

数学小博士系列丛书

小学数学一题多解

章 欣 主编

河北教育出版社

前 言

在学习小学数学的过程中,运用不同的知识和方法,进行一题多解的训练,对于开阔解题思路,沟通不同知识之间的联系,提高综合运用知识的能力,培养思维的优良品质,激发学习数学的兴趣是十分有益的。

《小学数学一题多解》选用大量的典型例题,在计算题、文字题、应用题和几何初步等几个方面进行一题多解,把零散的、彼此孤立的知识串联成线,达到举一反三、随机应变、触类旁通、融汇贯通之目的。本书是小学中、高年级学习数学的良师益友,是教师、家长辅导学生和孩子的得力助手。

在编写过程中,我们参考了大量小学数学方面的书籍、报刊资料,谨向这些书刊的作者和出版单位表示衷心的感谢。参加本书编写的有张效华、孙向东、李鸣金、肖冬、韩立华、王朝辉、夏志利等同志。

由于编者水平有限,书中不妥之处,敬请读者批评指正。

编 者

目 录

一、计算题	(1)
1. 整数计算题.....	(1)
(1) 整数加法.....	(1)
(2) 整数减法.....	(5)
(3) 整数乘法.....	(7)
(4) 整数除法.....	(12)
(5) 整数四则混合运算.....	(14)
2. 小数计算题.....	(24)
(1) 小数加法.....	(24)
(2) 小数减法.....	(26)
(3) 小数乘法.....	(27)
(4) 小数除法.....	(35)
(5) 小数四则混合运算.....	(39)
3. 分数(百分数).....	(47)
(1) 分数加法.....	(47)
(2) 分数减法.....	(53)
(3) 分数乘法.....	(57)
(4) 分数除法.....	(62)
(5) 分数四则运算.....	(66)
(6) 繁分数化简.....	(91)

二、文字题	(104)
三、应用题	(139)
1. 整数与小数简单应用题	(139)
2. 整数与小数一般复合应用题	(147)
(1) 简单的一般复合应用题	(147)
(2) 复杂的一般复合应用题	(193)
3. 整数与小数典型应用题	(285)
(1) 平均数问题	(285)
(2) 归一问题	(308)
(3) 归总问题	(330)
(4) 和差问题	(340)
(5) 和倍问题	(352)
(6) 差倍问题	(365)
(7) 两个差问题	(373)
(8) 盈亏问题	(383)
(9) 鸡兔问题	(403)
(10) 行程问题	(417)
4. 分数与百分数应用题	(443)
(1) 一般分数与百分数应用题	(443)
(2) 分数工程问题	(452)
四、几何初步	(476)

一、计算题

1. 整数计算题

(1) 整数加法

例 1 计算 $53+94+47+806$

【解法一】按通常加法法则进行计算。

$$\begin{aligned}& 53+94+47+806 \\&=147+47+806 \\&=194+806 \\&=1000\end{aligned}$$

【解法二】运用加法交换律和结合律进行计算。

$$\begin{aligned}& 53+94+47+806 \\&=(53+47)+(94+806) \\&=100+900 \\&=1000\end{aligned}$$

【解法三】 $53+94+47+806$

$$\begin{aligned}&=(100-47)+94+47+(900-94) \\&=(100+900)+(47-47)+(94-94) \\&=1000\end{aligned}$$

【解法四】运用凑整法进行计算。

$$\begin{aligned}& 53+94+47+806 \\&=50+3+90+4+50-3+800+6 \\&=(50+90+50+800)+(3+4-3+6) \\&=990+10 \\&=1000\end{aligned}$$

例 2 计算 $9999+999+99+5$

【解法一】按通常加法法则进行计算。

$$\begin{aligned}& 9999+999+99+5 \\&=10998+99+5 \\&=11097+5 \\&=11102\end{aligned}$$

【解法二】把 5 分解成: $1+1+1+2$

$$\begin{aligned}& 9999+999+99+1+1+1+2 \\&=(9999+1)+(999+1)+(99+1)+2 \\&=10000+1000+100+2 \\&=11102\end{aligned}$$

【解法三】把 9999、999、99 分别化为:

$$\begin{aligned}& 10000-1, 1000-1, 100-1 \\& 9999+999+99+5 \\&=(10000-1)+(1000-1)+(100-1)+5 \\&=1000+1000+100+5-3 \\&=11102\end{aligned}$$

例 3 计算 $1+2+3+4+5+6+7+8+9+10+11$

【解法一】按通常加法法则进行计算。

$$\begin{aligned}
& 1+2+3+4+5+6+7+8+9+10+11 \\
&= 3+3+4+5+6+7+8+9+10+11 \\
&= 15+6+7+8+9+10+11 \\
&= 28+8+9+10+11 \\
&= 66
\end{aligned}$$

【解法二】运用凑整法(凑十)进行计算。

$$\begin{aligned}
& 1+2+3+4+5+6+7+8+9+10+11 \\
&= (1+9)+(2+8)+(3+7)+(4+6)+5+10+11 \\
&= 10+10+10+10+10+5+11 \\
&= 66
\end{aligned}$$

【解法三】运用加法交换率和结合率进行计算。

$$\begin{aligned}
& 1+2+3+4+5+6+7+8+9+10+11 \\
&= (1+10)+(2+9)+(3+8)+(4+7) \\
&\quad + (5+6)+11 \\
&= 11+11+11+11+11+11 \\
&= 6 \times 11 \\
&= 66
\end{aligned}$$

【解法四】遇有连续自然数相加,可先求出连续自然数的中间的一个自然数。中间的自然数又正好是所有自然数的平均数,因此可以把中间数乘以项数,就是几个连续自然数之和。

中间数为 $(1+11) \div 2 = 6$

项数为 11(11 个自然数)

$$\begin{aligned}
& 1+2+3+4+5+6+7+8+9+10+11 \\
&= (1+11) \div 2 \times 11
\end{aligned}$$

$$=12 \div 2 \times 11$$

$$=6 \times 11$$

$$=66$$

例 4 计算 $1+3+5+7+9+11+13+15+17$

【解法一】按通常加法法则计算。

$$1+3+5+7+9+11+13+15+17$$

$$=25+24+32$$

$$=49+32$$

$$=81$$

【解法二】运用凑整法进行计算。

$$1+3+5+7+9+11+13+15+17$$

$$=1+(3+17)+(5+15)+(7+13)+(9+11)$$

$$=1+20+20+20+20$$

$$=81$$

【解法三】如果是从 1 开始的连续奇数的和,等于这列奇数项数的平方。

$$\underbrace{1+3+5+\cdots+15+17}_{9 \text{ 项}}$$

9 项

$$=9^2$$

$$=81$$

例 5 计算 $2+4+6+8+10+12+14+16$

【解法一】按通常加法进行计算。

$$2+4+6+8+10+12+14+16$$

$$=30+26+16$$

$$=56+16=72$$

【解法二】运用凑整法进行计算。

$$\begin{aligned}& 2+4+6+8+10+12+14+16 \\&=2+(4+16)+(6+14)+(8+12)+10 \\&=2+20+20+20+10 \\&=72\end{aligned}$$

【解法三】求连续偶数的和,等于连续偶数的项数乘以项数加上1的和。

$$\begin{aligned}& \underbrace{2+4+6+8+10+12+14+16}_{\substack{\text{8项(连续偶数的项数是最后一位偶} \\ \text{数的一半: } 16 \div 2 = 8)}} \\&=8 \times (8+1) \\&=8 \times 9 \\&=72\end{aligned}$$

(2) 整数减法

例6 计算 $428-32-228-68$

【解法一】按运算顺序,进行减法运算。

$$\begin{aligned}& 428-32-228-68 \\&=396-228-68 \\&=168-68 \\&=100\end{aligned}$$

【解法二】按减法运算性质,减数交换位置进行计算。

$$\begin{aligned}& 428-32-228-68 \\&=428-228-32-68 \\&=200-32-68\end{aligned}$$

$$=100$$

【解法三】按减法运算性质,减数凑整进行计算。

$$\begin{aligned} &428-32-228-68 \\ &=(428-228)-(32+68) \\ &=200-100 \\ &=100 \end{aligned}$$

例 7 计算 $2500-584-296-416-704$

【解法一】按运算顺序,依次进行运算。

$$\begin{aligned} &2500-584-296-416-704 \\ &=1916-296-416-704 \\ &=1620-416-704 \\ &=1204-704 \\ &=500 \end{aligned}$$

【解法二】运用减法的性质,从一个数里连续减去几个数,可以从这个数里减去这几个数的和进行计算。

$$\begin{aligned} &2500-584-296-416-704 \\ &=2500-(584+296+416+704) \\ &=2500-[(584+416)+(296+704)] \\ &=2500-[1000+1000] \\ &=2500-2000 \\ &=500 \end{aligned}$$

例 8 计算 $1232-97-996$

【解法一】按运算顺序,依次进行运算。

$$\begin{aligned} &1232-97-996 \\ &=1135-996 \end{aligned}$$

$$=139$$

【解法二】用凑整法进行计算。

$$\begin{aligned} &1232-97-996 \\ &=1232-100+3-1000+4 \\ &=1232-100-1000+3+4 \\ &=132+3+4 \\ &=139 \end{aligned}$$

例 9 计算 $2202-1003-204$

【解法一】按运算顺序,依次进行运算。

$$\begin{aligned} &2202-1003-204 \\ &=1199-204 \\ &=995 \end{aligned}$$

【解法二】用凑整法进行计算。

$$\begin{aligned} &2202-1003-204 \\ &=2102-1000-3-200-4 \\ &=2202-1000-200-3-4 \\ &=1202-200-3-4 \\ &=1002-3-4 \\ &=995 \end{aligned}$$

(3) 整数乘法

例 10 计算 127×8

【解法一】按常规的乘法计算。

$$127 \times 8 = 1016$$

【解法二】用乘法分配律进行计算。

$$\begin{aligned}
 &127 \times 8 \\
 &= (125 + 2) \times 8 \\
 &= 1000 + 16 \\
 &= 1016
 \end{aligned}$$

例 11 计算 124×8

【解法一】按常规的乘法计算。

$$124 \times 8 = 992$$

【解法二】用乘法分配律进行计算。

$$\begin{aligned}
 &124 \times 8 \\
 &= (125 - 1) \times 8 \\
 &= 125 \times 8 - 1 \times 8 \\
 &= 1000 - 8 \\
 &= 992
 \end{aligned}$$

例 12 计算 399×401

【解法一】按通常乘法法则计算。

$$399 \times 401 = 159999$$

【解法二】由于 399 和 401 都接近 400, 因此, 分别把他们化为 $400 - 1$ 和 $400 + 1$, 然后用乘法分配律进行计算。

$$\begin{aligned}
 &399 \times 401 \\
 &= (400 - 1) \times (400 + 1) \\
 &= (400 - 1) \times 400 + (400 - 1) \times 1 \\
 &= 400 \times 400 - 400 + 400 - 1 \\
 &= 160000 - 1 \\
 &= 159999
 \end{aligned}$$

例 13 计算 99×101

【解法一】 $99 \times 101 = 9999$

【解法二】 99×101

$$= 99 \times (100 + 1)$$

$$= 9900 + 99$$

$$= 9999$$

【解法三】 99×101

$$= (100 - 1) \times 101$$

$$= 100 \times 101 - 1 \times 101$$

$$= 10100 - 101$$

$$= 9999$$

【解法四】 99×101

$$= (100 - 1) \times (100 + 1)$$

$$= 100 \times 100 + 100 - 100 - 1$$

$$= 10000 - 1$$

$$= 9999$$

例 14 计算 61×59

【解法一】 $61 \times 59 = 3599$

【解法二】 61×59

$$= 61 \times (60 - 1)$$

$$= 61 \times 60 - 61$$

$$= 3660 - 61$$

$$= 3599$$

【解法三】 61×59

$$= (61 + 1) \times 59$$

$$= 60 \times 59 + 59$$

$$=3540+59$$

$$=3599$$

【解法四】 61×59

$$=(60+1) \times (60-1)$$

$$=60 \times 60 + 60 - 60 - 1$$

$$=3600-1$$

$$=3599$$

例 15 计算 $25 \times 16 \times 25$

【解法一】 按通常乘法连乘计算。

$$25 \times 16 \times 25$$

$$=400 \times 25$$

$$=10000$$

【解法二】 考虑 $25 \times 4 = 100$, 把 16 化为 4×4 。

$$25 \times 16 \times 25$$

$$=(25 \times 4) \times (4 \times 25)$$

$$=100 \times 100$$

$$=10000$$

【解法三】 考虑 $25 = 5 \times 5$, $16 = 4 \times 4$, 又 $4 \times 5 = 20$, 因此可将算式变成: $(4 \times 5) \times (4 \times 5) \times 25$ 。

$$25 \times 16 \times 25$$

$$=(5 \times 5) \times (4 \times 4) \times 25$$

$$=(4 \times 5) \times (4 \times 5) \times 25$$

$$=20 \times 20 \times 25$$

$$=10000$$

【解法四】 把 16 化为 2×8 再计算 $(25 \times 2) \times (8 \times 25)$ 。

$$\begin{aligned}
 &25 \times 16 \times 25 \\
 &= (25 \times 2) \times (8 \times 25) \\
 &= 50 \times 200 \\
 &= 10000
 \end{aligned}$$

例 16 计算 $25 \times 32 \times 125$

【解法一】 $25 \times 32 \times 125$

$$\begin{aligned}
 &= 800 \times 125 \\
 &= 100000
 \end{aligned}$$

【解法二】 $25 \times 32 \times 125$

$$\begin{aligned}
 &= 25 \times 4000 \\
 &= 100000
 \end{aligned}$$

【解法三】 $25 \times 32 \times 125$

$$\begin{aligned}
 &= 25 \times (4 \times 8) \times 125 \\
 &= (25 \times 4) \times (8 \times 125) \\
 &= 100 \times 1000 \\
 &= 100000
 \end{aligned}$$

【解法四】 $25 \times 32 \times 125$

$$\begin{aligned}
 &= \frac{100}{4} \times 4 \times 8 \times \frac{1000}{8} \\
 &= 100000
 \end{aligned}$$

例 17 计算 $2 \times 3 \times 5 \times 7 \times 11 \times 13 \times 17$

【解法一】 按通常乘法法则计算。

$$\begin{aligned}
 &2 \times 3 \times 5 \times 7 \times 11 \times 13 \times 17 \\
 &= 210 \times 11 \times 13 \times 17 \\
 &= 2310 \times 13 \times 17
 \end{aligned}$$

$$=30030 \times 17$$

$$=510510$$

【解法二】 $2 \times 3 \times 5 \times 7 \times 11 \times 13 \times 17$

$$=(2 \times 5) \times (3 \times 17) \times (7 \times 11 \times 13)$$

$$=10 \times 51 \times 1001$$

$$=510 \times 1001$$

$$=510510$$

(4) 整数除法

例 18 计算 $32000 \div 125$

【解法一】 按通常运算方法计算。

$$32000 \div 125 = 256$$

【解法二】 利用除法的性质,即“被除数、除数同时扩大相同倍数,商不变”。进行计算。

$$32000 \div 125$$

$$=(32000 \times 8) \div (125 \times 8)$$

$$=256000 \div 1000$$

$$=256$$

例 19 计算 $15000 \div 25$

【解法一】 按通常运算方法进行计算。

$$1500 \div 25 = 60$$

【解法二】 $1500 \div 25$

$$=(1500 \times 4) \div (25 \times 4)$$

$$=6000 \div 100$$

$$=60$$

【解法三】 $1500 \div 25$

$$= (25 \times 60) \div 25$$

$$= 60$$

例 20 计算 $2500 \div 125$

【解法一】 $2500 \div 125 = 20$

【解法二】 $2500 \div 125$

$$= (2500 \times 8) \div (125 \times 8)$$

$$= (2500 \times 4 \times 2) \div 10000$$

$$= (10000 \times 2) \div 10000$$

$$= 20$$

【解法三】 $2500 \div 125$

$$= (2500 \times 4) \div (125 \times 4)$$

$$= 10000 \div 500$$

$$= 20$$

【解法四】 $2500 \div 125$

$$= (125 \times 20) \div 125$$

$$= 125 \div 125 \times 20$$

$$= 1 \times 20$$

$$= 20$$

例 21 计算 $66 \div (33 \div 3 \div 11)$

【解法一】 按常规运算顺序进行计算。

$$66 \div (33 \div 3 \div 11)$$

$$= 66 \div (11 \div 11)$$

$$= 66 \div 1$$

$$= 66$$