

幾何光學與
測量儀器光學

劉海清

南京工學院

1954. 1.

第一章 幾何光學

§ 1. 光的概念

所謂光是我們的視覺器官所能直接觀察的一種輻射。

在各向同性的媒介之內，光是相等的速率沿着直線從光源向各向的方向傳播着。從光源沿着任何一條直線所輻射出來的直線稱為光線。假如光的傳播受到繞射的影響時，光線就成不定向。但是這種情形只在特殊情形之下才會發生，所以在幾何光學之內我們只假定光線是沿直線傳播，而不致慮繞射現象。

光在不同的媒介之內的傳播速率是不全的，假設光在第一種媒介之內的傳播速率為 v_1 ，第二種為 v_2 ，而在真空之中的速率為 v_0 ，則有以下的關係：

$$\frac{v_0}{v_1} = n_1 \quad (1)$$

稱為第一種媒介的折射係

$$\frac{v_0}{v_2} = n_2 \quad (1')$$

稱為第二種媒介的折射係數。從(1)和(1')兩式，得：

$$\frac{v_2}{v_1} = \frac{n_1}{n_2} \quad (2)$$

從公式(2)可知：光在兩個不全的媒介以內的傳播速率是和它們的折射係數成反比的。

近代對於光的傳播和其他的光學現象是用幾何和波動理論來解釋。幾何光學是屬於第一種理論，用來解釋一系列的光學儀器的性質已十分足夠。

§ 2. 反射定律和折射

當一條光線射在兩個透明的媒介（折射係數各為 n 和 n' ）的分界面上時，則一部份光線反射回來，另一部份折入第二個媒介。從實驗中可以得到以下的定律：假如已經知道入射光線的方向

我們就可以計算反射和折射光線的方向。

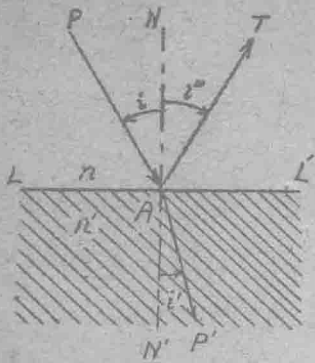


Рис. 1.

反射定律：1) 入射光線 PA (圖 1) 和它在反射面 LL' 的反射光線 AT ，以及 A 点的法線 NN' 同在一個平面上；2) 入射光線和反射光線對於法線 NN' 的傾角各為 i 和 i' ，這兩個傾角的絕對值相等，但符號相反，即

$$|i| = |i'| \quad (3)$$

光線的反射可分為兩種：第一種是光線到達反射面後向各個方向反射，稱為散射；第二種是它只向一個固定的方向反射，稱為反射定向。反射光線的強度永遠比入射者為小，至於它的損失則視入射角的大小、光線的成分以及反射面的性質來定。第一表說明光線在水面，磨光的玻璃面和銅面上在全入射角的反光強度，假定入射光線的強度為 1。

在大地和礦區測量的儀器上，反光只用來使光線的方向變更。而在地磁儀上也只採用反光鏡來平面反光鏡。平面反光鏡是磨光的玻璃、金屬或其

表 1

他物質所製的平板，它將光線正確地反射出來。根據物理學，我們知道，從任何一點出來的光線沿着不全方向射到反光鏡上面，它的影像好像在反光鏡的背面，影像離反光鏡的距離和光源離反光鏡的一樣。

所以平面反光鏡將一組同軸光束（光束是從一點沿不全方向射出來的光線，或自不全來源而會於一點的光線）反射成另一組全軸光束。

任何一條直線或平面齒形在平面反光鏡上的影像是和原來等大小的，這點不難將原來東西和它的影像作齒加以說明。

一個立体的東西在平面反光鏡的影像不能和原形完全相符，它們只是成對稱，而不能完全一致。例如，我們的左右手在鏡子的影像是指反的。

一個垂直於鏡面的東西的影像也是反的，例如，一個正螺絲釘變為一個反螺絲釘，一個右向的坐標系統變為左向，因此，平面反光鏡對於一個立体的東西並非一個完全的轉移。

影像方向的改變是按觀察者和反光鏡的相對位置來決定的，一個垂直的反光鏡將東西左右調向，而一個水平的反光鏡就使它上下調向。

自物理學，我們知道：假如一個光線的入射角為 i (圖 2)，則它的反射光線與原來光線的傾角為：

$$\varphi = 180^\circ - 2i \quad (4)$$

假如反光鏡以 O 為中心任意旋轉一個角度 α (圖 3) 則反射角為：

$$\varphi' = 180^\circ - 2(i + \alpha)$$

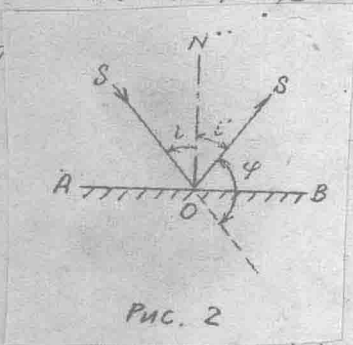


Рис. 2

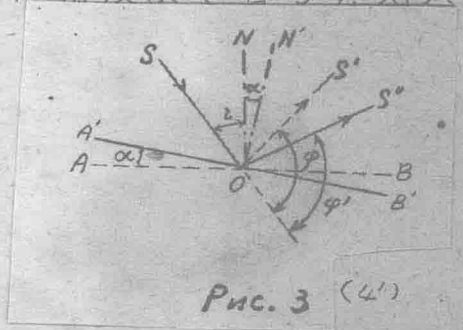


Рис. 3 (4')

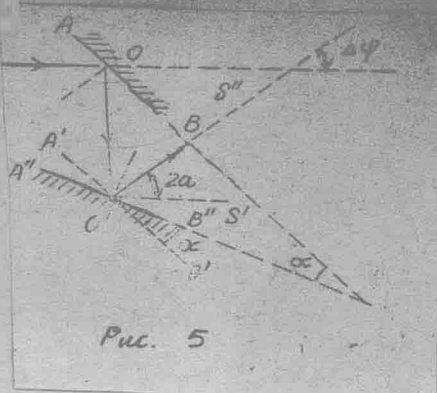
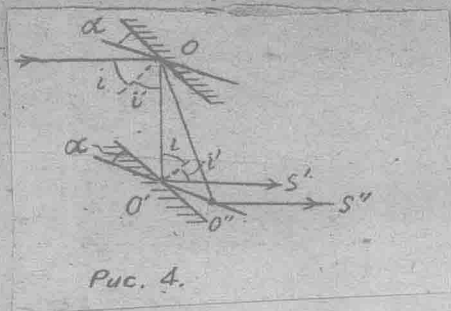
式中 $(i + \alpha)$ 是入射光線對於轉動以後的反射光線的入射角。所以，從鏡子的轉向可以推測光線傾角的差數：

$$\Delta \varphi = \varphi - \varphi' = 180^\circ - 2i - (180^\circ - 2(i + \alpha)) = 2\alpha \quad (5)$$

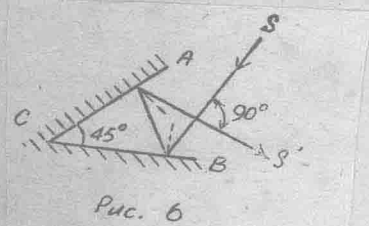
這就是說：反光鏡旋轉了一個角度 α ，反射光線旋轉了 2α

由圖 4 可知，光線經過兩塊平行反光鏡的兩次反射得到和原來方向平行的光線，假如這兩塊平行反光鏡同時向同一個方向旋轉相同的角度，反射光線仍舊不變，所不會的只是將反射光線的位置從 $O'S'$ 移至 $O''S''$ 。

假如這個光學系統只有一塊反光鏡旋轉，則反射光線的傾角就等於兩塊反光鏡夾角的两倍。這點可用圖 5 來說明，圖中原來



反射光線 $O'S'$ ，反光鏡旋轉 α 角到 $A''B''$ 位置時它移到 $O'S''$ ，即反射光線旋轉 $S'O'S''$ 角，按照(5)式等於 2α ，入射光線方向沒有改變，但是反光鏡由 AB 位置旋轉 α 角至 $A''B''$ ，因此得到



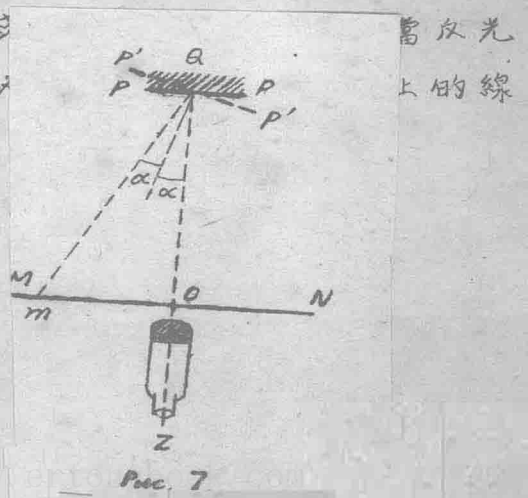
這裡入射光線對於第一塊反光鏡的傾角沒有改變，假如這兩塊反光鏡穩固地按在一個架上，則不論架子如何顛動，反射的光線是不會改變的。這樣的反光鏡廣泛地應用於大地測量的儀器上；例如，兩塊反光鏡成 45° 傾角時（圖6）組成一個直角轉光器它的特点為：第一，將入射光線轉折一個 90° 的角度，第二，將此器以 C 邊為軸旋轉時，反光方向不變。

在礦區測量中，反光鏡用於羅盤，傾角器和地磁儀之上，用來量磁針方向的變化。在這裡儀器內，磁針是夾在針尖或用細絲懸掛，它上面按一個極小的反光鏡 PP （圖7），在一定距離之外按一個窺測管和一個分度尺 MN ，後者的零在窺測管的視線 O 上。

從窺測管可以看到反光鏡上一條劃線。當反光鏡旋轉 α 角至 $P'P'$ 位置時，光線偏出，落於 MN 分格的 m 上。

設 OQ 距離為 l ，分格數 O 為 h ，則

$$\tan 2\alpha = \frac{h}{l}$$



若 α 為小角時，則

$$\alpha = \frac{h}{2l} \quad (6)$$

所以分格上的格數是和傾角成比例的。

折射定律：1) 入射光線、它的折射光線 AP' 和 A 点的法線同在一個平面之上；2) 入射角和折射角的正弦的比例和角度大小沒有關係，它是一個常數，隨着折射面兩邊的媒介的性質而定，即

$$\frac{\sin i}{\sin i'} = \text{常數} \quad (7)$$

假如光線從真空射入折光係數為 n' 的媒介以內，則上述常數就等於這個折光係數，故

$$\frac{\sin i_0}{\sin i} = n' \quad (8)$$

從公式(8)可知，在一般情形下，光線自折光係數為 n 的媒介射入折光係數為 n' 的媒介以內，射角的正弦和折光係數成反比：

$$\frac{\sin i}{\sin i'} = \frac{n'}{n} \quad (9)$$

將上式寫成更便利的形式：

$$n \sin i = n' \sin i' \quad (10)$$

因此得到第二個折射定律：在折射面兩邊的媒介以內，折光係數和光線傾角的正弦的乘積是常數。我們稱這個乘積為光學的不變量。

任何一個媒介的折光係數和真空內的折光係數的比例稱為這個媒介的絕對折光係數。第二表列出幾種媒介在攝氏零度及標準氣壓力時的絕對折光係數。

假如光線及一個媒介射入另一個媒介則入射角與折射角正弦的比例稱為相對折光係數。已知相對折光係數和入射角或折射角，即可求知另一未知角。

表 2

§ 3 內全反射

上文已經說過，光線在兩個媒介射和反射現象。但在某種情形之下，

假設光線從一個比較大的折射係數 n 的媒介射入一個較小折射係數 n' 的媒介之內，自公式(9)可知折射角 i' 必大於入射角 i 。

若入射角 i 逐漸增大，則增至一足大小 i_2 之時，折射光線 $A_2 T_2$ 就沿着分界面進行，所以折射角 i'_2 等於 90° ，此時 $\sin i'_2 = 1$ ，而入射角的相當值 i_2 可由下式求之：

$$\sin i_2 = \frac{n'}{n}.$$

這個角度 i_2 稱為內部全反射的臨角。假如入射角 i_3 大於 i_2 ，則公式(9)失去意義，因為 $\sin i'_3$ 大於 1，這是不可能的。從實驗中可以證明：在此情形下光線全部反射回水，不會進入第二媒介。我們稱這種現象為內部全反射。

內部全反射現象廣泛地應用於光學儀器之上，例如線綫的照明設備等。

§ 4 平行平面玻璃板的折射

平行平面玻璃板是一個簡單的光具組，它的兩面是平的並且互相平行。

光線 PA 射到平行平面玻璃板的一面 KK_1 ，在 A 點和 B 點上經過兩次折射之後，沿着 BP' 離開玻璃板，在 A 點和 B 點的入射角各為 i_1 和 i_2 ，而折射角則為 i'_1 和 i'_2 。從折射定律，得：

$$\left. \begin{aligned} \sin i_1 &= n \sin i'_1 \\ n \sin i_2 &= \sin i'_2 \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

因為玻璃板的兩面 KK_1 和 LL_1 是平行的， i'_1 等於 i_2 ，所以

$$\sin i_1 = \sin i'_2$$

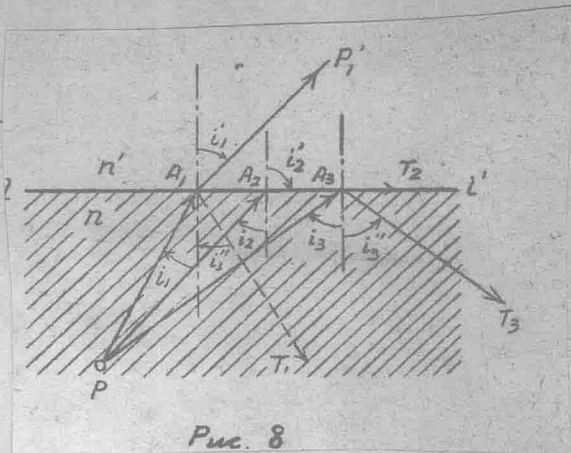


Fig. 8

即

$$i_1 = i'_2$$

因此，光線 BP' 和 PA 是平行的，所以光線穿過玻璃板，方向沒有改變，只移動一個距離 h ，令玻璃板的厚度為 d ，移動量為 h ，則自三角形 ABD ，

$$h = AB \sin(i_1 - i'_1)$$

又自三角形 ABC ，

$$AB = \frac{d}{\cos i'_1}$$

所以

$$h = \frac{d \sin(i_1 - i'_1)}{\cos i'_1} \quad (12)$$

自公式 (12) 可知移動量 h 隨着入射角的大小而異。

將 (12) 式的右边展開，得：

$$h = d \left(\sin i_1 - \frac{\sin i'_1 \cos i_1}{\cos i'_1} \right)$$

自公式 (11)，知 $\sin i'_1 = \frac{1}{n} \sin i_1$ ，及 $\cos i'_1 = \sqrt{1 - \frac{1}{n^2} \sin^2 i_1}$ ，代入上式：

$$h = d \sin i_1 \left(1 - \frac{\cos i_1}{\sqrt{n^2 - \sin^2 i_1}} \right) \quad (13)$$

所以，若 $i_1 = 0$ ，則光線穿過玻璃板後方向不変，若入射角 i_1 很小，我們可以令 $\sin i_1 = i_1$ ，及 $\cos i_1 = 1$ ，公式 (13) 變為，

$$h = d i_1 \left(1 - \frac{1}{n \sqrt{1 - \left(\frac{i_1}{n}\right)^2}} \right)$$

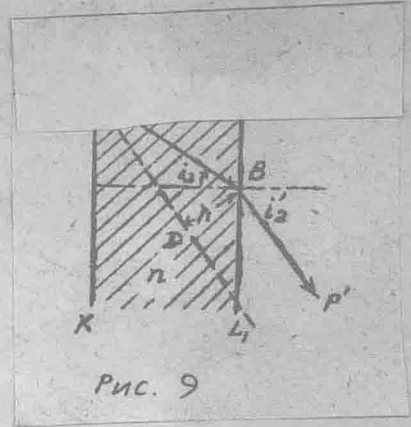
當 i_1 為小角時， $\left(\frac{i_1}{n}\right)^2$ 也極微小，可以不計，所以

$$h = d i_1 \frac{n-1}{n} \quad (14)$$

自公式 (14) 可知；若入射角甚小時，則光線的移動量與 i_1 角成比例。

§ 5. 在稜鏡主截面上的折射

稜鏡是一種工具組，它的折射面互相傾斜，這兩個折射面相交的直線稱為稜，它們的夾角稱為稜角（圖 10），垂直於稜的橫斷



面稱為稜鏡的主截面。

光線 PA 在主截面上向稜鏡的一面射入，在 A 點和 B 點經過兩次折射，偏出一個角度 ε ，這個角度的大小隨着稜鏡的折光係數 n ，稜角 θ 的大小和入射角 i_1 而異。

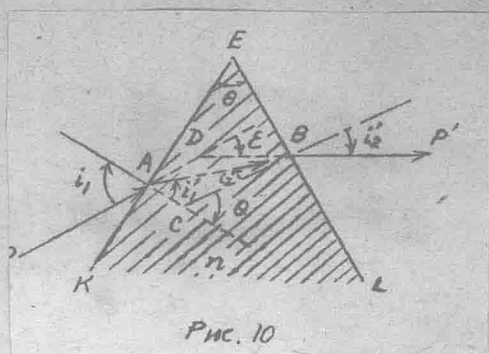


圖 10

自圖 10，得：

$$\theta = i_1' + i_2 \quad (15)$$

$$\varepsilon = i_1 - i_1' + i_2' - i_2$$

或
$$\varepsilon = i_1 + i_2' - \theta \quad (16)$$

自折射定律，
$$\sin i_1 = n \sin i_1' \quad (17)$$

$$n \sin i_2 = \sin i_2' \quad (18)$$

自公式 (15), (17) 和 (18) 導出入射角和折射角的關係如下：

$$\sin i_2' = n \sin i_2 = n \sin(\theta - i_1') = n \sin \theta \cos i_1' - n \cos \theta \sin i_1'$$

將 (17) 式代入，得：

$$\sin i_2' = \sin \theta \sqrt{n^2 - \sin^2 i_1} - \cos \theta \sin i_1 \quad (19)$$

所以，若稜鏡的折光係數 n ，稜角 θ 以及入射角 i_1 為已知，則自公式 (19) 可以計祿出折射角 i_2' ；再代入公式 (16) 就可得折射光線偏出原方向的傾角。在全一稜鏡上，這個傾角是入射角的函數。

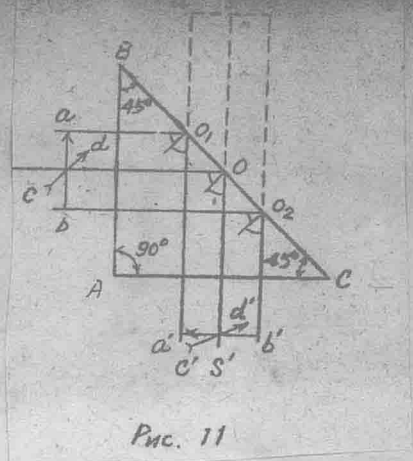
當
$$i_1 = i_2' \quad (20)$$

時，傾角為最小，在此情形下，則自公式 (16)

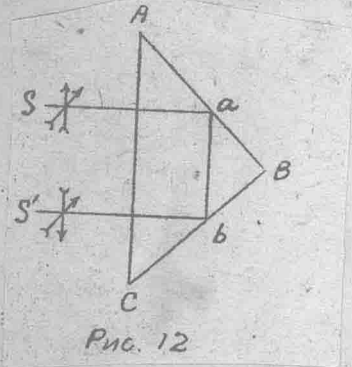
$$\varepsilon_m = 2i_1 - \theta \quad (21)$$

稜角極小的稜鏡稱為光劈，光劈的外表極像平行平面玻璃；它的用處是使光線傾斜一個小角。因為稜角極小的稜鏡上傾角也極小，所以當入射角 i_1 也為小角時，折射角 i_2' 也極小。因此，公式 (17) 和 (18) 內的正弦函數事實上就等於它們的相當角度，所

的斜面來反射就像一個单独的平面反光鏡(圖11), 但若用直角旁的兩面來反射時則像兩塊互成 90° 的平面反光鏡(圖12)



第十一圖說明直角三稜鏡ABC的作用和平面反光鏡一樣。和平面反光鏡相同，這個稜鏡所給的影像不能與原目標一致，將箭頭 a 的方向倒過來，但是没有改變 cd 的方向*。因此，它所給的影像不是一個完全的轉移，而將它旋轉 90° ，假若三稜鏡以 A 稜為軸旋轉一個角度，則影像就旋轉兩倍的角度。稜鏡不能將一切光線全部反射，它只能將射於反射面上的大於全反射臨角的光線反射出來。所以，有時須將斜面鍍銀。



直角三稜鏡的第二種應用如圖12所示。它的作用像兩塊互成 90° 角的平面反光鏡一樣，光線在直角旁的兩面上經過兩次全反射旋轉 180° 。不論入射角如何，

反射的光線方向和原方向平行。若三稜鏡以直角上的稜為軸旋轉，反射光線的方向不會改變。若直角上的稜傾斜 α 角，則影像傾斜一個加倍角 2α 。

直角三稜鏡的第三種應用如圖13所示。將稜鏡的斜面放在下面，平行的線束射到 BA 面上，平行地進入稜鏡，在 BC 面上反射，經過兩次折射和一次反射，平行地離開稜鏡，不改變光線的方向，但是線束的上部光線 P 移到下部，將垂直 BC 面的影像顛倒過來。一般將無用的稜鏡上部切去，如圖中的 $B'A'C'$ 。

這種稜鏡還有一種特點。如以 $O O'$ 為軸旋轉，則影像也在旋轉，方向相同，但是速度加倍。

*注意； cd 箭頭是垂直於主截面的——譯者。

所以現出暗條。這種光譜稱為吸收光譜。

吸收光譜中主要的線條稱為方和斐譜線，一般以字母來代替，A——暗紅色部份，B——紅色，C——橙色，D——黃色，E——綠色，F——靛，G——藍色，H——紫色。

熾熱的固體所放射出來的光線的光譜是沒有方和斐譜線的連續光譜，而熾熱的氣體的光線則現出斷續或線狀的光譜。

應用於光學儀器上的光學玻璃是按照它的折射係數和色散現象來分類的。為便利起見，平常只用以下幾種譜線的折射係數和色散現象：

1. 接近方和斐的A線的鈀紅線A'。
2. 接近方和斐D線相合的鈉黃線(雙線)。
3. 氫的三條明亮的光譜線，其中前兩條和方和斐的C和F線相合，第三條譜線G'則在方和斐的D線鄰近。

相當於D譜線的平均折射係數用 n_d 來代替，而相當譜線F和C的折射係數 n_f 和 n_c 的差數則為平均色散，即

$$dn = n_f - n_c.$$

光學玻璃中的 n_d 和 dn 比較小者稱為冕玻璃，而 n_d 和 dn 大者則稱為火石玻璃。

我們經常用色散係數 $v = \frac{n_d - 1}{n_f - n_c}$ 來代替平均色散以分辨玻璃的色散。

第三表載有幾種光學玻璃的光學性質和它們的化學成份。

§ 8 消色差稜鏡

所謂消色差稜鏡是兩塊或多塊稜鏡的組合，使各種顏色的光線折射相同的角度，因而避免白色光線變為有色光線的現象。

假設組合中兩塊稜鏡的稜角各為小角 θ_1 和 θ_2 ，第一塊用冕玻璃製造，另一塊則用火石玻璃。冕玻璃的折射角大於火石玻璃。將兩塊玻璃照圖18的形式安置，使兩條折射的稜相平行，同時使折射的稜角相對，我們可以使 θ_1 和 θ_2 兩角作適當的配合使不同顏

