，能否在初、决赛的基础上，再搞一次小型竞赛。经过充分的酝酿，中国数学会普及工作委员会认为这一建议，符合一贯遵循的“在普及基础上不断提高”的方针，也有利各地区数学课外活动的交流，因此决定在今年试办一次委托山西省数学会和山西大学数学系太原市主办“1993小学数学奥林匹克总决赛”。为了不影响正常的教学秩序，总决赛在暑期举行。

在山西省人民政府、山西省教育委员会、山西省科学技术委员会、山西省科学技术协会、山西大学支持下，中央电教馆、

中国教育学会数学教育研究发展中心、北京数学奥林匹克发展中心通力合作参与主办，在各方面的努力下，这次总决赛取得圆满成功，所有参赛的队，都要求明年再办。

这次共有 55 队 163 名同学参加，他们都是决赛中的佼佼者，是决赛满分奖和一等奖的获得者，还有三位香港同学在张百康先生带领下也应邀参加比赛，日本算术奥林匹克委员会派出五位先生作为观察员参加活动，台湾九章出版社负责人孙文先先生，不仅给予资助，并专程来太原观看比赛。借此机会，我们向支持比赛和参加活动的所有朋友们、老师们、同学们表示真诚的感谢。

1993 总决赛有四项竞赛：一、试 60 分钟，十道填空题，只要求写出答数，主要测试算术的基本技能；二、试 90 分钟，六道题，要求写出简单的解题过程，主要考察知识和技巧的灵活运用能力；还有别开生面的计算竞赛和接力赛。

我们认为，小学生的数学能力中，首先是熟练地进行四则运算的能力，因为计算不仅是技能，而且也是一种思维训练，为了引导小学同学重视运算能力的训练，这次总决赛设立一项计算竞赛，60 分钟做 25 道题，其中有少数计算题是比较麻烦的，我们期望参赛同学有过硬的计算本领。

接力赛曾在北京一部分中学生中试办过。小学生的接力赛是首次试验，取得了意想不到的成功。在预赛和决赛中，有不少队取得了好成绩，对第一次参加这种竞赛的同学来说，是不容易的，接力赛突出团结协作的精神，要求参赛者有熟练的基本功和很好的判断能力。但是试题要比通常竞赛容易些，每位同学答题时间较短，不会导致过分的课外辅导，因此是一种

值得推广的竞赛活动。当然如何命好题，如何采取有效的策略，还有待进一步探索。

这次总决赛，对一批全国最优秀小学生，试验了多种竞赛形式，但是负责命题的主试委员会仍然遵循前面提到的两条命题原则。

经过多次友好的协商，已确定 1994 年的“总决赛”，将由中国数学会普及工作委员会、开明出版社、中央电教馆共同主办，仍在暑期举行，不久前组委会已正式成立，我们将增加一些文体活动的竞赛，使这一活动具有夏令营的特色。使参加的同学能轻松活泼一些。我们仍设立四项竞赛，分为城市、学校、民族三个组进行，每一省、市、自治区可以派出一个城市队、一个学校队；有少数民族的地区还可以派出一个民族队。

为了让全国的小学老师、同学、家长以及关心的朋友更好了解我们这一活动，我们编辑出版了这一小册子。试题解答部分由吴建平、郢舒竹、裘宗沪编写。为了明年的总决赛作准备，由五位同志编写了五讲辅导资料。

全书由吴建平汇总主编。为了抓紧出版这一册子，开明出版社的焦向英、高伟等许多同志花费了很大精力。中央电教馆还专门拍摄了《1993 小学数学奥林匹克总决赛》的教学电视片，许乃英、吴建等同志为此付出了辛勤劳动，谨向他们表示衷心的感谢。

匆促编写成，缺点和错误恐难免，欢迎批评指正。

裘宗沪

1993 年 12 月

目 录

前言	裘宗沪 (1)
----------	-----------

1993 小学数学奥林匹克总决赛试题与解析

计算竞赛	(2)
总决第一试	(5)
总决第二试	(17)
接力赛预赛	(28)
接力赛决赛 (甲组)	(35)
接力赛决赛 (乙组)	(41)
接力赛决赛 (丙组)	(48)

帮你参加总决赛

第一讲 算得巧	朱小音 (54)
第二讲 “牛吃草”问题	裘宗沪 (64)
第三讲 一些整数的整除特点	李文汉 (73)
第四讲 巧算图形面积	周春荔 (85)
第五讲 数学接力赛	吴建平 (107)

附录 1 1993 小学数学奥林匹克总决赛组织机构名单	(114)
-----------------------------------	---------

附录 2 1993 小学数学奥林匹克总决赛获奖名单 ...	(117)
-------------------------------	---------

附录 3 1993 小学数学奥林匹克初赛、决赛试题与答案	(130)
------------------------------------	---------

1993 小学数学奥林匹克总决赛

试题与解析

计 算 竞 赛

(1993 年 8 月 5 日上午 8 : 30—9 : 30)

1. $91.5 + 88.8 + 90.2 + 270.4 + 89.6 + 186.7 + 91.8 =$

2. $123 + 234 + 345 - 456 + 567 + 678 + 789 - 890 =$

3. $1993 - 1 + 2 - 3 + 4 - 5 + \cdots + 1948 - 1949 =$

4. $93 + 87 + 88 + 79 + 100 + 62 + 75 + 95 + 85 + 69 + 72 + 98 + 89 + 77 + 54 + 75 + 92 + 85 + 83 + 76 + 65 + 60 + 79 + 86 + 100 + 49 + 97 + 97 + 80 + 78 =$

5. $0.0625 + 0.125 + 0.1875 + 0.25 + 0.3125 + 0.375 + 0.4375 + 0.5 + 0.5625 + 0.625 + 0.6875 + 0.75 + 0.8125 + 0.875 + 0.9375 =$

6. $\left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right) + \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{5}\right) + \left(\frac{1}{7} - \frac{1}{10}\right) + \left(\frac{1}{14} - \frac{1}{15}\right) + \left(\frac{1}{28} - \frac{1}{30}\right) =$

7. $2 + \{3 + [4 + (5 + 6) \times 7] \times 8\} \times 9 =$

8. $23.42 + 46.84 \times 0.5378 \times \frac{1}{4} + 0.5378 \times 46.84$
 $\times 0.75 - 8 \times 46.84 \times 0.125 \times 0.5378 =$
9. $641 \times 6700417 =$
10. $0.3125 \times 457.83 \times 32 =$
11. $69316.931 \div 69.31 =$
12. $0.1 \times 0.2 \times 0.3 \times \cdots \times 0.9 =$
13. $0.225 \times 0.335 + 0.335 \times 0.775 + 0.775 \times$
 $0.225 =$
14. $3367 \times 3367 + 3456 \times 3456 - 4825 \times 4825 =$
15. $\left(1 - \frac{1}{3}\right) \times \left(1 - \frac{1}{5}\right) \times \left(1 - \frac{1}{7}\right) \times \left(1 - \frac{1}{9}\right) \times$
 $\left(1 - \frac{1}{11}\right) \times \left(1 - \frac{1}{13}\right) \times \left(1 - \frac{1}{15}\right) =$
16. $246 \times \frac{321963}{123369} =$
17. $\frac{8}{9} - \frac{7}{8} + \frac{6}{7} - \frac{5}{6} + \frac{4}{5} - \frac{3}{4} + \frac{2}{3} - \frac{1}{2} =$
18. $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{31} + \frac{1}{62} + \frac{1}{124} + \frac{1}{248} + \frac{1}{496} =$
19. $17.5 + 17.5 \times 1 \frac{4}{5} \div \left(\frac{3}{10} - 0.06\right) =$
20. $2 \frac{6209}{10013} \times \frac{10693}{22869} \div \frac{33337}{10602} =$
21. $\frac{10}{13} \div 2 \frac{19}{22} - 1 \frac{2}{5} \times \frac{11}{13} \div 7 + \frac{1}{5} \times \frac{22}{63} =$
22. $\frac{18541 \times 18541 - 12709 \times 12709}{13500} =$

$$23. \frac{1}{7 + \frac{1}{15 + \frac{1}{71 + \frac{1}{292}}}} =$$

$$24. \frac{2}{3 - \frac{7}{2\frac{1}{3} \times 4 + \frac{7}{3}}} =$$

$$25. \frac{\left(\frac{1}{3} + \frac{1}{2} \times \left(\frac{3}{4} - \frac{1}{3} \right) \right) \times 1.5}{\frac{1}{2} \times \left(\frac{3}{4} - \frac{1}{3} \right)} =$$

计算竞赛试题答案

1. 909; 2. 1390; 3. 1018; 4. 2425;

5. 7.5; 6. $\frac{4}{15}$; 7. 5861; 8. 23.42; 9.

4294967297; 10. 4578.3; 11. 1001.1; 12.

$\frac{567}{1562500}$; 13. $\frac{163}{320}$; 14. 0; 15. $\frac{2048}{6435}$; 16.

642; 17. $\frac{641}{2520}$; 18. $\frac{15}{16}$; 19. 148.75; 20.

$\frac{30}{77}$; 21. $\frac{11}{65}$; 22. 13500; 23. $\frac{311287}{2199742}$; 24.

$\frac{5}{6}$; 25. 3.9。

总决第一试

(1993年8月5日下午2:30—3:30)

1. 三条边长分别为5厘米、12厘米、13厘米的直角三角形如图1。将它的短直角边对折到斜边上去与斜边相重合如图2, 那么, 图2中阴影部分(即未被盖住部分)的面积是_____平方厘米。

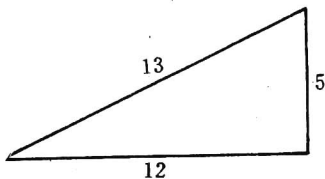


图 1

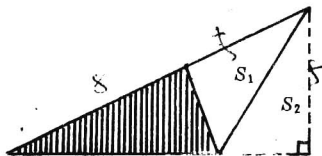


图 2

解 图(1)中三角形的面积等于

$$\frac{1}{2} \times 5 \times 12 = 30 \text{ (平方厘米)}$$

折叠后, 在图(2)中有下面两组关系:

$$S_1 = S_2 \text{ 和 } S_1 + S_2 + S_{\text{阴影}} = 30 \text{ 平方厘米}$$

面积是 S_1 的三角形与阴影三角形的高相同，于是 $S_1 : S_{\text{阴影}} = 5 : 8$ ，进而

$$S_1 : S_2 : S_{\text{阴影}} = 5 : 5 : 8$$

故 $S_{\text{阴影}} = 30 \times \frac{8}{5+5+8} = \frac{40}{3}$ (平方厘米)

注 这是一个比较简单的面积问题，解决这个问题要注意两点：第一、图形经过翻折以后面积仍然保持不变；第二、两个三角形的高如果相同（或相等）的话，那么面积的比就等于它们的底的比，一般地，在图 3 中：

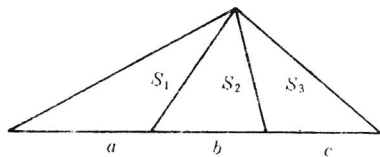


图 3

$$S_1 : S_2 : S_3 = a : b : c$$

2. 一个分数，如果分母减 2，约分后是 $\frac{3}{4}$ ，如果分母加 9，约分后是 $\frac{5}{7}$ 。那么，原来的分数是 _____。

解 题中的说法可以简化为下面的关系：

$$\frac{3}{4} \xleftarrow[\text{约分}]{\text{分母减 2}} \boxed{\text{原分数}} \xrightarrow[\text{约分}]{\text{分母加 9}} \frac{5}{7}$$

$\frac{3}{4}$ 和 $\frac{5}{7}$ 在约分前的两个分数的分子相同，分母相差 11。

下面采用逐步“通分子”的办法寻找约分前的两个分数。

$$\frac{3}{4} = \frac{3 \times 5}{4 \times 5} = \frac{15}{20}$$

$$\frac{5}{7} = \frac{5 \times 3}{7 \times 3} = \frac{15}{21}$$

这时两分数 $\frac{15}{20}$ 和 $\frac{15}{21}$ 的分子相同，分母差 1，再由

$$\frac{15}{20} = \frac{15 \times 11}{20 \times 11} = \frac{165}{220}$$

$$\frac{15}{21} = \frac{15 \times 11}{21 \times 11} = \frac{165}{231}$$

可知约分前的两个分数是 $\frac{165}{220}$ 和 $\frac{165}{231}$ ，从而原分数应该是 $\frac{165}{222}$ 。

注 处理分数问题，通分母是十分普遍的技巧，而本题的方法却是以分子的讨论为突破口，采用了“通分子”的手段。

3. 一个有弹性的球从 A 点落下到地面，弹起到 B 点后又落下到高 20 厘米的平台上，再弹起到 C 点，最后落下到地面（如图 4）。每次弹起的高度都是落下高度的 80%，已知 A 点离地面比 C 点离地面高出 68 厘米，那么 C 点离地面的高度是_____厘米。

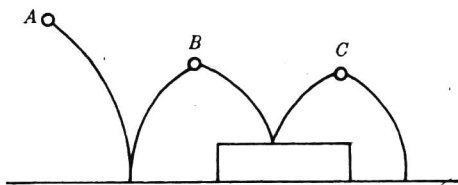


图 4

解 设 A 点到地面的距离是 H 厘米, 根据题意, 球从 A 点到 B 点下落的距离是 $H \times 20\% = 0.2H$ 厘米, 这样 B 点到地面的距离就是 $0.8H$ 厘米。由于球是从 B 点下落到高 20 厘米的平台上再弹起到 C 点, 因此球从 B 点到 C 点下落的距离是

$$(0.8H - 20) \times 20\% \text{ 厘米}$$

于是这两段共下落了 68 厘米, 即

$$0.2H + (0.8H - 20) \times 20\% = 68$$

经过计算可知 $H = 200$ 厘米, 这样 C 点离地面的高度是 $200 - 68 = 132$ (厘米)。

4. 一个圆柱体的容器内, 放有一个长方体铁块。现在打开一个水龙头往容器中注水, 3 分钟时, 水恰好没过长方体的顶面, 又过了 18 分钟, 水灌满容器。已知容器的高度是 50 厘米, 长方体的高度是 20 厘米, 那么 $\frac{\text{长方体底面面积}}{\text{容器底面面积}} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

解 根据题目的已知条件, 灌满 30 厘米高的圆柱

体容器需要 18 分钟，于是灌满 20 厘米高的圆柱体容器需要 12 分钟，实际用了 3 分钟，这显然是受了高为 20 厘米的长方体铁块的影响，说明长方体铁块的体积占去“9 分钟”，从而有

$$\begin{aligned}\frac{\text{长方体底面面积}}{\text{容器底面面积}} &= \frac{\text{长方体体积}}{\text{容器体积}} \\ &= \frac{9}{12} \\ &= \frac{3}{4}\end{aligned}$$

注 这里利用了一条与第 1 题十分类似的性质，两个三角形的高一样时，它们的面积比就等于它们的底的比；同样的，两个立体图形的高一样时，它们的体积的比等于它们的底面面积的比。

5. 有 30 个贰分硬币和 8 个伍分硬币，用这些硬币不能构成的 1 分到 1 元之间的币值有_____种。

解 注意到所有 38 枚硬币的总币值恰好是 100 分（即一元），于是除了 50 分和 100 分外，其它 98 种币值就可以两两配对了，即

$$\begin{aligned}(1, 99); (2, 98); (3, 97); \\ (4, 96); \dots; (49, 51).\end{aligned}$$

每一对币值中有一个可用若干个贰分和伍分硬币构成，则另一个也一定可以，显然 50 分和 100 分的币值