



FENSHUIE XIANJIN KONGZHI XITONG
YANJIU YU YINGYONG

分数阶先进控制系统 研究与应用



李英顺 赵春娜 陆 涛◎著



北京师范大学出版集团
BEIJING NORMAL UNIVERSITY PUBLISHING GROUP
北京师范大学出版社

辽宁省教育厅高校学术专著出版基金资助



FENSHUJIE XIANJIN KONGZHIXITONG
YANJIU YU YINGYONG

分数阶先进控制系统 研究与应用



李英顺 赵春娜 陆 涛◎著



北京师范大学出版集团
BEIJING NORMAL UNIVERSITY PUBLISHING GROUP
北京师范大学出版社

图书在版编目(CIP)数据

分数阶先进控制系统研究与应用 / 李英顺, 赵春娜, 陆涛
著. —北京: 北京师范大学出版社, 2012.7

ISBN 978-7-303-14726-7

I. ①分… II. ①李…②赵…③陆… III. ①PID控制—控
制器—研究 IV. ①TP273

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2012)第 126278 号

营销中心电话	010-58802181 58805532
北师大出版社高等教育分社网	http://gaojiao.bnup.com.cn
电子邮箱	beishida168@126.com

出版发行: 北京师范大学出版社 www.bnup.com.cn

北京新街口外大街 19 号

邮政编码: 100875

印刷: 北京京师印务有限公司

经销: 全国新华书店

开本: 170 mm × 230 mm

印张: 18.5

字数: 332 千字

版次: 2012 年 7 月第 1 版

印次: 2012 年 7 月第 1 次印刷

定价: 40.00 元

策划编辑: 胡 宇 责任编辑: 岳昌庆 胡 宇

美术编辑: 毛 佳 装帧设计: 天之赋

责任校对: 李 茵 责任印制: 李 啸

版权所有 侵权必究

反盗版、侵权举报电话: 010-58800697

北京读者服务部电话: 010-58808104

外埠邮购电话: 010-58808083

本书如有印装质量问题, 请与印制管理部联系调换。

印制管理部电话: 010-58800825

序

分数阶微积分学的提出可以追溯到 300 年以前，但其在控制工程中的应用是近二十年的事。近年来，分数阶微积分学与应用已经成为控制界较热门的研究方向，越来越多的学者开始了本领域的研究。

分数阶系统是在分数阶微积分学理论上建立起来的实际系统的数学模型。分数阶微分方程扩展了传统的(整数阶)微积分方程的覆盖范围，即允许微分方程中对函数的导数阶次选择非整数，而不是传统的整数。“分数阶”一词是一个误用的词汇，更准确的用法是“非整数阶”，但由于相关领域发展过程中绝大部分文献均采用了分数阶一词，所以该词在研究领域一直沿用下来了。分数阶微积分不仅为系统科学提供了一个新的数学工具，它的广泛应用也表明了实际系统动态过程本质上是分数阶的。分数阶系统可以更准确描述某些系统的动态过程，将使得人们更好地理解客观世界，对科学与工程领域的进展将起着重要的作用，一些科学家已成功将其应用于电磁学、信号处理、材料科学、混沌系统、遗传力学、生物工程、机械和机器人控制等方面，取得了丰硕的成果。

在过程工程领域，从 20 世纪 40 年代开始，采用 PID 控制策略的单输入单输出简单反馈控制回路已成为过程控制的核心控制策略。目前 PID 控制因其结构简单、物理意义明确仍有着广泛应用，而在实际工业生产过程中，仍有很多控制问题采用传统意义下的 PID 控制策略是无法有效解决的，所涉及被控过程往往具有强耦合性、不确定性、非线性、信息不完全性和大纯滞后等特征，并存在非常苛刻的约束条件。这些生产过程的核心部分的控制直接关系到

产品的质量、产率和消耗等有关指标。随着过程工业日益走向大型化、集成化、连续化、复杂化对过程控制的品质提出了更高的要求,控制的目标已不再局限于对某一个变量,或几个变量的平稳操作,而是越来越多地加入了以经济效益为代表的其他控制要求,然而传统的以单变量技术为基础的控制技术已无法满足这些需求。控制与经济效益的矛盾日益尖锐,迫切需要合适的先进控制策略,引入分数阶控制是解决这类问题的一种有益的尝试。

本书以连续重整装置应用为背景,主要目标是正确整定分数阶 PID 控制回路和开发自主的分数阶先进控制系统。整定分数阶 PID 回路是为在动态响应与鲁棒性之间作出权衡;合理限制控制变量的变化量和变化率,保证控制系统的平稳性和对不确定性因素的鲁棒性。分数阶先进控制系统重点研究了建模、先进控制以及优化技术。

本书阐述了分数阶系统的基本特征,介绍了分数阶系统近似、建模等分析方法。针对过程控制中应用最广泛的 PID 控制器进行了分析,阐述了性能更好的分数阶 PID 控制器及整定方法,并进行了温度控制等实例分析。在自然灾害和教育评估中应用分数阶模型来建立多因素间的复杂关系,充分体现出分数阶系统的特点。先进控制及实时优化技术作为工业自动化技术的重要组成部分得到了广泛应用,带来了显著的经济效益,日益受到了石油化工和炼油企业的重视和青睐。本书中针对连续重整装置,在深入了解工艺机理的基础上,运用软测量技术,建立了有关重要工艺参数和质量参数的软测量模型,对先进控制和实时优化技术进行了深入研究,在此基础上创新地研制出连续重整装置先进控制和实时优化系统并投入实际生产,显著提高了操作运行的平稳性和芳烃收率,带来巨大的经济效益。

本书将分数阶 PID 控制器的设计及整定方法和先进控制及实时优化技术有机地结合起来,分数阶先进控制系统将对过程工业控制有重要的理论意义、学术价值、巨大的应用前景和显著的经济效益。

薛定宇

2012 年 4 月 24 日

前言

先进控制是对那些不同于常规单回路控制，并具有比常规 PID 控制效果更好的控制策略的统称，而非专指某种计算机控制算法。先进控制的任务非常明确，就是用来处理那些常规控制效果不好、甚至无法控制的复杂工业控制的问题。

随着我国经济体制的改变，国内的众多过程生产企业日益感到国际间竞争所带来的威力和挑战。在这种大的背景下，积极开发和应用先进控制和实时优化算法以提高企业经济效益，进而增强自身的竞争力是过程工业迎接挑战的重要对策。现代控制理论和人工智能几十年的发展，已为先进控制奠定了应用理论基础，而控制计算机尤其是集散控制系统(DCS)的普及与提高，则为先进控制的应用提供了强有力的硬件和软件平台。

分数阶系统是建立在分数阶微积分以及分数阶微分方程理论上的模型系统。分数阶微积分，指微分、积分的阶次可以是任意的或者说是分数的，它扩展了人们所熟知的整数阶微积分的描述能力。整数阶微积分仅仅决定于函数的局部特征，而分数阶微积分以加权的形式考虑了函数的整体信息。在很多方面应用分数阶微积分的数学模型，可以更准确的描述实际系统的动态响应，提高对于动态系统的设计、表征和控制的能力。分数阶微积分积累了函数在一定范围内的整体信息，这也称做记忆性。分数阶微积分的发展为各个学科的发展提供了新的理论基础，对于复杂的、成比例的系统过程和事件提供了更完善的数学模型，在物理、生物工程、控制理论等方面有很多应用。随着工业的发展，

对于一些实际模型的建立提出了更高的要求,分数阶微分方程的引入,使得数学模型变得更加简单准确,分数阶微积分的研究,也越来越受到关注。

本书创新地将分数阶系统、分数阶 PID 控制器的设计及整定方法和先进控制及实时优化技术有机地结合起来,阐述了分数阶系统的本质特征,介绍了分数阶系统近似、建模等分析方法,针对过程控制中应用最广泛的 PID 控制器,结合实际应用,阐述了新型的基于遗传算法的智能 PID 温度控制系统、PID 参数模糊自整定温度测控仪、模糊自适应 PID 温度控制系统等,进一步提出性能更好的分数阶 PID 控制器及整定方法,这将对过程工业控制具有重要的理论意义和巨大的应用前景。在自然灾害和教育评估中应用分数阶模型来建立多因素间的复杂关系,充分体现分数阶系统的特点。建立了连续重整装置软测量模型,为操作提供指导,为先进控制与实时优化提供依据;建立了连续重整装置反应深度实时优化系统,提出了具有动态补偿的智能型自寻优策略,依据过程变量的相对变化自行寻优或维持优化状态;提出一种新的模型预估方法——基于分数阶的多变量模型预估协调控制方法,实现多变量协调和多目标优化。本书在叙述上重点突出,条理清晰,语言精练流畅,通俗易懂,便于知识点的理解和进一步研究,具有较高的学术价值。

本书内容涉及科学运算、数学建模、控制系统设计、分数阶系统、先进控制系统密切相关的知识,可作为控制类应用研究型人才培养的本科院校研究生的教科书或参考书,也可供其他有兴趣的学生、科技工作者和教师作为控制理论、仿真建模等课程的实验辅助教材。

本书写作与出版得到北京市教育委员会科技计划项目《基于分数阶的教学质量建模仿真及评估方法研究》(项目编号 KM201010028021)、辽宁省自然科学基金项目《最优分数阶 PID 控制器参数整定算法研究》(项目编号 20062036)、辽宁省自然科学基金项目《汽车防抱制动参数自整定模糊 PID 控制器研究》(项目编号 20082044)、辽宁省教育厅项目《新型纸机烘缸智能加热系统》(项目编号 2008519)的资助。

本书在写作过程中得到很多老师、朋友、同事的帮助,在此表示衷心的感谢。特别感谢薛定宇教授、张祥德教授、孙艳蕊教授和陈阳泉教授。

由于作者水平有限,书中的缺点和错误在所难免,欢迎读者批评指教。

作者
2012 年 2 月

目 录

第 1 章 绪 论	(1)
1.1 分数阶系统概述	(1)
1.2 先进控制技术	(10)
1.3 化工过程优化方法	(15)
第 2 章 相关理论基础	(18)
2.1 基本函数	(18)
2.2 分数阶微积分定义	(22)
2.3 分数阶微积分的基本变换	(26)
2.4 分数阶微分方程的解	(28)
第 3 章 分数阶系统求解	(30)
3.1 分数阶线性微积分方程求解	(31)
3.2 分数阶微积分框图求解法	(37)
第 4 章 分数阶微分算子近似	(45)
4.1 直接近似化方法	(46)
4.2 间接近似化方法	(48)
4.3 改进近似法	(52)
4.4 分数阶系统最优降阶	(60)
4.5 仿真实例	(61)
第 5 章 成比例分数阶系统	(67)
5.1 成比例分数阶系统表示方法	(67)

5.2	状态空间与传递函数的关系	(70)
5.3	成比例分数阶系统的稳定性	(72)
5.4	成比例分数阶系统的能控性与能观性	(74)
5.5	成比例分数阶系统的响应分析	(77)
5.6	理想传递函数	(79)
5.7	成比例分数阶系统实例分析	(81)
5.8	成比例分数阶系统的范数	(84)
5.9	控制器设计与仿真	(85)
第 6 章	分数阶 PID 控制器设计	(91)
6.1	分数阶 PID 控制器	(92)
6.2	简单分数阶系统的分数阶 PID 控制器设计与仿真	(94)
6.3	分数阶系统的分数阶 PID 控制器设计与仿真	(103)
第 7 章	分数阶 PID 控制器对比研究	(108)
7.1	位置伺服系统	(108)
7.2	分数阶 PID 控制器与模型预测控制的比较	(110)
7.3	分数阶 PID 控制器与整数阶 PID 控制器的对比研究	(113)
7.4	分数阶 PI 控制器与整数阶 PI 控制器的对比研究	(129)
7.5	分数阶控制器对于弹性参数的鲁棒性	(139)
7.6	分数阶控制器对于机械非线性的鲁棒性	(147)
第 8 章	智能 PID 温度控制算法研究	(151)
8.1	PID 参数模糊自整定温度测控仪	(151)
8.2	基于遗传算法的连续重整装置智能 PID 温度控制系统	(158)
8.3	连续重整装置模糊自适应 PID 温度控制系统	(164)
第 9 章	风暴灾害中的分数阶模型	(172)
9.1	人员伤亡损失评估	(173)
9.2	直接经济损失评估	(175)
9.3	间接经济损失评估	(179)
9.4	实例分析	(180)
第 10 章	教育评估的分数阶模型	(183)
10.1	教育评估简介	(183)
10.2	分数阶评估方法	(186)
10.3	实例分析	(194)

第 11 章 软测量建模方法	(199)
11.1 软测量技术	(199)
11.2 连续生产化学反应器软测量方法	(207)
11.3 一类非线性观测器	(215)
第 12 章 连续重整装置反应深度实时优化系统	(224)
12.1 引言	(224)
12.2 连续重整装置反应深度实时优化系统	(227)
12.3 遗传算法在优化操作中的应用研究	(233)
12.4 运行与应用	(241)
第 13 章 通用多变量模型预估协调控制方法	(242)
13.1 模型预估控制基本原理	(242)
13.2 可用各种模型、具有校正时域的控制器	(244)
13.3 多时域预估与多周期控制的控制器	(247)
13.4 多回路控制和通用鲁棒预估控制器	(249)
13.5 动态控制与优化要求的实时协调	(251)
13.6 对被控对象特性变化的自适应	(253)
13.7 连续重整装置变结构通用预估协调控制器	(254)
参考文献	(274)

第1章 绪论

1.1 分数阶系统概述

现实的世界本质上是分数阶的。分数阶微积分对于我们所能看到的、触摸到的、控制的自然界中的事物具有很大的影响。过去我们用整数阶微积分描述自然界中的事物，但自然界中许多现象依靠传统整数阶微分方程是不能精确描述的，必须对传统的微积分学进行扩展才能更好地描述与研究这样的现象。分数阶微分方程是扩展传统微积分学的一种直接方式，即允许微分方程中对函数的导数阶次选择分数，而不仅是现有的整数。图 1-1 和图 1-2 给出了 Isabel 飓风的影像与分数阶微分方程模型的计算结果，可见这样的现象是不能用整数阶微分方程模型进行建模和研究的，而分数阶微分方程则可以较好地描述这种现象。

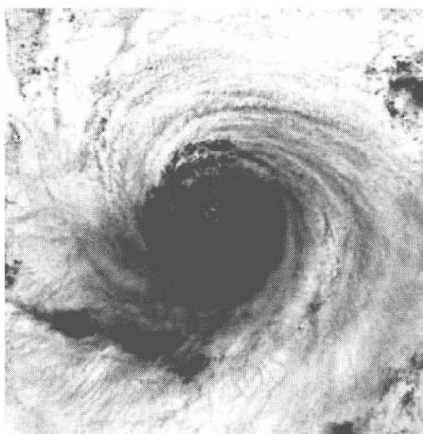


图 1-1 Isabel 飓风影像

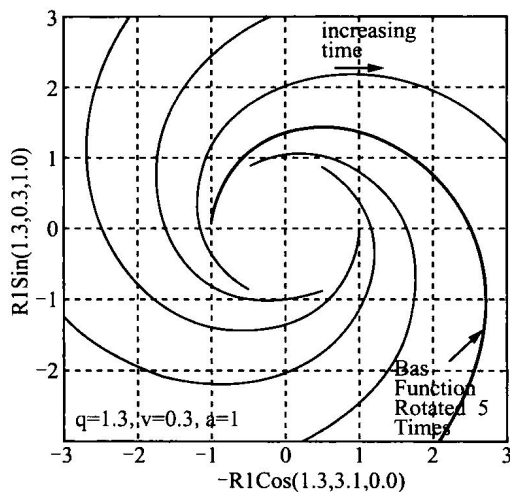


图 1-2 分数阶微分方程模型

在科学发展的过程中，很多进展都来源于所谓“in between”的思想。例如模糊逻辑在传统 Cantor 集合的 $[0, 1]$ 值之间引入了隶属度的概念，基于该理论的模糊控制理念无论在理论还是在实际应用中都有着重大的意义。分数阶微积分学理论也是基于这样的“in between”思想，该领域的研究将使得微积分学的研究范围进一步扩展。分数阶微积分学的引入将使得人们更好地理解客观世界，对科学与工程领域的进展将起着重要的作用。

描述自然界现象的数学模型都应该是分数阶的。很多系统由于采用集中参数方式的近似后效果很好，可以用整数阶系统模型近似描述，忽略分数阶因素，故分数阶现象并未引起足够的重视。但在一些实际系统，如电气、机械、生物工程系统中，分数阶现象是不能忽略的，需要考虑分布参数系统。这类系统在以往研究中通常采用偏微分方程来近似描述，传统的建模仿真和控制设计方法不适合处理这样的偏微分系统，使其难于分析控制。引入分数阶微积分学的建模方法，则很多被偏微分方程描述的过程可以较好地用分数阶系统精确地描述，利用分数阶仿真和控制方法来准确研究分析。

分数阶微积分学的理论可以追溯到 300 年前微积分学创建者之一 Leibnitz 的工作，但分数阶微积分学在其他领域的应用是近十几年的事，较全面且广为引用的描述分数阶微分方程的著作出版于 1999 年^[1]，《高等应用数学问题的 MATLAB 求解》是国内较早介绍分数阶微积分学及其计算的著作^[2]。

1.1.1 分数阶系统简介

分数阶系统是建立在分数阶微积分以及分数阶微分方程理论上的模型系统。分数阶微积分,指微分、积分的阶次可以是任意的或者说是分数的,它扩展了人们所熟知的整数阶微积分的描述能力。整数阶微积分仅仅决定函数的局部特征,而分数阶微积分以加权的形式考虑了函数的整体信息,在很多方面应用分数阶微积分的数学模型,可以更准确的描述实际系统的动态响应,提高对于动态系统的设计、表征和控制的能力。分数阶微积分积累了函数在一定范围内的整体信息,这也称做记忆性,它在物理、化学与工程中都有应用。分数阶微积分的发展为各个学科的发展提供了新的理论基础,在冶金、化工、电力、轻工和机械等工业过程中都有应用。分数阶微积分对于复杂、成比例的系统过程和事件提供了更完善的数学模型,在物理、生物工程、控制理论等方面有很多应用。随着工业的发展,对于一些实际模型的建立提出了更高的要求。分数阶微分方程的引入,使得数学模型变得更加简单准确,也使得分数阶微积分的研究越来越受到关注。

分数阶微积分还没有广泛应用于系统工程领域,是由于在工程系统的数学模型中还没有广泛使用分数阶微积分,一般的偏微分方程对于动态系统的建立也提供了足够的自由度。近年来,这种情况开始发生变化,分数阶微积分不仅为工程系统提供了新的数学工具,而且特别适合描述动态系统的行为。最近,在漫射、光谱分析、电介质与黏弹性等行为中,一些数学家、物理学家和工程师等已经开始应用分数阶微积分来解决问题。分数阶微积分对于复杂、成比例的过程和事件提供了更完善的数学模型。在生物工程领域,以前生物工程师很少直接应用分数阶微积分这个数学工具解决当时的生物医学问题。在大多数情况下,他们用传统的整数阶微分方程为动态系统建模,并研究这些生物过程的控制系统。对于一些情况,这些工具方法是有效的。但是,在生物分子工程、细胞组织工程和神经网络工程等一些新兴领域,传统的方法就存在一定局限性。分数阶动力学遵循分数阶幂函数暂态响应,一些传感神经元就显示这种活动,生物系统的暂态响应和频率响应数据表明这是一种潜在的分数阶动力学,从而迫使人们将传递函数的模型由整数阶扩展到分数阶,以便更好地研究这些行为,分数阶微积分为其提供一种有效的运算模型。

随着对分数阶微积分理论研究的不断深入,它的应用也越来越广,在力学、物理学、生物工程、分形理论和地震分析等方面都有涉入。第一个用分数

阶微积分解决的工程问题是等时曲线问题。1823年, Abel 发现了一个微分方程的解, 这个微分方程包含了当时分数阶微积分的 Riemann-Liouville 定义。由于当时分数阶微积分算子的不完善、定义的相互矛盾、缺乏统一的运算规则等, 使得分数阶微积分在工程中的应用受到限制。直到 19 世纪中期, Liouville, Riemann, Grunwald 和 Letnikov 发展了分数阶微积分定义的一般表达式。今天, 最常用的分数阶微积分定义就是 Riemann-Liouville 定义和 Grunwald-Letnikov 定义, 这些定义在工程问题中的应用也经历了很长时间。

在将一些变换如 Laplace 变换等应用到分数阶系统时, 可以发现对于分数阶微积分的操作并不遵循那些整数阶微积分的规则。例如, 对于一个时间常数 c 的 0.5 阶微分并不是零, 而是 $c/\sqrt{\pi t}$ 。这个结果也显示了在分数阶微积分中, 即使是一个在整数阶微积分中简单的定义也是复杂的, 也表明要想获得这个新的数学工具并不能简单地套用传统的整数阶微积分的理论方法。分数阶微积分就像一门新的语言一样, 对于人们熟悉的公式拥有自己不同的规则。在分数阶微积分领域里, 为了更好地描述那些基本原则, 需要开发新的定义与原理。在仔细分析的基础上, 还要证明对于描述函数、系统的方法和操作是正确的。因此, 分数阶微积分不仅是更好的建模工具, 而且还可以从数学上精确证明系统的正确性。

分数阶控制系统既可以应用到整数阶系统, 也更适合分数阶受控系统模型。在复杂动态系统中, 应用分数阶微积分方程建模要比整数阶系统模型更加准确, 特别是在物理、生物医学等方面, 分数阶系统模型可以准确描述动态系统的属性特征。分数阶模型, 一般来说采用分数阶控制器才能起到很好的控制效果。分数阶控制器增加了可调参数, 可以连续改变系统参数属性, 其控制效果远远好于整数阶控制器。分数阶控制器不仅适用于分数阶系统模型, 对于整数阶系统模型也能充分体现其优越性。

越来越多的专家学者开始关注分数阶系统的研究。在 2003 年美国机械工程师协会上, 首次出现了关于分数阶微积分及其应用的座谈会。该会议接受了 29 篇关于分数阶微积分及其应用的文章, 其中涉及建模、自动控制、热能系统和动态系统等多个领域。首次分数阶微积分及其应用的 IFAC 会议于 2004 年夏天在法国波尔多召开, 会议包括描述、分析、近似、仿真、建模、识别、可观、可控、模式识别、边缘检测等诸多方面。对于分数阶系统的研究包罗万千, 类似于整数阶系统的各个方面, 分数阶系统有很多方面值得人们去研究分析。

1.1.2 分数阶系统求解

随着分数阶微积分定义的出现, 分数阶微积分方程的求解方法就成为数学家至今仍在研究的主要课题. 分数阶微积分方程的解析解不仅很难求得, 而且在实际的工程中意义并不大, 数值解在实际中的应用更广泛一些. 数学家们给出了自己的解法, 每种解法都随计算机技术的快速发展, 得到了验证.

起初研究者们针对特定的分数阶微积分方程的求解做了大量研究. 对于分数阶 Black-Scholes 方程, Wyss 等人^[3]给出了一个完整解. 对于分数阶 Fokker-Planck 方程的求解问题, Liu 等人曾进行过深入研究^[4]. Diethelm 等人^[5]对于 Adams 类型的分数阶微分方程, 提出用预测校正方法来得到微分方程的数值解. 特别是在物理现象上, 对于分数阶漫射方程, Wyss 等人^[6]研究了其在特定函数下解的形式, 又进一步给出了分数阶漫射波方程及其相关属性. Gorenflo 等人^[7]用 Laplace 变换法得到了分数阶漫射波方程的几何不变解. Mainardi 等人^[8]在复平面内给出了分数阶漫射波一种关于格林函数的一般表达式. Anh 和 Leonenko^[9]对于带有特定参数的分数阶漫射波方程提出了一些运算规则. Agrawal 等人^[10]也在 Caputo 分数阶微积分定义的基础上, 求解了分数阶漫射波方程. Benson 等人^[11]经过大量研究, 对于分数阶水平散射方程, 给出了基于分数阶稳定误差函数的解析解.

研究者多数是针对分数阶微积分的 Caputo 定义来给出分数阶微积分方程的解. 很多求解分数阶微积分方程的工作, 都是对于单项的分数阶线性微积分方程来研究分析的, 阶次小于 1 的分数阶微分方程是学者们研究的重点. 在此基础上, 将其扩展到高阶、多项的分数阶线性微积分方程. Edwards 等人^[12]对此进行了研究, 将分数阶微积分方程看做一个方程系. Miller 和 Ross^[13]给出了一种分数阶微积分方程求解方法, 他们将分数阶微积分方程描述为一系列相关的分数阶微分方程. Diethelm 和 Ford^[14]在分数阶微积分的 Caputo 定义下给出了一种求解分数阶微积分的数值算法. Sayed 等人^[15]对于线性分数阶微积分方程给出了一种计算其近似数值解的算法, 该方法需要很大的计算量来得到计算权数. 大多数的研究还是针对分数阶线性微积分方程的. 对于具有初值条件的分数阶非线性微积分方程的研究, 也在逐渐得到学者们的关注. Ortigueira^[16]专门讨论了分数阶线性系统的初始条件问题. 以上研究多是基于 Caputo 分数阶微积分定义, 是相对于较低阶的分数阶微分方程的求解研究, 很多方法都具有一定的局限性, 不能推广到高阶或是任意阶的分数阶微积分方程. 也有

研究者给出用分数多步法来求解高阶的微积分方程, 经过大量研究证明该多步法理论上是有效的但在实际中并不可行. 也有人提出用多项方程式来近似离散的分數阶微分方程. Tseng 等人^[17]在最简洁的分數阶微积分 Cauchy 定义的基础上, 利用 Fourier 变换的属性, 在频域内利用最小方差法来求解分數阶微积分方程. 该方法是用信号处理的工具来求出分數阶微积分的信号输出, 信号的零均值就是该方法的内在要求, 因此它是考虑在分數阶微积分 Cauchy 定义上进行的. Diethelm 等人^[18]讨论了分數阶非线性微积分方程的求解问题, 在特定初值和分數阶微积分 Riemann-Liouville 定义的条件下求解分數阶微积分方程的数值解. 陈阳泉教授利用 Lambert 函数, 用解析表达式给出了一类分數阶延迟动态系统的稳定界^[19]. 这些研究为今后分數阶系统理论的发展奠定了基础, 为分數阶鲁棒控制的研究提供了必要条件.

分數阶微积分方程以及数值解的求解方法, 为分數阶系统分析与控制提供了理论上的依据. 对分數阶微积分方程进行一系列微积分变换, 可以将分數阶系统从时域扩展到频域. 对于建立在分數阶微积分基础上的分數阶系统来说, 这些变换把经典的控制理论扩展到了分數阶控制理论中. 分數阶系统问题的求解不能完全借用传统的微积分理论来实现, 必须依据自己的理论体系. 而很多分數阶微积分领域的计算, 如一般非线性分數阶微分方程尚不具备一般的数值解法, 实用解法的提出将为分數阶系统的研究奠定基础.

1.1.3 分數阶系统近似化

由于分數阶系统中微积分的阶次是分数的, 不能直接应用整数阶的理论方法. 对分數阶系统进行有理函数的近似化、离散化是研究分數阶系统的主要方法之一. 这样就可以将分數阶系统转化为一般的控制系统来进行研究. 分數阶系统的近似化方法一般来讲主要有两种: 直接近似化和间接近似化. 直接近似化是利用 Z 变换直接将分數阶系统转化为离散的整数阶系统. 间接近似化是利用 Laplace 变换将分數阶系统转化为连续的整数阶系统.

直接近似化方法有 Euler 算子的幂级数扩展、Tustin 操作算子的连分式扩展等. Tustin 操作算子的扩展法在高频部分存在很大的误差. 随即产生了 Al-Alaoui 算子, 它是融合了 Euler 算子和 Tustin 操作算子而得到的, 可以采用 Al-Alaoui 算子的连分式扩展的近似法. 也有学者采用 Muir's 递归与 Tustin 操作算子相结合, 连分式扩展与 Tustin 操作算子相结合的方法近似等. 直接近似化主要采用级数展开或是连分式扩展等方法. 利用级数展开的方法需要考虑

级数收敛域的问题,在实际情况中,收敛速度较慢,收敛域有时很难确定,因此该方法在应用中有很大的局限性.应用连分式扩展来近似分数阶系统要比指数序列展开的收敛速度快、并且可以应用到频域中,但是连分式展开方法并不能确保离散化模型能保持原分数阶系统模型的稳定性,且在实现精度上不甚理想.

研究者们也考虑借用信号处理的一些工具来近似分数阶系统.有些人采用有限脉冲反应(finite impulse response, FIR)来近似分数阶系统,由于该方法得到的近似系统的阶次过高而失去有效性.也有学者考虑采用无限脉冲反应(infinite impulse response, IIR)来近似分数阶系统,它以 Simpson 积分规则与梯形规则相结合的方法进行近似,该方法中对于权重的选取是一个有待进一步优化的问题.间接近似化过程也可以采用稳定最优有理函数拟合的方式来实现.最优有理函数拟合方法能克服连分式方法所带来的缺点,并且拟合的效果要比连分式更好. Carlson 利用牛顿法,通过迭代根来得到分数阶算子的近似^[20]. Matsuda 利用对数空间上的一系列点来逼近分数阶系统^[21]. A. Oustaloup^[22], A. Chareff 等人^[23]分别提出了自己的方法,都取得了不错的拟合效果.效果较好的近似化方法是 Oustaloup 近似法,虽然在近似频段两端的效果不是很理想,但是总体的近似效果还是可以接受的,其近似的响应时间与实际的可行性使得该方法得到广泛使用.改进近似法通过提高近似频段两端的近似效果,提高了整体近似精度,成为目前最精确的间接近似法.

1.1.4 成比例分数阶系统

1. 系统分类

这里的分数阶系统不包括整数阶系统,一般的系统可以分为整数阶系统 and 非整数阶(即分数阶)系统两种情况;分数阶系统又可以分为成比例分数阶系统 and 非成比例分数阶系统;成比例分数阶系统是分数阶系统中最简单且类似于整数阶线性系统的一类系统.如图 1-3 所示.

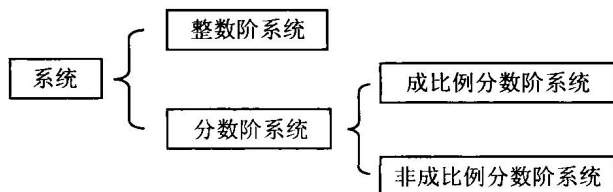


图 1-3 系统分类