福建省中学试用课本

# 数学

高中二年级下册

# 目　录

# 第一章　反三角函数和简单三角方程

## 第一节　反三角函数

### 1·1 反正弦函数

我们知道正弦函数 $y=\sin x$ 的定义域是一切实数；它的值域是 $-1\leqslant y\leqslant 1$。

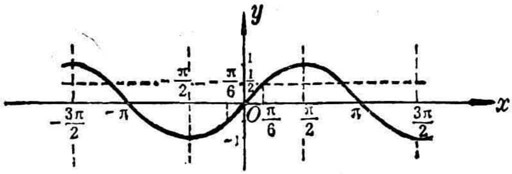


图　1·1

从正弦函数 $y=\sin x$ 的图象图1·1可以看出，对于 $x$ 的每一个确定的值，$y$ 有一个并且只有一个确定的值和它对应。例如，对于 $x=\frac{\pi}{6}$，$y$ 有一个并且只有一个确定的值 $\frac{1}{2}$ 和它对应。反过来，对于 $y$ 的一个从 $-1$ 到 $1$ 的确定的值，$x$ 有无数多个值和它对应。例如，对于 $y=\frac{1}{2}$，$x$ 有 $\frac{\pi}{6}+2k\pi$ 与 $\left(\pi-\frac{\pi}{6}\right)+2k\pi$（$k$是整数）和它对应。但是，我们可以把 $y=\sin x$ 的定义域的全体实数划分为 $-\frac{\pi}{2}+2k\pi\leqslant x\leqslant\frac{\pi}{2}+2k\pi$ 及 $\frac{\pi}{2}+2k\pi\leqslant x\leqslant\frac{3\pi}{2}+2k\pi$（$k$是整数）范围，使每一个范围内的 $\sin x$ 的值递增或者递减。于是，在这样的每一个

范围内，对于 $y$ 的每一个从 $-1$ 到 $1$ 的值，$x$ 有唯一的一个值和它对应。例如，在 $-\frac{\pi}{2}\leqslant x\leqslant\frac{\pi}{2}$ 范围内，当 $y=\frac{1}{2}$ 时，$x$ 只有一个确定的值 $\frac{\pi}{6}$ 和它对应。

我们规定：

**正弦函数 $y=\sin x$ 在 $-\frac{\pi}{2}\leqslant x\leqslant\frac{\pi}{2}$ 范围内的反函数叫做反正弦函数**，记作 $x=\arcsin y$。

习惯上用字母 $x$ 表示自变量，用 $y$ 表示函数，那么**反正弦函数**可以写成

**$y=\arcsin x$，它的定义域是 $-1\leqslant x\leqslant 1$；它的值域是 $-\frac{\pi}{2}\leqslant y\leqslant\frac{\pi}{2}$。**

这样，对于每一个 $x$ 值 $(-1\leqslant x\leqslant 1)$ 来说，$\arcsin x$ 就表示在 $-\frac{\pi}{2}\leqslant y\leqslant\frac{\pi}{2}$ 范围内的唯一的一个值，它的正弦正好等于已知的 $x$。也就是

$$\sin(\arcsin x)=x,\ 其中\ -1\leqslant x\leqslant 1,$$

$$-\frac{\pi}{2}\leqslant\arcsin x\leqslant\frac{\pi}{2}.$$

下面我们研究反正弦函数的图象和性质。

要作出 $y=\arcsin x$ 的图象，只要作 $x=\sin y$ 从 $-\frac{\pi}{2}$ 到 $\frac{\pi}{2}$ 的一段图象就可以了，我们列出下面数值表：

| $y$ | $-\frac{\pi}{2}$ | $-\frac{\pi}{4}$ | $0$ | $\frac{\pi}{4}$ | $\frac{\pi}{2}$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $x$ | $-1$ | $-0.707$ | $0$ | $0.707$ | $1$ |

描点作图，得到图 1·2 的曲线。它就是函数 $y=\arcsin x$的图象。

从图象上可以看出：反正弦函数 $y=\arcsin x$ 有以下的性质：

**（1）反正弦函数 $y=\arcsin x$ 在定义域 $-1\leqslant x\leqslant 1$ 内是增函数；**

**（2）反正弦函数 $y=\arcsin x$ 的图象是关于原点对称的图形，所以它是奇函数。也就是：**

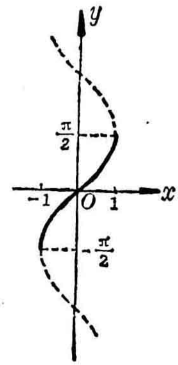

图 1·2

$$\arcsin(-x)=-\arcsin x,\quad -1\leqslant x\leqslant 1.$$

**例 1** 求值：

(1) $\arcsin\frac{\sqrt{2}}{2}$； (2) $\arcsin\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$；

(3) $\arcsin(-0.2672)$。

**解** (1) 因为 $-\frac{\pi}{2}\leqslant\arcsin\frac{\sqrt{2}}{2}\leqslant\frac{\pi}{2}$，而$\frac{\pi}{4}$的正弦等于$\frac{\sqrt{2}}{2}$，

所以 $$\arcsin\frac{\sqrt{2}}{2}=\frac{\pi}{4};$$

注意：虽然 $\sin\frac{3}{4}\pi=\frac{\sqrt{2}}{2}$，但是因为$\frac{3}{4}\pi$不在$-\frac{\pi}{2}$到$\frac{\pi}{2}$范围内，所以 $\arcsin\frac{\sqrt{2}}{2}\neq\frac{3}{4}\pi$。

(2) 由性质(2)，得

$$\arcsin\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)=-\arcsin\frac{\sqrt{3}}{2}.$$

而 $\arcsin\frac{\sqrt{3}}{2}=\frac{\pi}{3}$,

$$\therefore\quad \arcsin\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)=-\frac{\pi}{3};$$

(3) $\because\quad \arcsin(-0.2672)=-\arcsin 0.2672.$

查表得 $\arcsin 0.2672=15°30'$,

$$\therefore\quad \arcsin(-0.2672)=-15°30'。$$

**例 2** 求下列各式的值:

(1) $\sin\left(\arcsin\frac{2}{3}\right)$; (2) $\arcsin\left(\sin\frac{2\pi}{3}\right)$.

**解** (1) 由反正弦函数的定义,得

$$\sin\left(\arcsin\frac{2}{3}\right)=\frac{2}{3};$$

(2) $\arcsin\left(\sin\frac{2\pi}{3}\right)=\arcsin\frac{\sqrt{3}}{2}=\frac{\pi}{3}$.

由例2可以看出,虽然$\sin(\arcsin x)=x$,其中$-1\leqslant x\leqslant 1$,但是$\arcsin(\sin x)$不一定等于$x$,而是等于在$-\frac{\pi}{2}$到$\frac{\pi}{2}$范围内,和$x$有相同正弦的一个值.

**例 3** 求下列各式的值:

(1) $\cos(\arcsin x)\qquad(-1\leqslant x\leqslant 1)$;

(2) $\mathrm{tg}(\arcsin x)\qquad(-1\leqslant x\leqslant 1)$;

(3) $\sin\left[2\arcsin\left(-\frac{3}{5}\right)\right]$.

**解** (1) $\because\quad -\frac{\pi}{2}\leqslant\arcsin x\leqslant\frac{\pi}{2}\quad(-1\leqslant x\leqslant 1)$.

$$\therefore\quad \cos(\arcsin x)\geqslant 0,$$

故 $\cos(\arcsin x)=\sqrt{1-[\sin(\arcsin x)]^2}$

$$=\sqrt{1-x^2};$$

或 设 $\arcsin x = y$,

则 $\sin y = x$, 且 $-\frac{\pi}{2} < y < \frac{\pi}{2}$.

∴ $\cos y = \sqrt{1-\sin^2 y} = \sqrt{1-x^2}$,

即 $\cos(\arcsin x) = \sqrt{1-x^2}$;

(2) $\operatorname{tg}(\arcsin x) = \frac{\sin(\arcsin x)}{\cos(\arcsin x)}$

$$= \frac{x}{\sqrt{1-x^2}} \quad (-1 \leqslant x \leqslant 1);$$

(3) $\sin\left[2\arcsin\left(-\frac{3}{5}\right)\right]$

$$= 2\sin\left[\arcsin\left(-\frac{3}{5}\right)\right]\cdot\cos\left[\arcsin\left(-\frac{3}{5}\right)\right]$$

$$= -2\sin\left(\arcsin\frac{3}{5}\right)\sqrt{1-\left(-\frac{3}{5}\right)^2}$$

$$= -2\times\frac{3}{5}\times\frac{4}{5} = -\frac{24}{25}.$$

### 1·2 反余弦函数

我们规定：

**余弦函数 $y=\cos x$ 在 $0 \leqslant x \leqslant \pi$ 范围内的反函数叫做反余弦函数，记作 $y=\arccos x$，它的定义域是 $-1 \leqslant x \leqslant 1$，值域是 $0 \leqslant y \leqslant \pi$.**

这样，对于每一个 $x$ 值 $(-1 \leqslant x \leqslant 1)$ 来说，$\arccos x$ 就表示在 $0 \leqslant y \leqslant \pi$ 范围内的唯一的一个值，它的余弦正好等于 $x$，也就是：

**$\cos(\arccos x) = x$，其中 $-1 \leqslant x \leqslant 1$，$0 \leqslant \arccos x \leqslant \pi$.**

图1·3就是反余弦函数$y=\arccos x$的图象，要作出$y=\arccos x$的图象，只要作$x=\cos y$从0到$\pi$的一段图象就可以了。从图象上可以看出：反余弦函数$y=\arccos x$在定义域$-1\leqslant x\leqslant 1$内是减函数。它既不是偶函数，也不是奇函数。

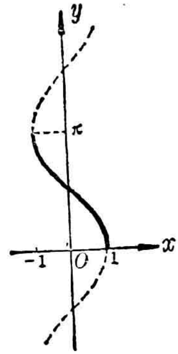

图 1·3

**例 1** 求下列各式的值：

$$(1)\ \arccos 0;\qquad (2)\ \arccos\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right).$$

**解** (1) 因为$0\leqslant\arccos 0\leqslant\pi$，而余弦等于0的值是$\frac{\pi}{2}$

所以 $\arccos 0=\frac{\pi}{2}$;

(2) 因为$0\leqslant\arccos\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)\leqslant\pi$，而余弦等于$-\frac{\sqrt{2}}{2}$的值是$\frac{3\pi}{4}$。

所以 $\arccos\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)=\frac{3}{4}\pi$。

在(2)中，因为 $\arccos\frac{\sqrt{2}}{2}=\frac{\pi}{4}$，可以看出

$$\arccos\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)=\pi-\arccos\frac{\sqrt{2}}{2}.$$

现在我们来证明：对于在$-1\leqslant x\leqslant 1$范围内的任意$x$值，都有

$$\arccos(-x)=\pi-\arccos x.$$

**证明** 由诱导公式与反余弦函数的定义，得

$$\cos(\pi-\arccos x)=-\cos(\arccos x)=-x.$$

已知 $0\leqslant\arccos x\leqslant\pi$,

所以 $0\geqslant-\arccos x\geqslant-\pi$,

即 $0\leqslant\pi-\arccos x\leqslant\pi$.

又已知 $-1\leqslant x\leqslant 1$,

即 $1\geqslant-x\geqslant-1$,

$\therefore$ $-1\leqslant-x\leqslant 1$.

由反余弦定义，可知

$$\arccos(-x)=\pi-\arccos x.$$

这样，我们就可直接用这个公式计算负值的反余弦，如计算 $\arccos(-0.9078)$ 的值：

因为 $\arccos(-0.9078)=\pi-\arccos 0.9078$,

查表，得 $\arccos 0.9078=24°48'$,

$\therefore$ $\arccos(-0.9078)=180°-24°48'=155°12'$.

**例 2** 求下列各式的值：

(1) $\sin(\arccos x)$; $(-1\leqslant x\leqslant 1)$

(2) $\mathrm{tg}(\arccos x)$，其中 $-1\leqslant x<0$ 或 $0<x\leqslant 1$;

(3) $\cos\left[\arccos\frac{4}{5}+\arccos\left(-\frac{5}{13}\right)\right]$.

**解** (1) $\because$ $0\leqslant\arccos x\leqslant\pi$, $\therefore$ $\sin(\arccos x)\geqslant 0$.

故
$$\sin(\arccos x)=\sqrt{1-[\cos(\arccos x)]^2}=\sqrt{1-x^2},\ (-1\leqslant x\leqslant 1);$$

(2) $$\mathrm{tg}(\arccos x)=\frac{\sin(\arccos x)}{\cos(\arccos x)}=\frac{\sqrt{1-x^2}}{x},$$

其中$-1\leqslant x<0$或$0<x\leqslant 1$；

(3) $\cos\left[\arc\cos\frac{4}{5}+\arc\cos\left(-\frac{5}{13}\right)\right]$

$$=\cos\left(\arc\cos\frac{4}{5}+\pi-\arc\cos\frac{5}{13}\right)$$

$$=-\cos\left(\arc\cos\frac{4}{5}-\arc\cos\frac{5}{13}\right)$$

$$=-\left[\cos\left(\arc\cos\frac{4}{5}\right)\cdot\cos\left(\arc\cos\frac{5}{13}\right)\right.$$

$$\left.+\sin\left(\arc\cos\frac{4}{5}\right)\cdot\sin\left(\arc\cos\frac{5}{13}\right)\right]$$

$$=-\left[\frac{4}{5}\cdot\frac{5}{13}+\sqrt{1-\left(\frac{4}{5}\right)^2}\cdot\sqrt{1-\left(\frac{5}{13}\right)^2}\right]$$

$$=-\left(\frac{20}{65}+\frac{3}{5}\cdot\frac{12}{13}\right)=-\frac{56}{65}.$$

## 1·3 反正切函数与反余切函数

我们规定：

**正切函数 $y=\operatorname{tg}x$ 在 $-\frac{\pi}{2}<x<\frac{\pi}{2}$ 范围内的反函数叫做反正切函数，记作 $y=\operatorname{arc\,tg}x$，它的定义域是 $x$ 为任意实数，值域是 $-\frac{\pi}{2}<y<\frac{\pi}{2}$。**

**余切函数 $y=\operatorname{ctg}x$ 在 $0<x<\pi$ 范围内的反函数叫做反余切函数，记作 $y=\operatorname{arc\,ctg}x$，它的定义域是 $x$ 为任意实数，值域是 $0<y<\pi$。**

由反正切函数与反余切函数的定义，我们得到：

$\operatorname{tg}(\operatorname{arc\,tg}x)=x$，其中$x$为任意实数；$-\frac{\pi}{2}<\operatorname{arc\,tg}x<\frac{\pi}{2}$；

$\operatorname{ctg}(\operatorname{arc\,ctg}x)=x$，其中$x$为任意实数，$0<\operatorname{arc\,ctg}x<\pi$。

要作 $y=\operatorname{arctg}x$ 的图象，只要作 $x=\operatorname{tg}y$ 在 $-\frac{\pi}{2}$ 到 $\frac{\pi}{2}$ 之间的一段图象就可以了。

要作$y=\operatorname{arcctg}x$的图象，只要作$x=\operatorname{ctg}y$在0到 $\pi$ 之间的一段图象就可以了。图1·4与图1·5分别是反正切函数与反余切函数的图象。

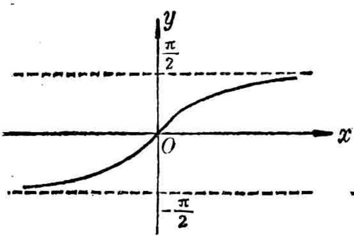


图 1·4

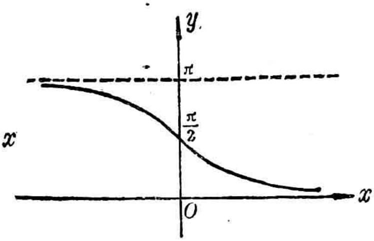


图 1·5

从图象上可以看出：

**(1) 反正切函数$y=\operatorname{arc\,tg}x$ 在定义域($x$ 为任意实数)内是增函数；反余切函数$y=\operatorname{arc\,ctg}x$在定义域($x$ 为任意实数)内是减函数。**

**(2) 反正切函数$y=\operatorname{arc\,tg}x$是奇函数，即有**

$$\operatorname{arc\,tg}(-x)=-\operatorname{arc\,tg}x,\quad (x\text{为任意实数})$$

而反余切函数 $y=\operatorname{arc\,ctg}x$ 既不是奇函数也不是偶函数。

与反余弦函数的证明相同，反余切函数有下述关系：

$$\operatorname{arc\,ctg}(-x)=\pi-\operatorname{arc\,ctg}x,\quad (x\text{ 为任意实数})$$

**例 1** 求下列各式的值：

(1) $\operatorname{arc\,tg}0$； (2) $\operatorname{arc\,tg}(-1)$；

(3) $\operatorname{arc\,ctg}(-\sqrt{3})$.

**解** (1) $\operatorname{arc\,tg}0=0$；

(2) $\operatorname{arc\,tg}(-1)=-\operatorname{arc\,tg}1=-\dfrac{\pi}{4}$；

(3) $\operatorname{arc\,ctg}(-\sqrt{3})=\pi-\operatorname{arc\,ctg}\sqrt{3}$

$$=\pi-\frac{\pi}{6}=\frac{5}{6}\pi.$$

**例 2** 求证：$\operatorname{arc\,tg}x+\operatorname{arc\,ctg}x=\dfrac{\pi}{2}$.

**证明** 由诱导公式与反余切函数的定义，得

$$\operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{2}-\operatorname{arc\,ctg}x\right)=\operatorname{ctg}(\operatorname{arc\,ctg}x)=x.$$

又$\because$ $0<\operatorname{arc\,ctg}x<\pi$,

$\therefore$ $0>-\operatorname{arc\,ctg}x>-\pi$,

即 $\dfrac{\pi}{2}>\dfrac{\pi}{2}-\operatorname{arc\,ctg}x>-\dfrac{\pi}{2}$.

因此，由反正切函数的定义，可得

$$\operatorname{arc\,tg}x=\frac{\pi}{2}-\operatorname{arc\,ctg}x.$$

即 $$\operatorname{arc\,tg}x+\operatorname{arc\,ctg}x=\frac{\pi}{2}.$$

## 习 题 一

1. 求下列各式的值：

(1) $\arcsin 0$； (2) $\arcsin\dfrac{\sqrt{3}}{2}$；

(3) $\arcsin\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$; (4) $\arccos 1$;

(5) $\arccos\left(-\frac{1}{2}\right)$; (6) $\arccos\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$;

(7) $\operatorname{arctg}\frac{\sqrt{3}}{3}$; (8) $\operatorname{arctg}(-\sqrt{3})$;

(9) $\operatorname{arctg}\left(-\frac{\sqrt{3}}{3}\right)$; (10) $\operatorname{arcctg}(-1)$.

2. 查表，求下列各式的值：

(1) $\arcsin 0.7841$; (2) $\arcsin\left(-\frac{1}{4}\right)$;

(3) $\arccos 0.6743$; (4) $\arccos(-0.9078)$;

(5) $\operatorname{arctg}(-2.747)$; (6) $\operatorname{arcctg}(-7.238)$.

3. 求下列函数的定义域和值域：

(1) $y=\arcsin 3x$; (2) $y=\arccos(2-x)$;

(3) $y=\operatorname{arctg}\frac{x}{3}$; (4) $y=\operatorname{arcctg}\sqrt{x}$;

(5) $y=\sqrt{\arcsin x}$; (6) $y=\frac{1}{\arccos x}$.

4. 求下列各式的值：

(1) $\arcsin\left(\sin\frac{5}{6}\pi\right)$; (2) $\arcsin\left[\sin\left(-\frac{4}{5}\pi\right)\right]$;

(3) $\arccos\left[\cos\left(-\frac{\pi}{7}\right)\right]$;

(4) $\operatorname{arctg}\left(\operatorname{tg}\frac{5}{8}\pi\right)$.

5. 把下列各式中的 $x$ 用反三角函数表示出来：

(1) $\sin x=\frac{\sqrt{3}}{2}$ $\left(0<x<\frac{\pi}{2}\right)$;

(2) $\sin x=\frac{\sqrt{3}}{2}\quad\left(\frac{\pi}{2}<x<\pi\right)$;

(3) $\sin x=-\frac{1}{4}\quad\left(\pi<x<\frac{3}{2}\pi\right)$;

(4) $\cos x=\frac{\sqrt{2}}{2}\quad\left(0<x<\frac{\pi}{2}\right)$;

(5) $\cos x=\frac{\sqrt{2}}{2}\quad\left(-\frac{\pi}{2}<x<0\right)$;

(6) $\cos x=-\frac{1}{3}\quad\left(\pi<x<\frac{3}{2}\pi\right)$.

6. 求下列各式的值：

(1) $\sin\left(\arccos\frac{1}{2}\right)$;　(2) $\cos\left(\arcsin\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$;

(3) $\sin\left[\arcsin\left(-\frac{1}{2}\right)\right]$;

(4) $\cos(\operatorname{arctg}0)$;　(5) $\sin\left(\arccos\frac{2}{3}\right)$;

(6) $\cos\left[\arcsin\left(-\frac{8}{17}\right)\right]$;

(7) $\operatorname{tg}(\arcsin 0.8)$;　(8) $\operatorname{ctg}(\operatorname{arctg}0.4)$;

(9) $\cos(2\arcsin 0.5)$;　(10) $\operatorname{tg}(2\operatorname{arcctg}x)$;

(11) $\sin\left[\frac{\pi}{3}+\arcsin\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)\right]$;

(12) $\sin\left(\frac{1}{2}\arccos\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$;

(13) $\operatorname{tg}\left(\operatorname{arctg}\frac{\sqrt{2}}{2}+\operatorname{arctg}\frac{\sqrt{3}}{3}\right)$;

(14) $\cos\left[\arcsin\frac{1}{3}+\arccos\left(-\frac{1}{5}\right)\right]$.

7. 证明下列恒等式：

(1) $\cos(\operatorname{arc\,tg} x)=\dfrac{1}{\sqrt{1+x^2}}$；

(2) $\sin(\operatorname{arc\,tg} x)=\dfrac{x}{\sqrt{1+x^2}}$。

8. 求证 $\arcsin x+\arccos x=\dfrac{\pi}{2}$，其中$-1\leqslant x\leqslant 1$。

9. 已知等腰三角形的高与底的比为4:3，试用反三角函数表示三角形的三个内角。

## 第二节 简单的三角方程

### 1·4 三角方程

我们先看下面的问题：图1·6中的$P$、$Q$分别是宽为4cm和8cm的钢板，现在要把它们焊接成60°角，下料时角$x$应是多少度？

因为$\angle CBD=60°$，从点$A$作$\angle CBD$两边的垂线$AC$、$AD$就可以看出，

$$AB\cdot\sin x=8,$$

$$AB\cdot\sin(60°-x)=4.$$

由此，得

$$\sin x=2\sin(60°-x).$$

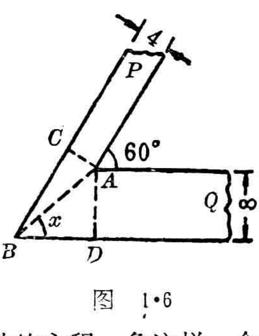


图 1·6

这是一个含有未知数的三角函数的方程，象这样，含有未知数的三角函数的方程叫做**三角方程**，解三角方程就是求出适合于方程的未知数的一切值，也就是求出它的解。

### 1·5 最简单的三角方程

三角方程有多种多样，但$\sin x=a$、$\cos x=a$、$\operatorname{tg}x=a$这三个是最基本的，也是最简单的。其他三角方程往往可以化成几个这样的方程。下面我们研究这三个简单的三角方程的解。

1．$\sin x=a$

因为正弦函数的绝对值不能大于1，所以当$|a|>1$时，方程$\sin x=a$无解，现在我们来讨论，当$|a|\leqslant 1$时，方程$\sin x=a$的解。

当$|a|\leqslant 1$时，由反正弦函数的定义可知，在$-\frac{\pi}{2}\leqslant x\leqslant\frac{\pi}{2}$范围内，适合于方程$\sin x=a$的唯一的$x$的值是$\arcsin a$；在$\frac{\pi}{2}\leqslant x\leqslant\frac{3\pi}{2}$范围内，适合于方程$\sin x=a$的唯一的$x$的值是$\pi-\arcsin a$，因为在$-\frac{\pi}{2}\leqslant x\leqslant\frac{\pi}{2}$和$\frac{\pi}{2}\leqslant x\leqslant\frac{3\pi}{2}$的范围内，对于$|a|\leqslant 1$的每一个$a$的值，$x$都分别有一个而且只有一个值和它对应，并且$\sin x$的周期是$2\pi$，所以方程的解是

$$x=2k\pi+\arcsin a,$$

$$x=(2k+1)\pi-\arcsin a。（k是整数）$$

这两个式子就是说，$x$等于$\pi$的偶数倍与$\arcsin a$的和或者$\pi$的奇数倍与$-\arcsin a$的和。因为在$n$是偶数时，$(-1)^n=+1$，在$n$是奇数时，$(-1)^n=-1$，所以这两个式子可以合并成

$$x=n\pi+(-1)^n\arcsin a\quad（n是整数）.$$

因此，

> **方程$\sin x=a$（$|a|\leqslant 1$）的解是**
>
> $$x=n\pi+(-1)^n\arcsin a（n是整数）。$$

2. $\cos x=a$

因为余弦的绝对值不能大于1

$\cos x=a$无解。现在我们来讨论，当$|a|\leqslant1$时，方程$\cos x=a$的解。

当$|a|\leqslant1$时，由反余弦函数的定义可知，在$0\leqslant x\leqslant\pi$的范围内，适合于方程$\cos x=a$的唯一的$x$的值是$\arccos a$；在$-\pi\leqslant x\leqslant0$的范围内，适合于方程$\cos x=a$的唯一的$x$的值是$-\arccos a$，因为在$0\leqslant x\leqslant\pi$和$-\pi\leqslant x\leqslant0$的范围内，对于$|a|\leqslant1$的每一个$a$的值，$x$都分别有一个而且只有一个值和它对应，并且$\cos x$的周期是$2\pi$，所以方程的解是

$$x=2n\pi+\arccos a,$$

$$x=2n\pi-\arccos a.\quad (n\text{是整数})$$

因此，

**方程$\cos x=a(|a|\leqslant1)$的解是**

$$x=2n\pi\pm\arccos a(n\text{是整数}).$$

3. $\operatorname{tg}x=a$

由反正切函数的定义可知，在$-\frac{\pi}{2}<x<\frac{\pi}{2}$的范围内，适合于方程$\operatorname{tg}x=a$的唯一的$x$的值是$\operatorname{arc\,tg}a$。因为在$-\frac{\pi}{2}<x<\frac{\pi}{2}$的范围内，对于$a$的每一个实数值，$x$都有一个而且只有一个值和它对应，并且$\operatorname{tg}x$的周期是$\pi$，所以

**方程$\operatorname{tg}x=a$的解是**

$$x=n\pi+\operatorname{arc\,tg}a(n\text{是整数}).$$