

成人高等教育基础学科练习丛书

电磁学练习解答

乔春杰

李秉和

编



佳木斯市教育学院学报编辑部

成人高等教育基础学科练习丛书

电磁学练习解答

乔春杰 李秉和 编

(上册)

佳木斯市教育学院学报编辑部

目 录 (上册)

第一章、真空中的电场	(1)
1、内容提要	(1)
2、习题解答	(3)
① 库仑定律	(3)
② 电场强度	(9)
③ 高斯定理	(42)
④ 电势	(59)
第二章、静电场中的导体和电介质	(99)
1、内容提要	(99)
2、习题解答	(103)
① 静电场中的导体	(103)
② 电容和电容器	(119)
③ 电介质	(137)
④ 电场的能量和能量密度	(182)
第三章、稳恒电流	(190)
1、内容提要	(190)
2、习题解答	(196)
① 电流的稳恒条件和导电规律	(196)
② 简单电路及复杂电路	(208)

第一章 真空中的电场

一、内容提要

这一章主要研究真空中的电场的性质。以库仑定律为基础，从两个点电荷之间的相互作用的规律出发，研究电场的性质。

1、库仑定律，描述两个点电荷之间的作用力。在真空中：

$$\vec{F}_{12} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r_{12}^3} \vec{r}_{12} \dots\dots (1 \cdot 1)$$

$$\epsilon_0 = 8.85 \times 10^{-12} \text{ 库仑}^2 / \text{牛顿} \cdot \text{米}^2,$$

$$\frac{1}{4\pi\epsilon_0} = 8.99 \times 10^9 \text{ 牛顿} \cdot \text{米}^2 / \text{库仑}^2.$$

多个点电荷对一个点电荷的作用力，服从力的矢量迭加原理。

2、电场。 $\vec{E}(r)$ 和 $V(r)$ 是从不同的侧面描述同一电场的性质的两个空间函数。对给定的电荷分布的电场强度 $\vec{E}(\vec{r})$ 、电位 $V(r)$ 和电势差 U 的意义：

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q} \quad (q \text{ 是试探电荷}) \dots\dots (1 \cdot 2)$$

$$V(r) = \int_r^\infty \vec{E} \cdot d\vec{r}, \text{ 当 } V(\infty) = 0 \dots\dots (1 \cdot 3)$$

$$U = \int_{r_1}^{r_2} \vec{E} \cdot d\vec{r} \dots\dots (1.4)$$

E 的单位是：牛顿/库仑 = 伏特/米； V 和 U 的单位都是伏特。

$\vec{E}(r)$ 或 $V(r)$ 被确定，就意味着确定了一个电场。

故 $\vec{E}(r)$ 与 $V(r)$ 之间必然存在着内在联系。这个联系为：

$$E = -\nabla V \dots\dots (1.5.1)$$

∇V 是 V 的梯度。在直角坐标中：

$$\vec{E} = -\nabla V = -\left(\frac{\sigma_V}{\sigma_x} \vec{i} + \frac{\sigma_V}{\sigma_y} \vec{j} + \frac{\sigma_V}{\sigma_z} \vec{K} \right) \dots (1.5.2)$$

在柱坐标中：

$$\vec{E} = -\nabla V = -\left(\frac{\sigma_V}{\sigma_\rho} \vec{l}_\rho + \frac{1}{\rho} \frac{\sigma_V}{\sigma_\varphi} \vec{l}_\varphi + \frac{\sigma_V}{\sigma_z} \vec{l}_z \right) \dots (1.5.3)$$

在球坐标中：

$$\vec{E} = -\nabla V = -\left(\frac{\sigma_V}{\sigma r} \vec{l}_r + \frac{1}{r} \frac{\sigma_V}{\sigma \theta} \vec{l}_\theta + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\sigma_V}{\sigma \varphi} \vec{l}_\varphi \right)$$

$$\dots\dots (1.5.4)$$

式中： $\vec{i}$ 、 $\vec{j}$ 、 $\vec{K}$ 、 $\vec{l}_\rho$ 、 $\vec{l}_\varphi$ 、 $\vec{l}_z$ 、 $\vec{l}_r$ 、 $\vec{l}_\theta$ 等，分别是各坐标方向的单位向量。

电场强度 $\vec{E}(r)$ 与电荷之间的关系，说明静电场是有源电场。这一点由高斯定理所体现：

$$\oint_s \vec{E} \cdot d\vec{s} = \frac{1}{\epsilon_0} \sum q_i \dots\dots (1.6)$$

由位所存在则说明静电场是保守场，在静电场中：

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = 0 \dots\dots (1.7)$$

~ 2 ~

二、习题解答

库仑定律

1、真空中两个点电荷 q 与 Q ，相距5.0毫米，吸引力为40达因。已知 $q = 1.2 \times 10^{-6}$ 库仑，求 Q 。

〔解〕：根据库仑定律：

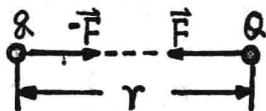
$$\vec{F} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{\epsilon_1\epsilon_2}{r^3} \vec{r}$$

可知两个点电荷之间相互作用的引力大小：

$$F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{qQ}{r^2}$$

方向如图1所示。于是

$$Q = \frac{4\pi\epsilon_0 r^2}{q} \cdot F$$



(习题1)

$$= \frac{4 \times 3.14 \times 8.85 \times 10^{-12} \times (5.0 \times 10^{-3})^2}{1.2 \times 10^{-6}}$$

$$\cdot (-4.0 \times 10^{-4}) = -9.3 \times 10^{-13} \text{ 库仑}$$

2、两个相同的导电小球，以两根等长的不导电的长线挂在同一钩上，当小球带相同的电之后相距5.0厘米，问其中一个放电后情况如何？

〔解〕：设每个正球带电量为 q ，相距为 r_1 ，它们之间的相互作用的库仑斥力为 F_1 ，其大小：

$$F_1 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q^2}{r_1^2} \dots\dots (1)$$

方向如图2所示，在这种情况下，

小球在重力、长线的拉力和库仑斥力的共同作用下处于平衡状态。根据平衡条件可知：

$$\frac{F_1}{m_3} = \frac{\frac{r_1}{2}}{\sqrt{e^2 - \left(\frac{r_1}{2}\right)^2}} \dots\dots (2)$$

一个小球放电后，两个小球将在重力的作用下重新接触，使放电的小球重新带电，这时两个小球所带的电量分别为 $\frac{q}{2}$ ，设由于静电斥力的作用两小球重新分开的距离为 r_2 ，

相互排斥的力为 $\vec{F}_2$ ，其大小为：

$$F_2 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{\left(\frac{q}{2}\right)^2}{r_2^2} \dots\dots (3)$$

小球又处于平衡状态。根据平衡条件：

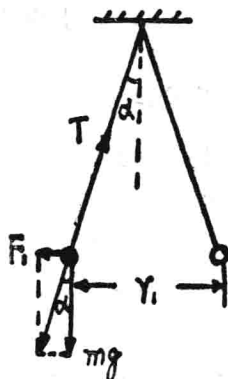
$$\frac{F_2}{mg} = \frac{\frac{r_2}{2}}{\sqrt{e^2 - \left(\frac{r_2}{2}\right)^2}} \dots\dots (4)$$

由 (2) 和 (4) 式可得：

$$\frac{F_1}{F_2} = \frac{r_1 \cdot \sqrt{e^2 - \left(\frac{r_1}{2}\right)^2}}{r_2 \cdot \sqrt{e^2 - \left(\frac{r_1}{2}\right)^2}}$$

因为 e 很长，所以 $\left(\frac{r_1}{2}\right)^2$ 、 $\left(\frac{r_2}{2}\right)^2$ 项可以忽略，于是

$$\frac{F_1}{F_2} = \frac{r_1}{r_2} \dots\dots (5)$$



(习题 2)

由 (1) 和 (3) 式可知:

$$\frac{F_1}{F_2} = 4 \left(\frac{r_2}{r_1} \right)^2 \dots \dots (6)$$

由 (5) 和 (6) 式可知:

$$\frac{r_1}{r_2} = \frac{4 r_2^3}{r_1^2}$$

所以 $r_1^3 = 4 r_2^3 \quad r_2 = \sqrt[3]{\frac{r_1}{4}} = 3.1 \text{ 厘米}$

3、两个小球各带电 2.0×10^{-7} 库仑, 可在如图所示的无摩擦的棒上自由滑动, 若每球的质量为 0.10 克, 求它们的平衡位置及棒上的反作用力。

〔解〕: 设两个小球平衡时, 它们之间的距离为 r , 相互作用的库仑力为 $\vec{F}$, 大小为:

$$F = \frac{1}{4 \pi \epsilon_0} \cdot \frac{q^2}{r^2} \dots \dots (1)$$

方向如图 3 所示。两个小球在库仑斥力、小球重力和棒给小球的反作用力的作用下, 在棒上自由滑动, 当作用在小球上的三个力的合力等于零时, 两个小球将处于平衡状态。在这种情况下, 根据平衡条件则:

$$\frac{mg}{F} = \tan 30^\circ \dots \dots (2)$$

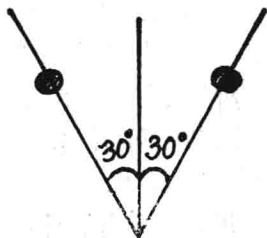
由 (1) 和 (2) 式可得:

$$\frac{mg}{\tan 30^\circ} = \frac{1}{4 \pi \epsilon_0} \cdot \frac{q^2}{r^2}$$

所以:

$$r^2 = \frac{\tan 30^\circ}{4 \pi \epsilon_0 mg} q^2$$

$$r = q \sqrt{\frac{\tan 30^\circ}{4 \pi \epsilon_0 mg}} = 2.0 \times 10^{-7} \sqrt{\frac{8.99 \times 10^9}{1.73 \times 10^{-4}}}$$



(习题 3)

$$= 0.46 \text{ 米}$$

两球处于平衡状态时相距为0.46米，而两小球到O点的距离为

$$l = \frac{\frac{r}{2}}{\sin 30^\circ} = \frac{0.23}{\frac{1}{2}} = 0.46 \text{ 米}$$

棒对小球的反作用力 N 是小球的重力和库仑斥力的平衡力，大小等于重力和库仑斥力的合力的大小，方向与合力的方向相反，如图3所示。所以，棒对小球的反作用力的大小：

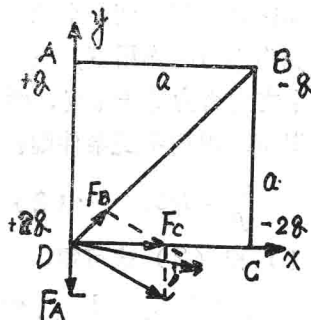
$$N = \sqrt{mg + F^2}$$

$$= \sqrt{mg^2 + \left(\frac{mg}{\tan 30^\circ}\right)^2} = mg \sqrt{1 + \left(\frac{1}{\tan 30^\circ}\right)^2}$$

$$= 10^{-3} \sqrt{1 + 3} = 2 \times 10^{-3} \text{ 牛顿}$$

4、如图所示，求作用在正方形左下角电荷上的合力是多大？假设 $q = 10 \times 10^{-7}$ 库仑， $a = 5.0$ 厘米。

〔解〕：设正方形D点为坐标原点，DC为x轴的正向，DA为y轴的正向。位于D点的电荷受到电荷A的斥力 F_A 、电荷B的引力 F_B 、电荷C的引力 F_C 的作用，其方向如图1—4



(习题4)

所示。根据库仑定律，各力的大小

$$F_A = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{2q^2}{a^2} \dots\dots (1)$$

$$F_B = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{2q^2}{2a^2} \dots\dots (2)$$

$$F_C = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{4q^2}{a^2} \dots\dots (3)$$

按正交分解法，可将其各力分别投影到 x 轴和 y 轴上，所以：

$$F_x = \sum F_{ix} = F_A \cos \frac{3}{2}\pi + F_B \cos \frac{\pi}{4} + F_C \cos 0^\circ \dots (4)$$

$$F_y = \sum F_{iy} = F_A \sin \frac{3}{2}\pi + F_B \sin \frac{\pi}{4} + F_C \sin 0^\circ \dots (5)$$

将(1)、(2)、(3)式代入(4)、(5)式中：

$$F_x = \sum F_{ix} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q^2}{a^2} \left[\frac{\sqrt{2}}{2} + 4 \right] = 16.90 \text{ 牛顿}$$

$$F_y = \sum F_{iy} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q^2}{a^2} \left[-2 + \frac{\sqrt{2}}{2} \right] = -4.67 \text{ 牛顿}$$

所以合力的大小：

$$F = \sqrt{F_x^2 + F_y^2} = \sqrt{(16.9)^2 + (4.67)^2} = 55.5 \text{ 牛顿}$$

方向： $\operatorname{tg} \alpha = \frac{F_y}{F_x} = \frac{-4.67}{16.9} = -0.2758$

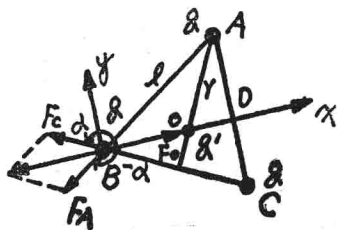
$$\alpha = -15^\circ 26'$$

5、三个相同的点电荷 q ，放置在等边三角形的顶点上，设在这个三角形的中心与三个顶点距离相等处，放置一个异号电荷 q' ，因而使作用在每一个电荷上的合力等于零，求这个电荷 q' 的大小。

〔解〕：设三角形的边长为 l ， q' 位于三角形中心 O 与三个顶点上的点电荷的距离皆为 r ($r = \frac{2}{3} \sqrt{l^2 - \left(\frac{l}{2}\right)^2} = \frac{\sqrt{3}}{3} l$)

根据已知条件位于三角形三个顶点上的点电荷，分别在

三个力的作用下处于平衡状态，这样只要研究一个顶点上的点电荷的受力情况就可求出 q' 的大小。



(习题5)

以 B 为坐标原点、 x 轴沿 BD 方向。由图5可知 q_B 在 $\vec{F}_A$ 、 $\vec{F}_C$ 和 $\vec{F}_0$ 的作用下处于平衡状态，它们的大小分别为：

$$F_A = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q^2}{l^2} \dots\dots(1)$$

$$F_C = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q^2}{l^2} \dots\dots(2)$$

$$F_0 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q'q}{r^2} \dots\dots(3)$$

根据平衡条件，作用在每一个电荷上的合力等于零，那么 $\vec{F}_A$ 、 $\vec{F}_C$ 、 $\vec{F}_0$ 在 x 轴和 y 轴上的分量的合必等于零即 $\sum F_x = 0$ $\sum F_y = 0$ 。由图5可知：

$$\sum F_x = F_A \cos(-\alpha) + F_C \cos\alpha + F_0 = 0 \dots\dots(4)$$

$$\sum F_y = F_A \sin(-\alpha) + F_C \sin\alpha = 0 \dots\dots\dots(5)$$

因为 $F_A = F_C$ ； $\cos\alpha = \cos(-\alpha) = \frac{\sqrt{3}}{2}$ 所以 (4) 式

$$F_0 = -2F_A \cos\alpha \dots\dots(6)$$

将 (1) 和 (3) 代入 (6) 式可得

$$\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{qq'}{r^2} = -\frac{2}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q^2}{l^2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\left(\frac{q'}{\frac{l}{\sqrt{3}}}\right)^2 = -\frac{\sqrt{3}q^2}{l^2}$$

所以: $q' = -\frac{\sqrt{3}}{3}q$

由此可见, 当 $q' = -\frac{\sqrt{3}}{3}q$ 时 B 点的电荷处于平衡状态, 根据同样的分析 A 与 C 的电荷处于平衡状态的条件也是 $q' = -\frac{\sqrt{3}}{3}q$ 。

位于三角形中心的 q' 所受的三个力大小相等, 而方向互交 120° , 如图 5 所示, 所以 q' 所受到的三个力的合力为零, 处于平衡状态。因此当 $q' = -\frac{\sqrt{3}}{3}q$ 时, 四个电荷都处于平衡状态, 每个电荷上的合力都等于零。

电场强度

6、在等边三角形 ABC 的顶点 A 和 B 上各放点电荷 q_A 、 q_B , 已知三角形边长 $L = 0.10$ 米, $q_A = q_B = 8.0 \times 10^{-7}$ 库仑, 求在另一顶点 C 处的电场强度。

〔解〕: 根据场强的叠加原理可知 C 点的场强是 q_A 和 q_B 单独存在时在 C 点分别产生的场强的矢量和。所以点电荷 q_A 在 C 点的场强

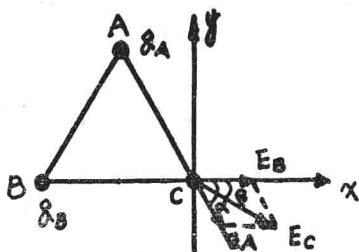
$$E_A = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q_A}{L^2} \dots\dots(1)$$

总电荷 q_B 在 C 点的场强

$$E_B = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q_B}{L^2} \dots\dots(2) \quad (\text{习题6})$$

根据已知条件, 它们的量值相等, 但方向不同, 如图 6 所示, 所以在 C 处的场强是 E_A 和 E_B 的矢量和。

如图, 以 C 为坐标原点建立平面直角坐标系。这样 E_B 与



x 轴夹角为零, E_A 与 x 轴夹角为 $\alpha = -60^\circ$, 所以 E_A 和 E_B 在坐标上的分量和

$$E_x = \sum E_{ix} = E_B + E_A \cos(-\alpha) = 1.08 \times 10^6$$

$$E_y = \sum E_{iy} = -E_A \sin(-\alpha) = -6.14 \times 10^5$$

所以: $E_C = \sqrt{E_A^2 + E_B^2} = 1.25 \times 10^6$ 牛顿/库仑

而方向则由 E_C 与 x 轴的夹角 β 来确定, 即

$$\tan \beta = \frac{E_y}{E_x} = -0.5665$$

$$\beta = -30^\circ$$

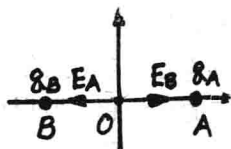
7、在直角坐标系中, 两带电量为 10^{-8} 库仑的电荷分别位于 $x = +10$ 厘米, $y = 0$ 、 $x = -10$ 厘米, $y = 0$ 处, 求下列各点的电场强度: (1) 原点; (2) $x = 20$ 厘米, $y = 0$ (3) $x = 10$ 厘米, $y = 15$ 厘米; (4) $x = 0$ 、 $y = 10$ 厘米。

〔解〕: (1) 求原点处的电场强度。

根据场强的叠加可知坐标原点的场强是 E_A 和 E_B 的矢量和, q_A 和 q_B 在坐标原点的场强的大小分别为:

$$E_A = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q_A}{x^2} \dots\dots (1)$$

$$E_B = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q_B}{x^2} \dots\dots (2)$$



(习题7)

已知 $q_A = q_B$, 所以 $E_A = E_B$, 而方向相反。因此原点处的合场强为零。

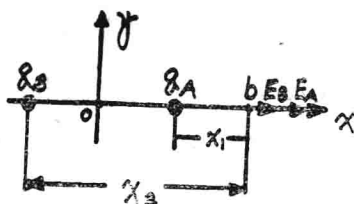
(2) 求 $b(x = 20$ 厘米, $y = 0)$ 点的电场强度。

b 点处的场强是 q_A 和 q_B 两个点电荷在 b 点处场强的矢量和。 q_A 和 q_B 在 b 点处场强的大小分别为:

$$E_A = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q_A}{x_1^2} \dots\dots(1)$$

$$E_B = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q_B}{x_2^2} \dots\dots(2)$$

方向相同都沿x轴的正向，
如图7—2所示。所以b点
处的合场强的大小为(1)、



(习题7—2)

(2) 式的代数和，即

$$E_b = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \left(\frac{q_A}{x_1^2} + \frac{q_B}{x_2^2} \right) = 9.0 \times 10^9 \times 10^{-8}$$

$$\left(\frac{1}{0.01} + \frac{1}{0.09} \right) = 10^4 \text{ 牛顿/库仑}$$

其方向沿x轴的正向。

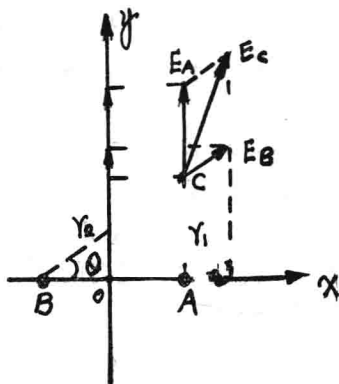
(3) 求C(x=10厘米、y=15厘米)点的电场强度。

C点处的场强是 q_A 和 q_B 两个点电荷在核点的场强 E_A 和 E_B 的矢量和。 E_A 和 E_B 的大小：

$$E_A = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q_A}{r_1^2} \dots\dots(1)$$

$$E_B = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q_B}{r_2^2} \dots\dots(2)$$

其方向如图(7—3)所示，
按正交合成与分解的方法可将
 E_A 、 E_B 分别投影到x轴与y轴
上。所以：



(习题7—3)

$$E_x = \sum E_{ix} = E_A \cos \frac{\pi}{2}$$

$$+ E_B \cos \theta \dots\dots(3)$$

$$E_y = \sum E_{iy} = E_A + E_B \sin \theta \dots\dots 4)$$

由图可知: $\cos\theta = \frac{AB}{r_2}$, $\sin\theta = \frac{r_1}{r_2}$, 所以将 (1)、(2) 式代入 (3)、(4) 式中

$$\begin{aligned}
 E_x &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q_B}{r_2^2} \cos\theta = 9.0 \times 10^9 \\
 &\cdot \frac{10^{-8}}{(0.15)^2 + (0.20)^2} \cdot \frac{0.20}{\sqrt{(0.15)^2 + (0.20)^2}} \\
 &= 1120 \text{ 牛顿/库仑} \\
 E_y &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q_A}{r_1^2} + \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q_B}{r_2^2} \sin\theta \\
 &= 9.0 \times 10^9 \times 10^{-8} \left(\frac{1}{(0.15)^2} + \frac{1}{(0.15)^2 + (0.20)^2} \right. \\
 &\quad \left. \cdot \frac{0.20}{\sqrt{(0.15)^2 + (0.20)^2}} \right) = 4836 \text{ 牛顿/库仑}
 \end{aligned}$$

所以: $E_c = \sqrt{E_x^2 + E_y^2} \approx 5.0 \times 10^3 \text{ 牛顿/库仑}$

其方向由 $\vec{E}_c$ 与 x 轴的夹角确定, 即

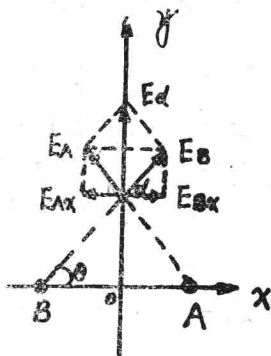
$$\tan\alpha = \frac{E_y}{E_x} = 4.318, \quad \alpha = 76^\circ 58'$$

(4) 求 $d(x=0, y=10 \text{ 厘米})$ 点处的电场强度。

d 点的场强是 q_A 和 q_B 在 d 点处场强的矢量和, 它们的大小分别为

$$E_A = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q_A}{r_1^2} \dots\dots (1)$$

$$E_B = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q_B}{r_2^2} \dots\dots (2)$$



(习题7—4)

因为 $r_1 = r_2$ ，所以 E_A 和 E_B 大小相等，但方向不同，按正交合成分解法，把二矢量分别投影到 x 轴和 y 轴上，由图（7—4）可知：二矢量在 x 轴上的分量是对称的，合场强为零，即 $E_x = E_{Bx} + E_{Ax} = 0$ ；在 y 轴上的分量大小相等，方向相同，所以

$$E_y = E_{Ay} + E_{By} = 2 E_A \sin\theta \dots\dots (2)$$

由图可知： $\sin\theta = \frac{Od}{Bd} = \frac{1}{\sqrt{2}}$ ，将（1）式代入（3）式中

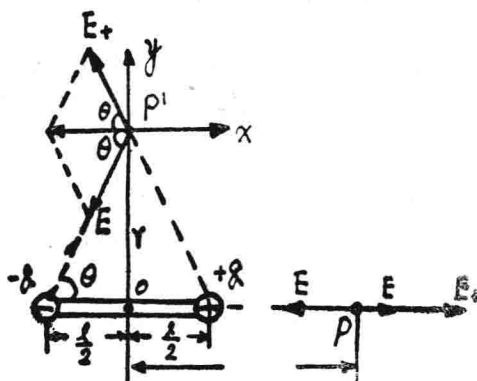
$$E_y = \frac{\alpha}{4 \pi \epsilon_0} \cdot \frac{q_A}{r_1^2} \sin\theta$$

所以 d 点处的场强的大小

$$\begin{aligned} E_d = E_y &= 90 \times 10^9 \times 10^{-8} \times \frac{2}{0.1^2 + 0.1^2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \\ &= 6.3 \times 10^3 \text{ 牛顿/库仑} \end{aligned}$$

其方向沿 y 轴的正向。

8、如图 8 所示，一对等量异号的电荷 $\pm q$ ，其间的距离为 L ，求两电荷延长线上一点 P 和中垂面上一点 P' 的场强， P 和 P' 到两电荷连线中点 O 的距离都是 r 。



（习题 8）

〔解〕 (1) 求 P 点的场强:

P 点到 $\pm q$ 的距离分别为

$r \mp \frac{l}{2}$, 所以 $\pm q$ 在 P 点产生场强的大小分别为

$$E_+ = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q}{\left(r - \frac{l}{2}\right)^2},$$

$$E_- = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q}{\left(r + \frac{l}{2}\right)^2},$$

其方向 E_+ 向右, E_- 向左, 因而 P 点的合场强的大小为

$$E = E_+ - E_- = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left[\frac{1}{\left(r - \frac{l}{2}\right)^2} - \frac{1}{\left(r + \frac{l}{2}\right)^2} \right]$$

其方向向右。

(2) 求 P' 点场强

P' 点到 $\pm q$ 的距离都是 $\sqrt{r^2 + \frac{l^2}{4}}$, 它们在 P' 产生的场强大小相等:

$$E_+ = E_- = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q}{r^2 + \frac{l^2}{4}}$$

但方向不同 (见图8) 为了求二者的矢量和, 可取直角坐标系, 其 x 轴与 $\pm q$ 的连线平行, 方向向右, y 轴沿它们的中垂线。将 E_+ 和 E_- 分别投影到 x 、 y 方向后各自叠加, 即可求出 P' 点场强的 x 、 y 两个分量 E_x 、 E_y 。根据对称条件可以看出, E_+ 、 E_- 的 x 分量大小相等, 方向一致 (都沿 x 轴的负向): y 分量大小相等, 方向相反, 所以

$$E_x = E_{+x} + E_{-x} = 2E_{+x} = -2E_+ \cos\theta$$

$$E_y = E_{+y} + E_{-y} = 0$$

由图可知