高等学校工科数学系列教材

概率论与数理统计

华东六省工科数学系列教材编委会　主编

辽宁科学技术出版社

高等学校工科数学系列教材

概率论与数理统计

华东六省工科数学系列教材编委会主编

辽 宁 科 学 技 术 出 版 社

(辽)新登字 4 号

高等学校工科数学系列教材

概率论与数理统计

Gailulun Yu Shulitongji

华东六省工科数学系列教材编委会 主编

辽 宁 科 学 技 术 出 版 社 出 版 发 行
(沈阳市和平区北一马路 108 号 邮政编码 110001)
南 京 佳 美 电 脑 印 刷 厂 印 刷

开本: 787×1092 1/32 印张: 11.675 字数: 262 千
1992 年 9 月第 1 版 1992 年 9 月第 1 次印刷

责任编辑: 吴鹏飞 宋纯智 版式设计: 于浪
封面设计: 曹太文

印数:1—6,000
ISBN 7-5381-1578-1/O·75 定价:6.90 元

华东六省工科数学系列教材编委会

前　言

概率论与数理统计是研究随机现象统计规律的数学学科，在高等工业学校数学计划中是一门基础理论课。通过本课程学习，使学生掌握概率论与数理统计的基本理论，了解它的基本理论与方法，从而使学生初步掌握处理随机现象的基本思想与方法，培养学生运用概率统计方法分析和解决实际问题的能力。

本书是在综合各校教学经验的基础上，参照课委会制订的基本要求进行编写的，在编写过程中力求贯彻“少而精”与理论联系实际的原则，在叙述上力求通俗易懂，便于自学。

全书共含：随机事件与概率、一维随机变量及其分布、二维随机变量及其分布、随机变量的数字特征、中心极限定理、数理统计的基本概念、参数估计、假设检验、方差分析、回归分析等十章。每章均配有适量的习题，书末附有常用概率统计用表和习题答案，讲完全书内容约需 64 学时，其中带 * 号的内容可酌情取舍。

参加本书编写人员为：李莲英（第一章）、刘爱奎（第二章）、山其骞（第三章）、宫佩珊（第四章）、吴瑞明（第五、六章）、李德风、程相和（第七章）、毛如珍（第八章）、张天俊（第九章）、周胜生（第十章）。

本书由华东六省高等数学教学研究会理事长陶永德教授、工科数学课程教学指导委员会委员《工科数学》主编卢树铭教授主审，并由陶永德教授对全书作了修改和统稿工作。参加审稿的有：刘镇国、朱功勤、季在平、程乃栋、蔡又中等教授，还有金炳陶、刘冠军副教授也参加了部分稿件的审阅工作，对他们的辛勤劳动，表示衷心的感谢。

本书在编写过程中，得到了承担编审任务的各院校领导的大力

支持，得到了所在省的高等学校工科数学教研会的热情帮助，在此一并表示衷心的感谢。

由于时间仓促和水平所限，本书难免存在着不少缺点与错误，敬请广大读者批评指正。

华东六省高等数学教学研究会
工科数学系列教材编审委员会
1991年6月

目　　录

第一章　随机事件与概率

第二章　一维随机变量及其分布

第三章 二维随机变量及其分布

第四章　随机变量的数学特征

第五章　大数定律和中心极限定理

第六章　数理统计的基本概念

第七章　参数估计

第八章　假设检验

第九章 方差分析与正交设计

第十章 回归分析

附表:

第一章　随机事件与概率

人们在社会实践和科学实验中遇到的各种现象，都是在一定的条件下呈现出来的某种结果。把它们归纳起来，大体上可分成两类:

其中一类现象，在一定的条件下，事先就可以断言它是否会发生，这类现象称为确定性现象。例如,“在一个大气压下，纯水加热到 100℃时会沸腾”“随手向空中抛一石子，它会落回地面”等等，这些现象是在试验之前就可以肯定它们会发生的。又如“在一只装有若干白色小球的口袋中，任取一个小球，取出的是黑色小球”，这在取前就可以断言这种结果不会发生的。上述的这一类现象称为**确定性现象**。

另一类现象，在试验之前不能预定试验的结果，即在一定的条件下作一系列试验，而每次试验的可能结果不止一个，而且在每次试验之前无法知道试验的确切结果。这类现象称为**随机现象**。例如,“抛掷一枚均匀的硬币，正面（通常指标有币值的一面）朝上”这一现象，在抛掷之前，我们无法断言它一定发生或不发生，因此它是一种随机现象。

人们在长期实践中发现，随机现象虽然在个别的试验或观察中具有不确定性，但在大量地重复试验或观察下，它都呈现出某种规律性。例如有人进行多次重复地抛掷硬币的试验，发现“正面朝上”的次数约占总次数的一半。这种在大量重复的试验或观察中所呈现出的固有规律性，我们把它称为统计规律性。概率论和数理统计是研究随机现象统计规律性的一门数学学科。

第一节 随机事件

一、随机试验

我们把在一定条件下，所进行的实验和对自然现象与人类社会现象的观察都称为试验，在概率论中把具有下述特征的试验:

(1) 在相同条件下可以重复进行;

(2) 每次试验的可能结果不止一个，但每次试验的所有可能结果，是事先知道的;

(3) 在完成试验之前不能确定会出现哪一种结果。

称为**随机试验**，为叙述方便，以后简称为**试验**。

下面举几个随机试验的例子。

例 1 在装有黑、白两种颜色小球的口袋中任取一球，观察所取小球的颜色。

例 2 记录某商店在一天内接待的顾客数。

例 3 某射手用步枪打靶，考察枪弹击中靶时，击中的位置与靶心的距离。

显然，上面三个试验都可以重复进行。对于例 1，试验的可能结果有 2 个:“取出的是黑色小球”或“取出的是白色小球”，而且在每次抽取前无法确定被取小球的颜色。对于例 2，每天接待的顾客数总是某个非负整数，它可以是 0，或 1，或 2，……。因此，所有可能记录的结果是非负整数中的某一个具体数值。但事先不能确定它是哪个数。对于例 3，枪弹击中靶的位置到靶心的距离总是某个非负实数，当然，它也不会超过靶子边缘到靶心的最大距离 R，因此，试验的所有可能结果必定在区间〔0，R〕上。但在每次射击之前不能确定击中的位置与靶心的距离在〔0，R〕内取哪一个数值。上述三例所述的都是随机试验。

二、随机事件与样本空间

1. 随机事件

在随机试验中，对一次试验而言，某个可能发生也可能不发生的结果称为**随机事件**，简称事件，并用字母 A、B、C、…表示。显然，试验的每一个可能结果都是一个随机事件，例如在上例 2 中，该商店在一天中接待顾客数可能是 0，1，2，…等等，其中每一个可能结果都是随机事件，在一天中"接待顾客数不少于 100"，也是试验的一个可能结果，因而它也是随机事件，不过它是由顾客数 100，101，……等随机事件组成的，当其中有一个事件在试验中发生了，"接待顾客数不少 100"这一事件便发生了，通常我们把前者诸事件称为**基本事件**，后者由若干个基本事件组成的事件称为复合事件。下面再来举一个例子。

例 4 连续两次抛掷同一枚硬币，观察正、反面朝上的情况，在这个试验中，所有可能结果有 4 个：(正，正)，(正，反)，(反，正)，(反，反)。其中 (正，反) 表示"第一次掷得正面朝上，第二次掷得反面朝上"，其余类推。记事件

$A_1=$ (正，正)，　　$A_2=$ (正，反)，

$A_3=$ (反，正)，　　$A_4=$ (反，反)。

另记事件

$B_1=$"至少有一次正面朝上"

$=\{$ (正，正)，(正，反)，(反，正) $\}=\{A_1,\ A_2,\ A_3\}$

$B_2=$"至少有一次反面朝上"

$=\{$ (反，正)，(反，反)，(正，反) $\}=\{A_3,\ A_4,\ A_2\}$

那么，A_1、A_2、A_3、A_4 及 B_1、B_2 都是随机事件，而 A_1，A_2，A_3，A_4 是基本事件。B_1、B_2 分别是由 A_1、A_2、A_3 及 A_2、A_3、A_4 组成的复合事件。

在试验中，一定会发生的结果称为必然事件，而把试验中一定不会发生的结果称为不可能事件。其实，两者都是确定性现象。为研究方便起见，不妨把它们看作是随机事件的特例，分别用字母 U、Φ 表示。

例 5 一口袋中装有两个红球和一个白球，从中任取两球，观察所取出的两个球的颜色。试验不涉及取球顺序，故可能结果只有两个:

$A=$“取出的两球都是红球”

$B=$“取出的两球一红一白”

显然它们是该试验仅有的两个基本事件。

事件

$C_1=$“取出的两球中至少有一个是红球”

$C_2=$“取出的两球都是白球”

其中 C_1 复合事件，它由 A、B 两个基本事件组成，只要 A、B 两事件之一发生，C_1 便发生了，因而是必然事件。而 C_2 不包括任何基本事件，因而是不可能事件。

2. 样本空间

前面已经指出，一个试验的所有可能结果事先是知道的。我们把由试验产生的所有基本事件构成的集合称为**样本空间**，把其中每一个基本事件称为样本点。样本空间也用字母 U 表示，样本空间中样本点的个数称为样本容量。

下面举例给出具体试验的样本空间。

例 6 设口袋中有三只编号分别为 1、2、3 的小球，其中 1、2 号为红球，3 号为白球，用无放回抽样（所谓“无放回”抽样就是从中每次取出的一个球，不再放回袋中的情况下，继续从袋中抽取下一个球）的方法从中抽取两次试写出下列试验的样本空间。

(1) 观察顺序取出的小球颜色，

(2) 观察顺序取出的小球编号。

解 在试验 (1) 中，只考虑所取小球的颜色而不管它们的编号，所以它的三个基本事件是

$A_1=$（红，白），$A_2=$（红，红），$A_3=$（白，红）

由此产生的样本空间为

$U_1=\{A_1, A_2, A_3\}$

在试验（2）中，我们关心的是小球的编号。所以，所有样本点共有六个。它们是

$$B_1=(1,2),\quad B_2=(1,3)$$

$$B_3=(2,1),\quad B_4=(2,3)$$

$$B_5=(3,1),\quad B_6=(3,2)$$

由此产生的样本空间为

$$U_2=\{B_1,B_2,B_3,B_4,B_5,B_6\}$$

例 6 表明，在讨论样本空间时，要充分注意到试验条件和考察目的。读者不妨可以与例 5 进行比较，以体会其中的差别。

例 7 观察电话交换台在单位时间内收到的呼唤次数，并写出它的样本空间。

解 电话交换台在单位时间内收到的呼唤次数总是非负整数，且可能是 0 次、1 次、2 次、……，所以所求的样本空间为

$$U_3=\{\text{在单位时间内收到 } k \text{ 次呼唤 } k=0,1,2,\cdots\}$$

例 8 测试某工厂生产的电视机的使用寿命，并试写出例 3 的样本空间。

解 用 x 表示“射中的位置与靶心的距离”那么它的样本空间为

$$U_4=\{x|0\leqslant x<\infty\}$$

在前面的例子中，U_1、U_2 都只含有有限个样本点，称这样的样本空间为有限的；U_3 含有无限多个样本点，但它们可以依次排列出来，我们称它含有可列多个样本点或称样本空间是可列的；U_4 也含有无限多个样本点，但它不能象 U_3 那样可以把所有样本点依次排列出来，我们称它含有不可列多个样本点，或称样本空间是不可列的。

三、事件间的关系与运算

在实际问题中，往往要在同一条件下研究不同的事件之间的关系。

由于每一随机事件都是由某些基本事件构成的，所以，在引入