

漢 譯

舒塞斯三氏平面幾何學

新亞書店發行

舒塞斯三氏平面幾何學

Schultze, Sevenoak & Schuyler:
Plane Geometry

吳靜山譯

新亞書店印行

版權所有

不准翻印

漢譯舒塞斯三氏平面幾何學

定價國幣

(外埠酌加郵費)

編譯者

吳靜山

發行者

陳邦楨

印刷者

新亞書店

發行所

新亞書店

上海河南路一五九號

中華民國三十七年十月十八版

譯 序

原書由美國算學教師舒爾慈 (A. Schultze) 設計, 塞文諾 (F. L. Sevenoak) 主編, 更由斯開勒 (E. Schuyler) 改訂而成。以三人姓氏之首字適皆爲字母 S, 故坊間譯本嘗簡稱爲三 S 幾何學。

原書取材適當, 說理簡明, 在美國教育界早著聲譽, 推爲中學幾何學教科書之善本。近來我國學校採用者頗屬不少, 一般算學教師亦無不一致贊美, 以爲確較其他課本易教易學。茲撮述其優點於次, 以作介紹。

(1) 用系統方法養成學者解答幾何習題之能力。

(2) 注重心智之訓練, 不專事事實之講授。

(3) 注重能力之發展, 以代強記。

(4) 教材之排列, 適合邏輯及教育之順序。

(5) 避免過於抽象之敘述, 使初學者易於領悟。

(6) 編入實用問題, 增進學者之興趣。

(7) 習題極多, 其程度與性質皆經慎重選擇, 且能與其他學科有相當之聯絡。

(8) 命題之敘述及理由分列兩行, 既極清楚醒目, 亦最便初學仿效。

(9) 注重普遍方法, 如證線之相等, 或角之相等, 每附以大量之習題說明之。

(10) 書末之簡單三角函數，幾何學簡史，代數分析法，數值計算法，及各種之表，甚便參考。

原書以平面，立體二部分合訂一編。平面部分可供初級中學研讀，立體部分可供高級中學研讀。今爲便利起見，分訂兩冊印行。

謹 告 學 者

學者開始學習時當遵從下列之指示：

1. 預備鉛筆，紙張，直尺，圓規等文具以供應用。
2. 學習當有定時，且當有定處。
3. 題須自作，當謹守規律且求無愧於心。
4. 已經習過之重要資料，當時時溫習，俾能牢記不忘。
5. 將研習所得之結果，如角之相等，線之平行，三角形之相等，等分別敘述其條件，而記之於筆記簿。又將已習過之公式，分類記入簿中。
6. 課本不宜輕忽讀過，當加思考，並細心讀之，更求能融會貫通為佳。

符 號 與 略 字

+	• •	加。	$\angle$	• •	角。
-	• •	減。	$\sphericalangle$	• •	角 (多數)。
=	• •	等於或等積。	$\triangle$	• •	三角形。
$\cong$	• •	全等。	$\triangle$	• •	三角形 (多數)。
$\neq$	• •	不等。	$\square$	• •	平面四邊形。
$>$	• •	大於。	$\square$	• •	平行四邊形 (多數)。
$<$	• •	小於。	$\square$	• •	正方形。
$\therefore$	• •	所以。	$\odot$	• •	圓。
$\perp$	• •	垂線,或垂直。	$\odot$	• •	圓 (多數)。
$\perp$	• •	垂線 (多數)。	$\frown$	• •	弧,如 $\widehat{AB}$ 。
$\parallel$	• •	平行線或平行。	hy.	• •	斜邊。
$\parallel$	• •	平行線 (多數)。	rt.	• •	直角。
$\sim$	• •	相似。	st.	• •	平角。

目 次

緒 言

	頁
定義·····	1
角·····	4
幾何作圖之練習·····	11
通用名詞·····	13
公理及公設·····	14

第一編 直線與直線形

初步定理·····	17
三角形—第一部·····	21
作圖題·····	37
平行線·····	43
三角形—第二部·····	58
不等線與不等角·····	67
四邊形·····	76
定理之分析·····	93
雜題·····	97

第二編 圓

圓—作圖·····	102
初步定理·····	103
度量·····	121
作圖題·····	134
問題之分析·····	141
軌跡·····	144
軌跡定理·····	146
雜題·····	149

第三編 比例 相似多邊形

比例·····	158
---------	-----

比例線	162
相似多邊形	169
計算題	200
作圖題	202
定理	203
雜題	204

第四編 多邊形之面積

多邊形之面積	205
雜題	228
計算題	229
作圖題	231
雜題	232

第五編 正多邊形 圓之度量

正多邊形	234
雜題	259
總復習題	260

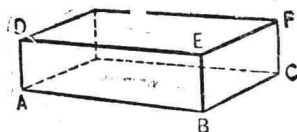
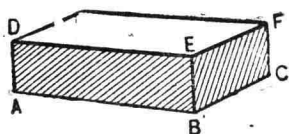
附 錄

用代數分析解問題法	263
平面圖形之極大與極小	265
對稱	273
根據極限原理之不可通約情形	275
平面幾何之實用題	281
第一編	281
第二編	287
第三編	291
第四編	296
第五編	297
三角函數	301
幾何學簡史	305
數值計算法	308
重要公式表	310
中英名詞對照表	315

緒 論

定 義

1. 如木片鐵塊等一類物體，無不在自然界占有一定部分之空間。此所占之空間部分，稱為幾何立體，或簡稱立體。



2. 定義 立體為空間之有限部分，具有長，寬，及厚三度。

3. 定義 面為立體之境界；如 $ABED$ ，或 $BEFC$ 。面具有長與寬二度。

窗上玻璃與空氣之境界即為一面，如此之境界不能有厚甚明。

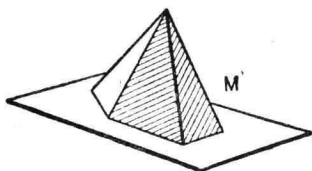
4. 定義 線為面之境界；如 AB ， AD (§ 1 之圖)。線祇有一度，即長。

如附圖之黑線 AB ，因其有寬，故不能視為幾何學上之線，惟黑線與白紙間之境界，始足代表真正幾何學上之線。 $\overline{A \quad B}$

5. 定義 點為線之界或端，無度，僅有位置而已。

面可設想其脫離所圍之立體而獨立存在。同樣，線與點亦可獨立存在於空間。

6. 定義 **幾何圖形** 爲點, 線, 面, 或立體, 或其中任何數種集合而成之圖形, 如 M 或 N .



直線形 係僅由直線組成之圖形。

7. 定義 **幾何學** 爲研究幾何圖形性質之科學。

8. 最簡單之線爲直線, 可用緊張於兩點間之一線約略表示之; 如 AB . 通常所稱之線常指直線而言。



直線之觀念如是之簡單而基本, 故實難定一完善之定義。

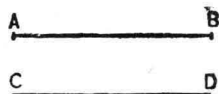
9. 定義 **曲線** 爲線之無有一部分直者; 如 CD , § 8.

10. 定義 **折線** 由不同方向之數直線連接而成; 如 EF , § 8.

折線之兩連接部分 無有在同一直線上者。

11. **直線** 二字常用以表一無限直線, 或表無限直線之一部分。

定長之直線 一稱線段, 亦作線分, 常用兩端標明記號之直線表示之; 如 AB . 此直線之長亦稱爲 A 與 B 之間之距離。



直線之兩端不標記號者, 表示無限直線; 如 CD .

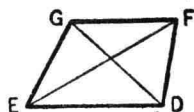
12. 直線 AB 之**方向**爲自 A 至 B 之方向; BA 之方向爲自 B 至 A 之方向。



13. **延長**直線 AB , 意即使其經 B 而延長; **延長** BA , 意即使其經 A 而延長。

14. 定義 **平面**爲一面, 連結其上任意兩點之直線, 完全在此面上者。

15. 定義 **平面圖形**爲一幾何圖形, 其全部各點均在同一平面上者; 如 $EDFG$ 。



16. 定義 **平面幾何學**專論平面圖形。

17. 定義 **立體幾何學**討論不同在一平面上之圖形。**球面幾何學**爲研究曲面之幾何學。

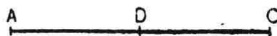
18. 一圖形置於另一圖形上, 其各點互相密合者, 此二圖形謂之**疊合**。

19. 定義 **全等形**爲能互相疊合之圖形。

全等之線常稱等線。同樣, 全等之角常稱等角。理由見後 (參看第 205 頁, 註)。

20. **疊合證法**即使兩圖形疊合而證其全等之法。

21. **平分**一線, 即分其線爲相等之二部分。

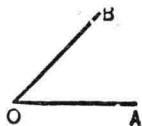


譬如, 若 $AD = DC$, 則 AC 即被平分。吾人假定每一線段 (AC) 祇有一個平分點。此平分點爲一點; 如 D 。

- 習題 1. 一動點所經之路為何？
 習題 2. 一動線所經之跡常成何種幾何圖形？又一動面如何？
 習題 3. 移動一直線能使其所經之路不成爲面否？
 習題 4. 石匠用一直尺如何得以決定一面之平或不平？
 習題 5. 室中牆壁代表何種之面？
 習題 6. 煤氣管之外面代表何種之面？

角

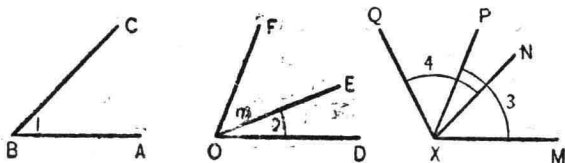
22. 若一直線 OA 繞其上之一點 O 旋轉至 OB 之位置，由此所生之旋轉量，稱爲角 AOB 。此旋轉之量，亦即角之大小，顯與旋轉線之長短無關。



直線 OA 及 OB 稱爲角 AOB 之邊，而點 O 爲角之頂點。

角之定義亦可謂：角係由一公共點發出二射線或二條之半直線所成之圖形。

23. 記法 設以三字母表一角，則頂點之一字母應置於其他二字母之間；如角 ABC ，角 EOF 。又若數角



共一頂點時，則在頂點處之一字母，常表在此頂點之最大角，故角 DOF 可讀爲“角 O ”，角 ABC 可讀爲“角 B ”。

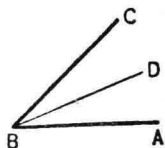
有時用一數字，或一小楷字母記於角內以表一角亦可；如角 1，角 2，角 m 。

角 FOD 爲角 2 與角 m 之和。角 2 爲角 FOD 與角 m 之差。

有時在角內添畫曲線一條，俾所指之角愈形明顯；如角 2 及角 3。惟所畫之弧須與表角之數字接近；如角 MXP 可讀爲“角 3”，又角 NXQ 可讀爲“角 4”。

24. 平分一角，意即分此角爲二等分。

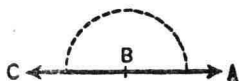
吾人假定每一角僅有平分線一條。



譬如，若角 $ABD = \text{角 } DBC$ ，則 BD 即平分角 ABC 。 BD 謂之角 B 之平分線。

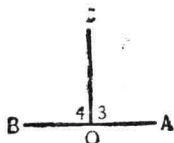
25. 定義 平角爲二邊成一直線

而反向張開之角；如 ABC 。

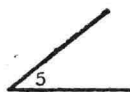


26. 定義 直角乃等於平角之半之角。

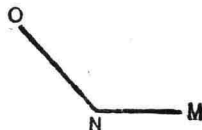
譬如，若 OC 平分平角 AOB ，則角 3 與角 4 皆爲直角。



直角



銳角



鈍角

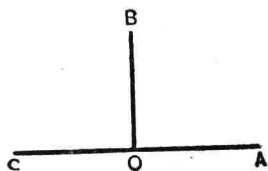
27. 定義 銳角爲小於直角之角；如角 5。

28. 定義 鈍角爲較直角大而較平角小之角；如

角 MNO 。

29. 定義 銳角與鈍角總稱斜角。

30. 定義 二直線相交成直角，
則此二直線爲互相垂直；如 AC 與
 BO 。

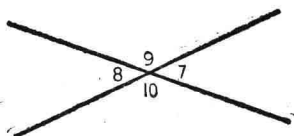
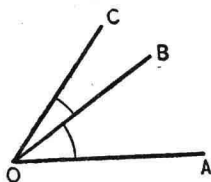


其交點 O 謂之垂足。

自一點至一直線之距離，即自此點至直線所作垂線之長；如 BO 。

31. 角之量法即求其含有某單位之倍數若干。通用之單位爲度，即一直角之九十分之一。一度分爲六十等分，每一等分謂之一分；一分再分爲六十等分，每一等分謂之一秒。度，分，秒三者常以記號表之，如 $6^{\circ}50'12''$ ，讀爲六度五十分十二秒。其他之單位，尚有直角與平角。

32. 定義 鄰角爲具有公共頂點，其間並有一公共邊之二角；如角 AOB 與角 BOC 。

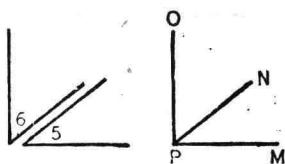


33. 定義 設一角之二邊爲他一角二邊過公共頂點之延長線，則此二角稱爲對頂角；如角 7 與角 8，或角 9 與角 10。

34. 定義 欲將二角相加，可置其角於一處，使成鄰角即可。其非公共之二邊所成之角，稱爲二角之和。

35. 定義 若二角之和等於一直角，則此二角互為餘角。

由是，每一角稱為他一角之餘角，角 5 與角 6，或角 MPN 與角 NPO 皆互為餘角。



36. 若二角之和等於一平角(或二直角)，則此二角互為補角。



由是，每一角稱為他一角之補角。角 1 與角 2，或角 3 與角 4，皆互為補角。

習題 1. 一直角有幾度？一平角有幾度？半直角有幾度？

習題 2. 三點鐘時，時針與分針成何種角？六點鐘時如何？兩點鐘時如何？五點鐘時如何？

習題 3. 一點鐘時，時針與分針成何種角？兩點三十分時如何？又五點三十分時如何？

習題 4. 車輪旋轉 $\frac{1}{4}$ 周時，輪幅旋轉若干度之角？旋轉 $\frac{1}{2}$ 周時如何？旋轉 2 周時如何？

習題 5. 若分一餅為 5 等分，則每一等分在圓心處之角大小如何？若分為 6 等分則如何？

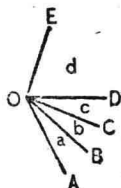
習題 6. 若作二直線，一向正北，一向東北，其所成之角如何？若一向正南，一向東南則如何？又一向西北，一向西南則如何？

習題 7. 若錶上之長針行 10 分鐘，所成之角如何？行 15 分鐘時如何？行 30 分鐘，45 分鐘，及 1 點鐘時各如何？

習題 8. 在習題 9 圖內，試用三個字母表 $\angle a$, $\angle b$, $\angle c$, $\angle d$, $\angle(a+b)$, 及 $\angle(b+c+d)$.

習題 9. 在與右圖相類之圖形中,求各未知角之數值:

- 若 $\angle a = 30^\circ$, 又 $\angle b = 40^\circ$, 求 $\angle AOC$.
- 若 $\angle b = 35^\circ$, 又 $\angle c = 10^\circ$, 求 $\angle BOD$.
- 若 $\angle b = 40^\circ$, $\angle c = 10^\circ$, 又 $\angle d = 50^\circ$, 求 $\angle BOE$.
- 若 $\angle AOC = 60^\circ$, 又 $\angle b = 40^\circ$, 求 $\angle a$.
- 若 $\angle AOD = 90^\circ$, $\angle a = 35^\circ$, 又 $\angle c = 10^\circ$, 求 $\angle b$.
- 若 $\angle AOE = 110^\circ$, $\angle a = 20^\circ$, 又 $\angle d = 30^\circ$, 求 $\angle BOD$.
- 若 $\angle AOC = 60^\circ$, 又 $\angle a = \angle b$, 求 $\angle a$.
- 若 $\angle AOD = 75^\circ$, 又 $\angle a = \angle b = \angle c$, 求 $\angle c$.

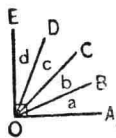


習題 9

習題 10. 在前圖內, $\angle BOC$ 之鄰角為何? $\angle COD$ 之鄰角為何? $\angle BOD$ 之鄰角為何?

習題 11. 在與右圖相類之圖形中,若 $\angle O = 90^\circ$:

- 何角為 $\angle a$ 之餘角?
- 何角為 $\angle AOC$ 之餘角?
- 何角為 $\angle BOE$ 之餘角?
- 若 $\angle d = 20^\circ$, 求 $\angle AOD$.
- 若 $\angle b = 20^\circ$, 又 $\angle COE = 55^\circ$, 求 $\angle a$.
- 若 $\angle AOC = 55^\circ$, 又 $\angle d = 15^\circ$, 求 $\angle c$.
- 若 $\angle a = \angle b = \angle c = \angle d$, 求 $\angle a$.



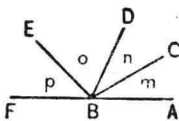
習題 11

習題 12. 30° 之餘角為幾度? 35° 之餘角為幾度? $\frac{2}{3}$ 直角之餘角為幾度? n° 之餘角, $\frac{1}{n}$ 直角之餘角, $(10+x)^\circ$ 之餘角各為幾度?

習題 13. 若一角為其餘角之 2 倍,則此角有幾度?

習題 14. 在與右圖相類之圖形中,若 FBA 為一直線,

- 何角為 $\angle p$ 之補角?
- 何角為 $\angle DBF$ 之補角?
- 何角為 $\angle ABE$ 之補角?
- 若 $\angle p = 40^\circ$, 求 $\angle ABE$.
- 若 $\angle m = 30^\circ$, 又 $\angle p = 35^\circ$, 求 $\angle CBE$.
- 若 $\angle DBF = 100^\circ$, 又 $\angle m = \angle n$, 求 $\angle m$.
- 若 $\angle p = 30^\circ$, 又 $\angle m = \angle n = \angle o$, 求 $\angle o$.



習題 14