



普通高等教育“十一五”国家级规划教材配套用书



# 数字电子技术基础 学习指导及习题解答

● 王美玲 主编



机械工业出版社  
CHINA MACHINE PRESS

普通高等教育“十一五”国家级规划教材配套用书

# 数字电子技术基础 学习指导及习题解答

主 编 王美玲  
参 编 肖 烜 金 锋 江泽民

机械工业出版社

本书为李庆常主编的《数字电子技术基础（第3版）》的配套教材。本书对主教材各章的重点内容、常见类型题进行了归纳和总结，对主教材中的习题做了详细的分析和解答，并编写了两套综合测试题，使读者能全面地了解和掌握教材的整体内容。

本书具有如下特点：①力求全面概括和总结“数字电子技术基础”课程的基本内容及典型例题，可配合各种不同的教材，适合不同的院校需求；②为提高读者分析和解决问题的能力，对例题及习题从解题思路和方法上都做了较全面的分析；③综合测试题选自近年来不同院校的试卷，能够帮助读者全面掌握整个课程的知识。

本书可作为本科生“数字电子技术基础”课程的辅导教材，还可供报考硕士研究生的读者复习使用。

## 图书在版编目（CIP）数据

数字电子技术基础学习指导及习题解答/王美玲主编. —北京：机械工业出版社，2012.7

普通高等教育“十一五”国家级规划教材配套用书

ISBN 978-7-111-38962-0

I. ①数… II. ①王… III. ①数字电路—电子技术—高等学校—教学参考资料 IV. ①TN79

中国版本图书馆 CIP 数据核字（2012）第 139833 号

机械工业出版社（北京市百万庄大街 22 号 邮政编码 100037）

策划编辑：贡克勤 责任编辑：贡克勤 徐凡

版式设计：霍永明 责任校对：陈越

封面设计：张静 责任印制：杨曦

北京中兴印刷有限公司印刷

2012 年 10 月第 1 版第 1 次印刷

184mm×260mm·11.75 印张·285 千字

标准书号：ISBN 978-7-111-38962-0

定价：24.00 元

凡购本书，如有缺页、倒页、脱页，由本社发行部调换

电话服务

网络服务

社服务中心：(010)88361066 教材网：<http://www.cmpedu.com>

销售一部：(010)68326294 机工官网：<http://www.cmpbook.com>

销售二部：(010)88379649 机工官博：<http://weibo.com/cmp1952>

读者购书热线：(010)88379203 封面无防伪标均为盗版

# 前 言

本书是为配合李庆常主编的《数字电子技术基础》教材（机械工业出版社2008年1月第3版）的使用而编写的。本书对各章的重点内容、常见类型题进行了归纳和总结，对教材中的习题做了详细的分析和解答，并编写了两套综合测试题，以方便读者更为全面地了解 and 掌握主教材的整体内容。

本书的结构、内容及编写特点如下：

1) 各章节内容安排及名称与主教材相对应。第2~9章均由两节组成，第1节为“重点内容及例题详解”，第2节为“习题解答”。最后一部分为综合测试题及参考答案。

2) 本书可以配合各种不同的教材，适用于不同的院校，力求全面概括和总结“数字电子技术基础”课程的重点内容及典型例题。

3) 为提高读者分析和解决问题的能力，对例题及习题从解题思路和方法上都做了较全面的分析，使读者深刻领会概念的实质并开拓解题思路。

4) 综合测试题多数选自近年来不同院校本科生的期末考试以及北京理工大学研究生入学考试的试题，每套试题的完成时间控制在120~150分钟，读者可以根据参考答案进行自我测评，了解自己各方面知识的掌握情况，从而帮助读者全面掌握整个课程的知识内容和学习要求。

5) 本书既可作为“数字电子技术基础”课程的辅助用书，也可以供报考硕士研究生的读者复习使用。

本书由北京理工大学王美玲主编，负责全书的组织、安排及统稿。其中第1、2、8、9章及综合测试题部分由王美玲编写，第3、4章由江泽民编写，第5、6章由金锋编写，第7章由肖焜编写。肖焜在习题答案的修订等方面做了很多工作。

书中部分习题的解答参考了过去机电部高校电子技术课程协作组编写的《数字电子技术教师手册》，并做了大量的修改和补充。由于作者水平有限，书中难免有错误及不妥之处，敬请读者批评指正。

编 者



## 前言

|                                     |    |
|-------------------------------------|----|
| <b>第 1 章 数字电路概述</b> .....           | 1  |
| 1.1 数字信号与模拟信号 .....                 | 1  |
| 1.2 数字信号的表示方法 .....                 | 1  |
| 1.3 电路测试和故障排除 .....                 | 1  |
| 1.4 数字电路 EDA 仿真分析与设计 .....          | 1  |
| 1.5 数字电子技术基础知识结构 .....              | 2  |
| <b>第 2 章 逻辑代数及其化简</b> .....         | 3  |
| 2.1 重点内容及例题详解 .....                 | 3  |
| 2.1.1 计数制与编码 .....                  | 3  |
| 2.1.2 逻辑代数基础 .....                  | 3  |
| 2.1.3 逻辑函数常用的描述方法及相互间的转换 .....      | 6  |
| 2.1.4 逻辑函数的简化 .....                 | 6  |
| 2.1.5 具有无关项逻辑函数的化简 .....            | 7  |
| 2.1.6 用 EDA 2001 进行逻辑函数的化简与变换 ..... | 7  |
| 2.1.7 例题详解 .....                    | 7  |
| 2.2 习题解答 .....                      | 12 |
| <b>第 3 章 集成逻辑门电路</b> .....          | 26 |
| 3.1 重点内容及例题详解 .....                 | 26 |
| 3.1.1 半导体二极管门电路 .....               | 26 |
| 3.1.2 TTL 集成门电路 .....               | 26 |
| 3.1.3 CMOS 门电路 .....                | 28 |
| 3.1.4 例题详解 .....                    | 30 |
| 3.2 习题答案 .....                      | 35 |
| <b>第 4 章 组合逻辑电路</b> .....           | 46 |
| 4.1 重点内容及例题详解 .....                 | 46 |
| 4.1.1 组合逻辑电路的分析 .....               | 46 |
| 4.1.2 组合逻辑电路的设计 .....               | 46 |

|                                       |            |
|---------------------------------------|------------|
| 4.1.3 常用中规模组合逻辑电路 .....               | 48         |
| 4.1.4 组合逻辑电路中的竞争和冒险 .....             | 50         |
| 4.1.5 例题详解 .....                      | 51         |
| 4.2 习题答案 .....                        | 54         |
| <b>第 5 章 触发器 .....</b>                | <b>77</b>  |
| 5.1 重点内容及例题详解 .....                   | 77         |
| 5.1.1 几种触发器的逻辑功能与描述 .....             | 77         |
| 5.1.2 触发器的互相转换 .....                  | 79         |
| 5.1.3 例题详解 .....                      | 80         |
| 5.2 习题解答 .....                        | 83         |
| <b>第 6 章 时序逻辑电路 .....</b>             | <b>95</b>  |
| 6.1 重点内容及例题详解 .....                   | 95         |
| 6.1.1 时序逻辑电路的分析方法 .....               | 95         |
| 6.1.2 常用中规模时序逻辑电路 .....               | 95         |
| 6.1.3 时序逻辑电路的设计 .....                 | 97         |
| 6.1.4 异步时序逻辑电路的设计 .....               | 98         |
| 6.1.5 例题详解 .....                      | 98         |
| 6.2 习解答题 .....                        | 103        |
| <b>第 7 章 脉冲波形的产生与整形 .....</b>         | <b>128</b> |
| 7.1 重点内容及例题详解 .....                   | 128        |
| 7.1.1 集成 555 定时器 .....                | 128        |
| 7.1.2 波形变换电路 .....                    | 128        |
| 7.1.3 多谐振荡器 .....                     | 130        |
| 7.1.4 例题详解 .....                      | 131        |
| 7.2 习题解答 .....                        | 133        |
| <b>第 8 章 半导体存储器 and 可编程逻辑器件 .....</b> | <b>141</b> |
| 8.1 重点内容及例题详解 .....                   | 141        |
| 8.1.1 半导体存储器 .....                    | 141        |
| 8.1.2 可编程逻辑器件 .....                   | 142        |
| 8.1.3 例题详解 .....                      | 142        |
| 8.2 习题解答 .....                        | 145        |
| <b>第 9 章 A/D 转换与 D/A 转换 .....</b>     | <b>156</b> |
| 9.1 重点内容及例题详解 .....                   | 156        |
| 9.1.1 D/A 转换 .....                    | 156        |
| 9.1.2 A/D 转换 .....                    | 157        |
| 9.1.3 例题详解 .....                      | 157        |
| 9.2 习题解答 .....                        | 160        |

|                    |     |
|--------------------|-----|
| <b>综合测试题</b> ..... | 165 |
| 试卷 1 .....         | 165 |
| 试卷 1 参考答案 .....    | 169 |
| 试卷 2 .....         | 172 |
| 试卷 2 参考答案 .....    | 175 |
| <b>参考文献</b> .....  | 179 |

# 第 1 章 数字电路概述

## 1.1 数字信号与模拟信号

在电子电路中产生、传递、加工和处理的信号可分为模拟信号和数字信号两大类。模拟信号在时间和数值上都是连续的，即对应于任意时间均有确定的电流或电压值，并且其幅值是连续的；数字信号在时间和数值上是离散的，或者说的不连续的，且其数值的变化都是某个最小量值的整数倍。

处理数字信号的电路称为数字电路，处理模拟信号的电路称为模拟电路。数字电路与模拟电路相比较，具有以下特点：一般采用二进制，易实现，易复制；抗干扰能力强；可编程性强；便于长期存储，使用方便；保密性好。

## 1.2 数字信号的表示方法

数字信号的表示采用二值逻辑，即逻辑 0 和逻辑 1。数字电路中，常采用高低两种逻辑电平代表逻辑 1 和逻辑 0 两种逻辑状态。不同工艺的数字集成电路具有不同的逻辑电平标准。

## 1.3 电路测试和故障排除

故障排除是指系统地隔离、辨识及定位电路和系统故障的技术。在进行故障排除时，需对电路进行测试，并进行故障诊断。故障诊断是一种了解和掌握设备在使用过程中的状态的技术，以确定其整体或局部是否正常，早期发现故障及其原因将能预报故障发展趋势。在诊断过程中，必须利用被诊断对象表现出来的各种有用信息，经过适当的处理和分析，做出正确的诊断结论。

电路的测试可以用图 1-1 所示的组成框图来描述。

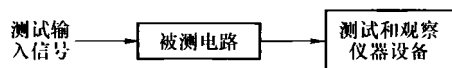


图 1-1 电路测试组成框图

在数字电路的故障排除和测试中经常用到的仪器设备有：万用表、示波器、逻辑分析仪、逻辑笔和信号发生器等。

要成功地排除故障，首先必须了解电路的工作原理，并能辨识出错误现象。故障排除的方法有直接观察法、参数测试法、信号跟踪法、部件替换法、断路法和短路法等。

## 1.4 数字电路 EDA 仿真分析与设计

仿真分析是指使用计算机对所设计电路的结构和行为进行预测，仿真器以文本或波形图等形式给出电路的输出，以便设计者分析系统，修改系统设计。仿真分析将缩短产品的研发



周期，加快产品的上市速度，节约成本，将风险提前释放。

EDA (Electronic Design Automation, 电子设计自动化) 技术是指以计算机为工作平台, 融合电子技术、计算机技术、智能化技术的最新成果而开发出的电子 CAD (Computer Aided Design) 通用软件包, 它根据硬件描述语言 (Hardware Description Language, HDL) 完成的设计文件, 自动完成逻辑化简、分割、综合、优化、布局布线及仿真, 直至完成对于特定目标芯片的适配编译、逻辑映射和编程下载等工作。EDA 仿真软件已有很多种, 常用的有 PSpice 和 Electronics Workbench EDA (EWB) 等。

## 1.5 数字电子技术基础知识结构

数字电子技术基础一般包括逻辑代数及其化简、集成逻辑门电路、组合逻辑电路、触发器、时序逻辑电路、脉冲波形的产生与整形、半导体存储器和可编程逻辑器件、A/D 转换与 D/A 转换几大部分。其知识结构框图如图 1-2 所示。

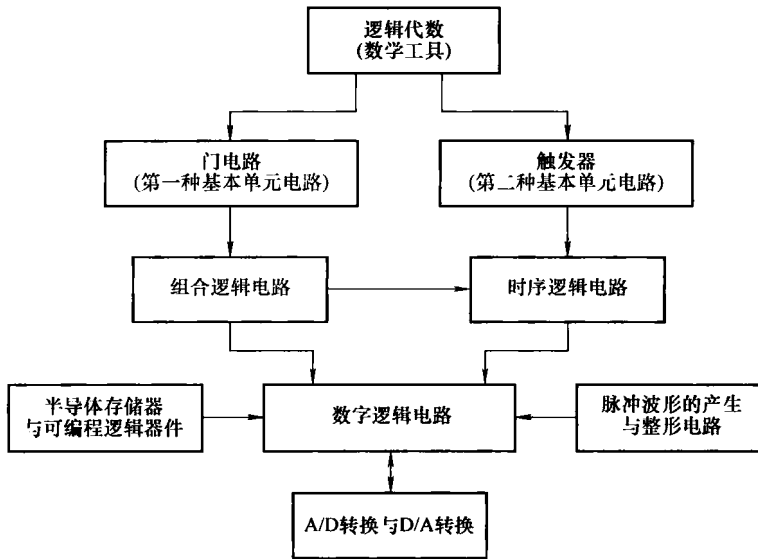


图 1-2 数字电子技术基础知识结构框图

## 第 2 章 逻辑代数及其化简

### 2.1 重点内容及例题详解

#### 2.1.1 计数制与编码

任何数通常都可以用两种不同的方法来表示：一种是按其“值”表示，即选定某种“数制”表示数的值；另一种是按“形”表示，即用代码表示数的值。按“形”表示一个数时，先要确定编码规则，然后按此编码规则编出代码，并给代码赋予一定的含义，这就是所谓的“编码”。

在数字电路中常采用的数制包括二进制、十进制和十六进制等。

数字电路的码制常用二-十进制码，也叫做 BCD 码，就是用 4 位二进制数组成的代码来表示 1 位十进制数。常用的 BCD 编码有 8421 码、5421 码、2421 码、余 3 码、余 3 循环码以及格雷码等，8421 码、5421 码和 2421 码为有权码，余 3 码、余 3 循环码和格雷码为无权码，如表 2-1 所示。

表 2-1 常用的几种二-十进制编码

| 十进制数 \ 编码种类 | 8421 码 | 2421A 码 | 2421B 码 | 5421 码 | 余 3 码 | 余 3 循环码 | 格雷码  |
|-------------|--------|---------|---------|--------|-------|---------|------|
| 0           | 0000   | 0000    | 0000    | 0000   | 0011  | 0010    | 0000 |
| 1           | 0001   | 0001    | 0001    | 0001   | 0100  | 0110    | 0001 |
| 2           | 0010   | 0010    | 0010    | 0010   | 0101  | 0111    | 0011 |
| 3           | 0011   | 0011    | 0011    | 0011   | 0110  | 0101    | 0010 |
| 4           | 0100   | 0100    | 0100    | 0100   | 0111  | 0100    | 0110 |
| 5           | 0101   | 0101    | 1011    | 1000   | 1000  | 1100    | 0111 |
| 6           | 0110   | 0110    | 1100    | 1001   | 1001  | 1101    | 0101 |
| 7           | 0111   | 0111    | 1101    | 1010   | 1010  | 1111    | 0100 |
| 8           | 1000   | 1110    | 1110    | 1011   | 1011  | 1110    | 1100 |
| 9           | 1001   | 1111    | 1111    | 1100   | 1100  | 1010    | 1101 |
| 权           | 8421   | 2421    | 2421    | 5421   | 无     | 无       | 无    |

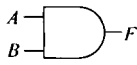

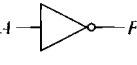
#### 2.1.2 逻辑代数基础

逻辑代数用于研究二值变量的运算规律，其变量的取值只能是 0 和 1。逻辑代数中的 0 和 1 代表了矛盾和对立的两个方面，如开关的闭合与断开、一件事情的是与非和真与假、信号的有和无、电平的高和低等。

逻辑代数的基本运算包括与、或、非 3 种运算。“某个事件要发生可能需要多个条件，只有当所有的条件都具备之后，此事件才发生”，这种逻辑关系称为逻辑与，实现逻辑与运算的单元电路叫做与门；“在决定一事件发生的多个条件中，只要有一个条件满足，此事件就会发生”，这种逻辑关系称为逻辑或，实现逻辑或运算的单元电路叫做或门；“当条件不具备时，事件才会发生”，这种逻辑关系称为逻辑非，实现逻辑非运算的单元电路叫做非门或反相器。



3 种基本逻辑运算的函数表达式、逻辑符号及其真值表如表 2-2 所示。

表 2-2 3 种基本逻辑运算函数表达式、逻辑符号及其真值表

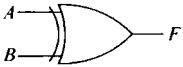

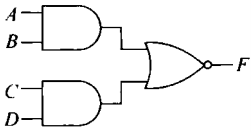
| 逻辑运算 | 函数表达式         | 逻辑符号  | 真值表 |   |   |
|------|---------------|---|-----|---|---|
|      |               |   | A   | B | F |
| 与    | $F=A \cdot B$ |    | 0   | 0 | 0 |
|      |               |   | 0   | 1 | 0 |
|      |               |   | 1   | 0 | 0 |
|      |               |   | 1   | 1 | 1 |
| 或    | $F=A+B$       |    | 0   | 0 | 0 |
|      |               |   | 0   | 1 | 1 |
|      |               |   | 1   | 0 | 1 |
|      |               |   | 1   | 1 | 1 |
| 非    | $F=\bar{A}$   |  | 0   | 1 |   |
|      |               |   | 1   | 0 |   |
|      |               |   | 1   | 0 |   |

由 3 种基本逻辑运算可以组合成多种复合逻辑运算，常用复合逻辑运算包括与非、或非、与或非、异或以及同或等，其函数表达式、逻辑符号及其真值表如表 2-3 所示。

表 2-3 常用复合逻辑运算函数表达式、逻辑符号及其真值表

| 逻辑运算 | 函数表达式              | 逻辑符号  | 真值表 |   |   |
|------|--------------------|---|-----|---|---|
|      |                    |   | A   | B | F |
| 与非   | $F=\overline{AB}$  |  | 0   | 0 | 1 |
|      |                    |   | 0   | 1 | 1 |
|      |                    |   | 1   | 0 | 1 |
|      |                    |   | 1   | 1 | 0 |
| 或非   | $F=\overline{A+B}$ |  | 0   | 0 | 1 |
|      |                    |   | 0   | 1 | 0 |
|      |                    |   | 1   | 0 | 0 |
|      |                    |   | 1   | 1 | 0 |

(续)

| 逻辑运算 | 函数表达式                | 逻辑符号   | 真值表 |   |   |   |   |
|------|----------------------|--|-----|---|---|---|---|
| 异或   | $F=A\oplus B$        |   | A   | B | F |   |   |
|      |                      |  | 0   | 0 | 0 |   |   |
|      |                      |  | 0   | 1 | 1 |   |   |
|      |                      |  | 1   | 0 | 1 |   |   |
|      |                      |  | 1   | 1 | 0 |   |   |
| 同或   | $F=A\odot B$         |   | A   | B | F |   |   |
|      |                      |  | 0   | 0 | 1 |   |   |
|      |                      |  | 0   | 1 | 0 |   |   |
|      |                      |  | 1   | 0 | 0 |   |   |
|      |                      |  | 1   | 1 | 1 |   |   |
| 与或非  | $F=\overline{AB+CD}$ |  | A   | B | C | D | F |
|      |                      |  | 0   | 0 | 0 | 0 | 1 |
|      |                      |  | 0   | 0 | 0 | 1 | 1 |
|      |                      |  | 0   | 0 | 1 | 0 | 1 |
|      |                      |  | 0   | 0 | 1 | 1 | 0 |
|      |                      |  | 0   | 1 | 0 | 0 | 1 |
|      |                      |  | 0   | 1 | 0 | 1 | 1 |
|      |                      |  | 0   | 1 | 1 | 0 | 1 |
|      |                      |  | 0   | 1 | 1 | 1 | 0 |
|      |                      |  | 1   | 0 | 0 | 0 | 1 |
|      |                      |  | 1   | 0 | 0 | 1 | 1 |
|      |                      |  | 1   | 0 | 1 | 0 | 1 |
|      |                      |  | 1   | 0 | 1 | 1 | 0 |
|      |                      |  | 1   | 1 | 0 | 0 | 0 |
|      |                      |  | 1   | 1 | 0 | 1 | 0 |
| 1    | 1                    | 1  | 0   | 0 |   |   |   |
| 1    | 1                    | 1  | 1   | 0 |   |   |   |

逻辑代数基本公式如表 2-4 所示。

表 2-4 逻辑代数基本公式

| 序号 | 定律   | 表达式                                   |                                      |
|----|------|---------------------------------------|--------------------------------------|
| 1  | 0、1律 | $0+A=A$                               | $0\cdot A=0$                         |
|    |      | $1+A=1$                               | $1\cdot A=A$                         |
| 2  | 重叠律  | $A+A=A$                               | $A\cdot A=A$                         |
| 3  | 互补律  | $A+\bar{A}=1$                         | $A\cdot\bar{A}=0$                    |
| 4  | 交换律  | $A+B=B+A$                             | $A\cdot B=B\cdot A$                  |
| 5  | 结合律  | $(A+B)+C=A+(B+C)$                     | $(A\cdot B)\cdot C=A\cdot(B\cdot C)$ |
| 6  | 分配律  | $A\cdot(B+C)=A\cdot B+A\cdot C$       | $A+B\cdot C=(A+B)(A+C)$              |
| 7  | 反演律  | $\overline{A\cdot B}=\bar{A}+\bar{B}$ | $\overline{A+B}=\bar{A}\cdot\bar{B}$ |
| 8  | 还原律  | $\overline{\bar{A}}=A$                |                                      |

逻辑代数常用公式如表 2-5 所示。

表 2-5 逻辑代数常用公式

| 序号 | 定律  | 表 达 式                        |  |
|----|-----|------------------------------|--|
| 1  | 吸收律 | $A+AB=A$<br>$A+\bar{A}B=A+B$ | $A(A+B)=A$<br>$AB+\bar{A}C+BC=AB+\bar{A}C$ |
| 2  | 结合律 | $AB+A\bar{B}=A$              | $(A+B)\cdot(A+\bar{B})=A$                  |

逻辑代数的基本规则包括代入规则、反演规则和对偶规则。代入规则是指对于任意逻辑等式，如果将式中的某一变量用其他变量或逻辑函数替换，则此等式仍然成立。反演规则是指对于一个逻辑函数式，如果将式中的逻辑与“ $\cdot$ ”换成逻辑或“ $+$ ”，逻辑或“ $+$ ”换成逻辑与“ $\cdot$ ”；将“0”换成“1”，“1”换成“0”；将原变量换成反变量，反变量换成原变量，则得到的结果就是原函数的反函数。反演规则的熟练使用非常有利于逻辑函数式的化简。但在使用反演规则时，求函数的反函数与利用其对逻辑函数进行化简的处理方法就不尽相同，求反函数时不属于单个变量的反号（非运算）不能去掉，而化简时则应使化简过程尽量简单，详见后面的实例。对偶规则是指对于一个逻辑函数式，如果将式中的逻辑与“ $\cdot$ ”换成逻辑或“ $+$ ”，逻辑或“ $+$ ”换成逻辑与“ $\cdot$ ”；将“0”换成“1”，“1”换成“0”，则得到的结果是原函数的对偶式。若两逻辑函数式相等，其对偶式也相等。

### 2.1.3 逻辑函数常用的描述方法及相互间的转换

逻辑函数常用的描述方式有表达式、真值表、卡诺图、逻辑图和波形图等。

表达式是由逻辑变量和逻辑运算符组成，用于表示逻辑变量之间逻辑关系的式子。

真值表是用来反映输入变量所有取值组合及其对应输出变量取值的表格。

卡诺图是将逻辑变量分成横竖两组，并分别列出各组变量的所有取值组合，构成一个 $2^n$ （ $n$ 变量逻辑函数）个方格的图形，图形中的每一个方格对应变量的一个取值组合。画卡诺图时需要注意的是，逻辑上具有相邻性的单元在几何位置上也应相邻。

逻辑函数的不同描述方法之间可以进行转换。

### 2.1.4 逻辑函数的简化

化简逻辑函数可以简化电路，节省器件，降低成本，提高系统的可靠性。常用的逻辑函数的最简表达式有与或表达式和或与表达式两种。与或式的最简标准是：①包含的与项个数最少（也就是说所用或门的输入端数最少）；②各与项中包含的变量个数最少（也就是说各与门的输入端数最少）。或与式的最简标准是：①包含的或项个数最少（也就是说所用与门的输入端数最少）；②各或项中包含的变量个数最少（也就是说各或门的输入端数最少）。

常用的化简方法包括公式法和卡诺图法。

公式法化简逻辑函数就是通过反复运用逻辑代数的基本公式和常用公式，消去与或逻辑函数式中多余的乘积项和每个乘积项中多余的变量，以求得到逻辑函数表达式的最简形式。将表达式化简为最简与或式时，如果表达式不为与或式，则需要利用分配律等基本公式或反演规则将其转换为与或式，然后再进一步化简。

用公式法化简逻辑函数时，一方面，不仅要熟记逻辑代数的基本公式和常用公式，而且还需要有熟练的运算技巧；另一方面，经过化简后的逻辑函数是否是最简或最佳表达式，有

时也难以确定。

与公式法化简相比，应用卡诺图化简逻辑函数则简捷直观、灵活方便，并且容易确定是否已得到最简结果。但是，当逻辑函数的变量数多于 6 个时，卡诺图中小方格的相邻性已很难确定，使用此方法则不太方便。

用卡诺图化简逻辑函数的步骤如下：

- 1) 画卡诺图。根据逻辑函数中的变量数，画出相应的卡诺图。
- 2) 用卡诺图表示逻辑函数。将逻辑函数转换成与或式，凡在逻辑函数中包含的最小项，在其卡诺图相应的小方格中填入 1，逻辑函数的无关项在卡诺图对应方格中填入  $\phi$  或  $\times$ 。
- 3) 合并最小项。将相邻的  $2^k$  个为 1 的小方格圈在一起（如果无关项圈入会使圈入最小项的个数更多则将其圈入，否则不圈），画图时要将尽可能多的小方格圈在一起，圈画得越大，消去的变量就越多；所画的圈内都必须至少包含一个未被其他圈圈过的最小项，否则所得的乘积项是冗余项；所画的圈必须是矩形。化简过程中，一般遵循先画大圈，最后画孤立单个的小方格的基本原则。
- 4) 根据所画的圈写出相应的乘积项，将各乘积项进行相或，便可得到化简后的逻辑函数的最简与或表达式。

需要说明的是，逻辑函数化简后的结果不唯一，但是表达式中所含或项和与项因子的个数是一致的。

### 2.1.5 具有无关项逻辑函数的化简

通常将任意项和约束项统称为无关项。输入变量某些取值的组合根本不存在，或者某些取值的组合确实存在，但它的存在对逻辑函数的输出没有任何影响，将这些取值组合所对应的最小项称为任意项；输入变量某些取值的组合实际存在，但对逻辑函数来讲是不允许出现的，如果由于某种原因（如外界的干扰）出现了，它将会导致逻辑函数的输出混乱，这样取值的组合所对应的最小项，叫做约束项。

无关项可以采用两种方式来表示，例如， $\Sigma\phi(4, 5, 13, 15) = 0$  或者  $\overline{A}B\overline{C} + ABD = 0$ ，如果第一种方式的变量为  $A, B, C, D$ （其中  $A$  为高位端），则两者都表明  $\overline{A}B\overline{C}\overline{D}, \overline{A}B\overline{C}D, AB\overline{C}\overline{D}, ABCD$  这 4 个最小项为无关项，化简时如果加入此 4 个最小项的一部分或者全部使得表达式更简化，则加入相应的无关项；否则不加入。

### 2.1.6 用 EDA 2001 进行逻辑函数的化简与变换

通过 EDA 工具中的“逻辑转换器”可以很容易地完成逻辑函数的化简和转换。当完成逻辑函数真值表的输入后，便可由真值表得到逻辑函数的标准与或式（最小项之和的形式）及其最简与或式，并且还可将这些表达式转换成电路图形式，比如与非-与非式等。

### 2.1.7 例题详解

**例 2-1** 逻辑函数建立及逻辑函数不同描述方法之间的转换。

设计一个四舍五入电路，要求：当输入的十进制数值大于 4 时，输出为 1，否则为 0。

**解：**首先，进行逻辑抽象，假定输入的十进制数为  $ABCD$ ，输出为  $F$ ；然后，根据题意可得其真值表如表 2-6 所示，列真值表时要注意 4 个逻辑变量  $A, B, C, D$  共有 16 种组

合，而此题中输入的数为十进制，因此只取其中对应十进制的 0~9 的 10 种组合，其余 6 种组合则不会出现，因此为无关项。

表 2-6 例 2-1 真值表表示法

| ABCD    | F | ABCD    | F | ABCD    | F      | ABCD    | F      |
|---------|---|---------|---|---------|--------|---------|--------|
| 0 0 0 0 | 0 | 0 1 0 0 | 0 | 1 0 0 0 | 1      | 1 1 0 0 | $\phi$ |
| 0 0 0 1 | 0 | 0 1 0 1 | 1 | 1 0 0 1 | 1      | 1 1 0 1 | $\phi$ |
| 0 0 1 0 | 0 | 0 1 1 0 | 1 | 1 0 1 0 | $\phi$ | 1 1 1 0 | $\phi$ |
| 0 0 1 1 | 0 | 0 1 1 1 | 1 | 1 0 1 1 | $\phi$ | 1 1 1 1 | $\phi$ |

逻辑函数的描述方法有表达式、真值表、卡诺图、逻辑图和波形图等，表 2-6 为逻辑函数的一种表示方法——真值表。

#### (1) 真值表与卡诺图之间的相互转换

由表 2-6 可以直接得到其卡诺图：将真值表中  $F$  对应每个最小项的取值结果（如 0，1 或  $\phi$ ）填入卡诺图对应处，如图 2-1a 所示；通常取值为 0 的最小项省略，如图 2-1b 所示。

| AB \ CD | 00     | 01     | 11     | 10     |
|---------|--------|--------|--------|--------|
| 00      | 0      | 0      | 0      | 0      |
| 01      | 0      | 1      | 1      | 1      |
| 11      | $\phi$ | $\phi$ | $\phi$ | $\phi$ |
| 10      | 1      | 1      | $\phi$ | $\phi$ |

a)

| AB \ CD | 00     | 01     | 11     | 10     |
|---------|--------|--------|--------|--------|
| 00      |        |        |        |        |
| 01      |        | 1      | 1      | 1      |
| 11      | $\phi$ | $\phi$ | $\phi$ | $\phi$ |
| 10      | 1      | 1      | $\phi$ | $\phi$ |

b)

图 2-1 例 2-1 卡诺图表示法

由上述分析可知，卡诺图也可以很容易地转换为真值表。

#### (2) 真值表/卡诺图与表达式之间的相互转换

真值表转换为表达式的步骤为：首先，找出真值表中  $F$  取值为 1 的行，该行中各输入变量的取值组成  $F$  表达式中的与项，例如表 2-6 的第 6 行 ( $ABCD=1001$ )  $F$  取值为 1，对应  $ABCD$  的取值为 0101，将此项表示为  $\bar{A}B\bar{C}D$ ，表 2-6 中共有 5 行对应  $F$  取值为 1，其构成的与项分别为  $\bar{A}B\bar{C}D$ 、 $\bar{A}BC\bar{D}$ 、 $\bar{A}BCD$ 、 $A\bar{B}\bar{C}\bar{D}$  和  $A\bar{B}\bar{C}D$ ；然后，将所有与项进行或运算，则得到  $F$  的表达式为

$$F(A, B, C, D) = \bar{A}B\bar{C}D + \bar{A}BC\bar{D} + \bar{A}BCD + A\bar{B}\bar{C}\bar{D} + A\bar{B}\bar{C}D$$

由卡诺图得到逻辑表达式的方法雷同。

由真值表和卡诺图可以看出，此逻辑函数包含无关项，而得到的表达式却只包含了取值为 1 的最小项。由真值表和卡诺图可知，无关项对应的最小项为： $m_{10}$ 、 $m_{11}$ 、 $m_{12}$ 、 $m_{13}$ 、 $m_{14}$  和  $m_{15}$ 。用表达式表示为

$$A\bar{B}\bar{C}\bar{D} + A\bar{B}C\bar{D} + AB\bar{C}\bar{D} + AB\bar{C}D + ABC\bar{D} + ABCD = 0$$

因此本例中的逻辑函数表达式为

$$\begin{cases} F(A, B, C, D) = \bar{A}B\bar{C}D + \bar{A}BC\bar{D} + \bar{A}BCD + A\bar{B}\bar{C}\bar{D} + A\bar{B}\bar{C}D \\ A\bar{B}\bar{C}\bar{D} + A\bar{B}C\bar{D} + AB\bar{C}\bar{D} + AB\bar{C}D + ABC\bar{D} + ABCD = 0 \end{cases}$$

或者表示为

$$F(A,B,C,D) = \sum m(5,6,7,8,9) + \sum \phi(10,11,12,13,14,15)$$

(3) 真值表/卡诺图与电路图之间的相互转换

为便于用电路图表示此逻辑函数，首先利用卡诺图将其化简为最简与或式，对图 2-1b 进行圈圈，结果如图 2-2 所示。

由图 2-2 得到最简与或式为

$$F(A,B,C,D) = A + BC + BD$$

由最简与或式可以得到图 2-3 所示的逻辑图。

| AB \ CD | 00     | 01     | 11     | 10     |
|---------|--------|--------|--------|--------|
| 00      |        |        |        |        |
| 01      |        | 1      | 1      | 1      |
| 11      | $\phi$ | $\phi$ | $\phi$ | $\phi$ |
| 10      | 1      | 1      | $\phi$ | $\phi$ |

图 2-2 例 2-1 利用卡诺图化简逻辑函数

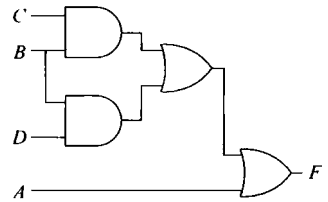


图 2-3 例 2-1 逻辑图表示法

$F(A,B,C,D) = A + BC + BD$  的与非-与非表达式为  $F(A,B,C,D) = \overline{\overline{A} \cdot \overline{BC} \cdot \overline{BD}}$ ，则采用与非门实现的逻辑图如图 2-4 所示。

由真值表/卡诺图可以得到逻辑函数的最简与或式，由与或表达式可以得到逻辑函数的逻辑图；由逻辑图也可以推导出逻辑函数的表达式，以及真值表和卡诺图。由图 2-3 和图 2-4 都可以推出逻辑表达式为： $F(A,B,C,D) = A + BC + BD$ 。将此式与真值表和卡诺图推导出的表达式  $F(A,B,C,D) = \sum m(5,6,7,8,9) + \sum \phi(10,11,12,13,14,15)$  进行对比，可以发现，逻辑图得到的表达式不能区分使逻辑函数取 1 和取  $\phi$  的最小项。

(4) 真值表/卡诺图与波形图之间的相互转换

根据真值表和卡诺图可以得到逻辑函数的波形图，如图 2-5 所示（说明：此处按照输入 ABCD 的取值自然数递增顺序画其波形图）。

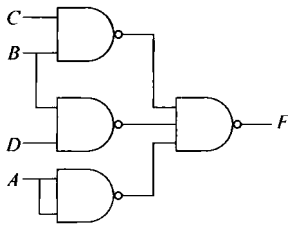


图 2-4 例 2-1 采用与非门实现的逻辑图

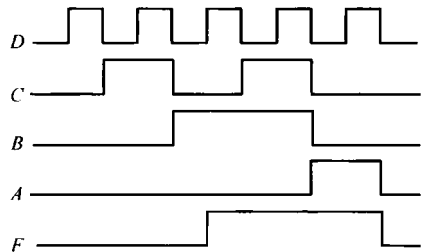


图 2-5 例 2-1 波形图表示法

由图 2-5 也可以得到逻辑函数的表达式：首先找出图中  $F$  取值为高电平（即逻辑 1）所对应的输入变量的取值组合，分别为  $\overline{A}B\overline{C}D$ 、 $\overline{A}BC\overline{D}$ 、 $\overline{A}BCD$ 、 $A\overline{B}\overline{C}D$  和  $A\overline{B}CD$ ；然后将所有与项进行或运算，则得到  $F$  的表达式为： $F(A,B,C,D) = \overline{A}B\overline{C}D + \overline{A}BC\overline{D} + \overline{A}BCD + A\overline{B}\overline{C}D + A\overline{B}CD$ 。一般来说，从波形图中得到的逻辑表达式只包含使逻辑函数取值为 1 的最小项。如果题意能给出逻辑函数的无关项，则应该将表达式描述完整，像本例中已知  $A\overline{B}C\overline{D}$ 、 $A\overline{B}CD$ 、 $AB\overline{C}D$ 、 $ABC\overline{D}$  和  $ABCD$  为无关项，因此得到的表达式应该为



$$\begin{cases} F(A,B,C,D) = \overline{A}B\overline{C}D + \overline{A}BC\overline{D} + \overline{A}BCD + A\overline{B}\overline{C}\overline{D} + A\overline{B}\overline{C}D \\ A\overline{B}C\overline{D} + A\overline{B}CD + AB\overline{C}\overline{D} + AB\overline{C}D + ABC\overline{D} + ABCD = 0 \end{cases}$$

本例中给出了逻辑函数的几种常用表示方法，各方法之间可以相互转换。

**例 2-2** 采用公式法化简逻辑函数。

将函数  $F = (A+B)(A+\overline{A}\overline{B})C + \overline{A}(B+\overline{C}) + \overline{A}B + ABC$  化简为最简与或式。

$$\begin{aligned} \text{解: } F &= (A+B)(A+\overline{A}\overline{B})C + \overline{A}(B+\overline{C}) + \overline{A}B + ABC \\ &= (A+B)(A+\overline{B})C + A + \overline{B}C + \overline{A}B + ABC \\ &= \underline{AC} + A + \overline{B}C + \overline{A}B + ABC \\ &= \underline{A + AC} + \underline{ABC} + \overline{B}C + \overline{A}B \\ &= \underline{A + \overline{A}B} + \overline{B}C \\ &= \underline{A + B} + \overline{B}C \\ &= A + B + C \end{aligned}$$

所以函数  $F$  的最简与或式为

$$F = A + B + C$$

**例 2-3** 采用卡诺图法化简具有无关项的逻辑函数。

用卡诺图法将  $F(A,B,C,D) = \Sigma m(0,1,2,5,7) + \Sigma \phi(8,9,10,11,13)$  化简为最简与或式。

**解:** (1) 根据  $F$  的表达式画出 4 变量卡诺图，如图 2-6a 所示。

(2) 在卡诺图中，将最小项  $m_0, m_1, m_2, m_5$  和  $m_7$  对应方格填入 1；在最小项  $m_8, m_9, m_{10}, m_{11}$  和  $m_{13}$  对应方格填入  $\phi$ ，如图 2-6b 所示。

(3) 合并最小项。先将相邻 4 个为 1 的小方格圈在一起，再将相邻的两个为 1 的小方格圈在一起，最后检查是否存在冗余项，如图 2-6c 所示。

| AB\CD | 00 | 01 | 11 | 10 |
|-------|----|----|----|----|
| 00    |    |    |    |    |
| 01    |    |    |    |    |
| 11    |    |    |    |    |
| 10    |    |    |    |    |

a)

| AB\CD | 00     | 01     | 11     | 10     |
|-------|--------|--------|--------|--------|
| 00    | 1      | 1      |        | 1      |
| 01    |        | 1      | 1      |        |
| 11    |        | $\phi$ |        |        |
| 10    | $\phi$ | $\phi$ | $\phi$ | $\phi$ |

b)

| AB\CD | 00     | 01     | 11     | 10     |
|-------|--------|--------|--------|--------|
| 00    | 1      | 1      |        | 1      |
| 01    |        | 1      | 1      |        |
| 11    |        | $\phi$ |        |        |
| 10    | $\phi$ | $\phi$ | $\phi$ | $\phi$ |

c)

图 2-6 例 2-3 图

(4) 将各乘积项相或，便可得到逻辑函数  $F$  的最简与或表达式为

$$F(A,B,C,D) = \overline{B}\overline{D} + \overline{C}D + \overline{A}BD$$

由图 2-6c 可知， $F$  的最简与或表达式还可以表示为

$$F(A,B,C,D) = \overline{B}\overline{D} + \overline{B}\overline{C} + \overline{A}BD$$

将此式与  $F(A,B,C,D) = \overline{B}\overline{D} + \overline{C}D + \overline{A}BD$  比较可以发现，两个表达式虽然不同，但是两者或项的数量相同，与项的因子数也相同，因此两个表达式是一致的（不考虑单个变量取反所需的反相器）。