应用型本科高校系列教材 · 电气信息类

XINHAO YU XITONG

信号与系统

钱叶旺 ◎ 主编

中国科学技术大学出版社

应用型本科高校系列教材·电气信息类

XINHAO YU XITONG

信号与系统

主　编　钱叶旺

副主编　彭　靳　许亚男

编　者　樊晓宇　刘景景

苏宁馨　王恩亮

袁崇文

中国科学技术大学出版社

内 容 简 介

本书主要讲述确定性信号的时域与频域分解，信号通过线性时不变系统的时域和变换域分析，以及各个部分的MATLAB实践等内容。全书共分为10章，主要内容包括：信号与系统概述、周期信号的分解、信号的时域分解、连续时间系统的时域分析、离散时间系统的时域分析、信号的频域分解、连续时间系统的频域分析、连续时间系统的复频域分析、离散时间系统的 z 域分析、系统的状态变量分析。每章都配有相应的例题与习题，并给出典型的MATLAB仿真例题。

本书可作为应用型本科院校电气信息类专业的教材，也可作为普通本科院校相关专业的教材。

图书在版编目(CIP)数据

信号与系统/钱叶旺主编. —合肥：中国科学技术大学出版社，2012.8
ISBN 978-7-312-03020-8

Ⅰ. 信…　Ⅱ. 钱…　Ⅲ. 信号系统—高等学校—教材　Ⅳ. TN911.6

中国版本图书馆CIP数据核字(2012)第154805号

出版　中国科学技术大学出版社
安徽省合肥市金寨路96号，230026
http://press.ustc.edu.cn
印刷　合肥市宏基印刷有限公司
发行　中国科学技术大学出版社
经销　全国新华书店
开本　710 mm×960 mm　1/16
印张　23
字数　450千
版次　2012年8月第1版
印次　2012年8月第1次印刷
定价　38.00元

前　　言

本书的编写以国家高校教学改革,大力发展应用型本科建设为背景,以实现学习目标、组织专业教学为目的,本着“厚基础、易教学、重实践”的原则,力求体现以下特点:

1.教学体系和内容上体现完整性.本书内容由信号和系统两部分组成,先讲述连续时间信号与系统和离散时间信号与系统的时域分析,再讲述相应的频域分析,在每个部分中先讲信号分析再讲系统分析,这样,连续时间系统理论和离散时间理论之间既保持了体系上的相对独立,又有内容上的并行特色.

2.非常重视教学.在注重基础理论、基本概念和基本方法的重要性的同时,将难度大的大章节分解为若干个章节,分解难度,由易到难,易于教学.

3.利用辅助工具,加强实践应用.每章都增加了 MATLAB 实践操作练习,使学生从单纯的习题计算转移到基本概念和理论方法的深入理解和应用,从而提高其学习效率和学习兴趣.

4.本书在学生培养中的作用:一方面,由于本书理论体系较完善,知识点完整,可以作为学生考研复习之用;另一方面,由于本书应用性较强,与其他专业课程联系较密切,如“数字信号处理”、“通信原理”等课程,能为学生学习其他课程打下较好基础.

本书由池州学院钱叶旺主编,其中第 1 章和第 2 章由钱叶旺编写,第 3 章由巢湖学院袁崇文编写,第 4 章和第 5 章由新华学院王恩亮编写,第 6 章由池州学院许亚男编写,第 7 章由新华学院苏宁馨编写,第 8 章由池州学院刘景景编写,第 9 章由安徽科技学院樊晓宇编写,第 10 章由滁州学院彭靳编写.钱叶旺完成了全书的统稿和修改工作,全书的 MATLAB 实践部分由许亚男和钱叶旺共同完成.本书的出版得到了安

徽省高校联盟的大力支持，在此致以诚挚的谢意.

由于编者的水平有限，书中错误和不足之处在所难免，恳请读者批评和指正.

编　者

2012 年 7 月

目　　次

第 1 章　信号与系统概述

本章介绍信号的基本概念、分类、基本运算及基本常用信号；讨论系统的基本概念、分类、表示及特性；介绍信号和线性时不变(LTI：Linear Time-Invariant)系统的分析方法.

1.1　信号的描述

人们通过各种各样的通信方式进行信息(information)交流，这种信息往往是通过各种各样的消息(message)进行传输.信息论认为信息和消息之间不尽相同，信息是指消息中有用的部分，不是所有消息都包含有信息.

信号(signal)是消息的载体，是消息的表现形式，而消息是信号的具体内容.具体地讲，通信系统中传输的语音、音乐、图像、文字等都可以看成信号，人们从这些信号中获得消息和信息.

在数学上，信号可以表示为一个或多个变量的函数.例如，语音信号是空气压力随时间 t 变化的一维函数 $f(t)$，而静止单色图像是亮度随空间位置变化的二维函数 $B(x,y)$.本书主要讨论随时间 t 变化的一维信号，而且“信号”和“函数”两个名词可互相通用.

1.1.1　信号的分类

信号的分类方法很多，可以从不同的角度对信号进行分类.在信号与系统分析中，根据信号和自变量的特性，信号可以分为确定信号和随机信号、连续信号和离散信号、周期信号和非周期信号、能量信号和功率信号等.

1.1.1.1　确定信号和随机信号

按照信号的确定性来分类，信号可分为确定信号和随机信号.

确定信号是指能够以确定的时间函数表示的信号，不同的时刻其函数值是确定的，是可以事先预知的，如正弦信号(图 1.1(a))、脉冲信号等.

随机信号则不是时间的确定函数，不同的时刻其函数值是不确定的、随机的，

无法用确定的时间函数来表示，只能用概率统计的方法去研究，如通信系统信道中的噪声(图 1.1(b))等.本书主要研究确定性信号.

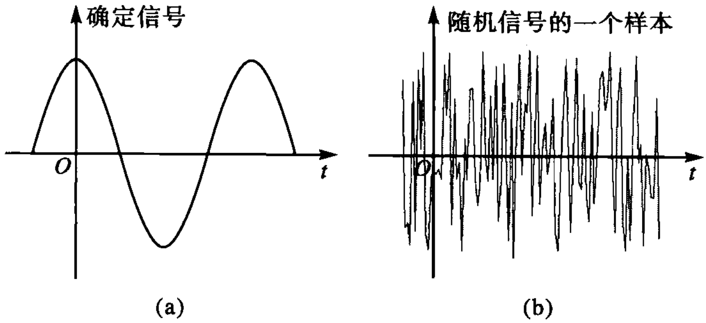


图 1.1　确定信号和随机信号

1.1.1.2　连续信号和离散信号

按信号定义域是否连续来分类，信号可分为连续信号和离散信号.

连续信号是指在信号的定义域内，除有限个间断点外，信号在任意时刻都有函数值(如图 1.2(a))，如正弦信号、脉冲信号等.

离散信号是指在信号的定义域内，在一些离散时刻有函数值，而在这些离散时刻点以外无定义(如图 1.2(b))，如离散正弦信号、离散指数信号等.离散信号又称为序列，用 $f(k)(k=0,\pm1,\pm2,\cdots)$表示.

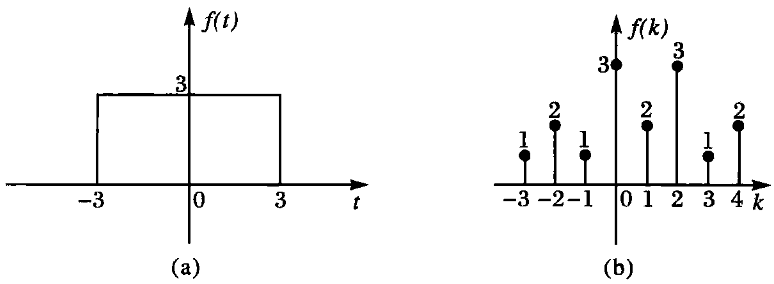


图 1.2　连续信号和离散信号

1.1.1.3　周期信号和非周期信号

按信号是否具有周期性来分类，信号可分为周期信号和非周期信号.

周期信号是定义在$(-\infty,+\infty)$区间上，每隔一定时间 T(或整数 N)，按相同规律重复变化的信号，如正弦信号、周期脉冲信号等.连续周期信号与离散周期信号可分别表示为

$$f(t)=f(t+T)\quad(-\infty<t<+\infty)\tag{1.1}$$

$$f(k)=f(k+N)\quad(-\infty<k<+\infty,k\text{ 取整数})\tag{1.2}$$

非周期信号是不具有重复性的信号.

对于离散正弦序列 $f(k)=\sin(\beta k)$是否一定为周期序列,答案是不一定.这是因为由周期序列的定义可知:

$$\begin{aligned}f(k)&=\sin(\beta k)=\sin(\beta k+2n\pi)\\&=\sin\left[\beta\left(k+n\frac{2\pi}{\beta}\right)\right]\\&=\sin[\beta(k+nN)]\quad(n=0,\pm1,\pm2,\cdots)\end{aligned}$$

因此,只有 $N=\dfrac{2\pi}{\beta}$为有理数时,$f(k)$才是一个周期序列,否则为非周期序列.

例 1.1　判断下列各序列是否为周期序列,若是,确定其周期.

(1) $f_1(k)=\sin\left(\dfrac{1}{8}\pi k+\dfrac{\pi}{4}\right)$;　　(2) $f_2(k)=\cos\left(\dfrac{3}{8}\pi k\right)$;

(3) $f_3(k)=\sin(2k)$.

解　(1) $\beta=\dfrac{1}{8}\pi,\dfrac{2\pi}{\beta}=16$ 为整数,所以 $f_1(k)$为周期序列,其周期 $N=16$.

(2) $\beta=\dfrac{3}{8}\pi,\dfrac{2\pi}{\beta}=\dfrac{16}{3}$为有理数,且分子、分母互质,所以 $f_2(k)$为周期序列,其周期 $N=16$.

(3) $\beta=2,\dfrac{2\pi}{\beta}=\pi$ 为无理数,所以 $f_3(k)$为非周期序列,但其外包络仍具有周期性(见图 1.3).

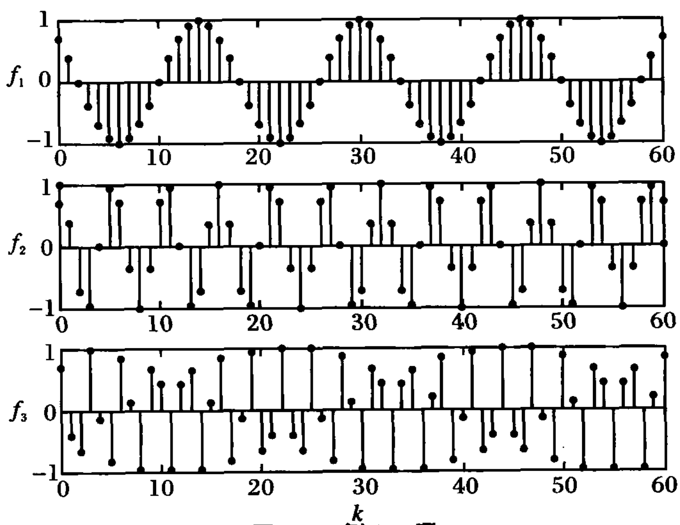


图 1.3　例 1.1 图

1.1.1.4 能量信号和功率信号

按信号能量或功率是否有界来分类，信号大致可分为能量信号和功率信号.

如果把信号 $f(t)$看作是电压或电流信号，则信号 $f(t)$通过 1 Ω 电阻上的能量或功率称为归一化能量或功率，$|f(t)|^2$ 称为 $f(t)$在单位电阻上的瞬时功率，在区间 $-\frac{T}{2}<t<\frac{T}{2}$上的能量为

$$E \xlongequal{\text{def}} \lim_{T\to\infty}\int_{-T/2}^{T/2}|f(t)|^2\mathrm{d}t \tag{1.3}$$

$f(t)$的平均功率为

$$P \xlongequal{\text{def}} \lim_{T\to\infty}\frac{1}{T}\int_{-T/2}^{T/2}|f(t)|^2\mathrm{d}t \tag{1.4}$$

若信号 $f(t)$的归一化能量有界，且归一化功率为零(即 $0<E<\infty, P=0$)，则称其为功率信号；若信号 $f(t)$的归一化能量无界，且归一化功率有限(即 $0<P<\infty$，$E\to\infty$)，则称其为能量信号. 直流信号和周期信号都是功率信号. 一个信号不可能既是能量信号又是功率信号，但也有少数信号既不是能量信号又不是功率信号(如 e^{-2t}).

离散信号也可同样分为能量信号和功率信号，这时序列的能量和功率可定义为

$$E \xlongequal{\text{def}} \lim_{N\to\infty}\sum_{k=-N}^{N}|f(k)|^2 \tag{1.5}$$

$$P \xlongequal{\text{def}} \lim_{N\to\infty}\frac{1}{2N+1}\sum_{k=-N}^{N}|f(k)|^2 \tag{1.6}$$

1.1.2 信号的基本运算

在信号和系统的分析与处理过程中，往往要进行信号的运算. 信号基本运算主要包括信号的加、乘、平移、反转、尺度、微分、积分等.

1.1.2.1 加法和乘法

信号 $f_1(\cdot)$与 $f_2(\cdot)$的加法运算是指将两信号同一时刻之值对应相加，即

$$f(\cdot) = f_1(\cdot) + f_2(\cdot) \tag{1.7}$$

信号 $f_1(\cdot)$与 $f_2(\cdot)$的乘法运算是指将两信号同一时刻之值对应相乘，即

$$f(\cdot) = f_1(\cdot)f_2(\cdot) \tag{1.8}$$

注意：这里 $f(\cdot)$表示 $f(t)$或 $f(k)$.

信号的加法运算的一个实际应用就是调音台将音乐和语音相混合；而在通信系统的调制、解调等过程中经常用到信号的乘法运算.

例 1.2 已知信号 $f_1(t)=\cos t, f_2(t)=\sin 10t$，求 $f_1(t)+f_2(t)$和 $f_1(t)\cdot f_2(t)$.

解

$$f_1(t)+f_2(t)=\cos t+\sin 10t$$
$$f_1(t)f_2(t)=\cos t\cdot\sin 10t$$

波形分别如图 1.4 所示.

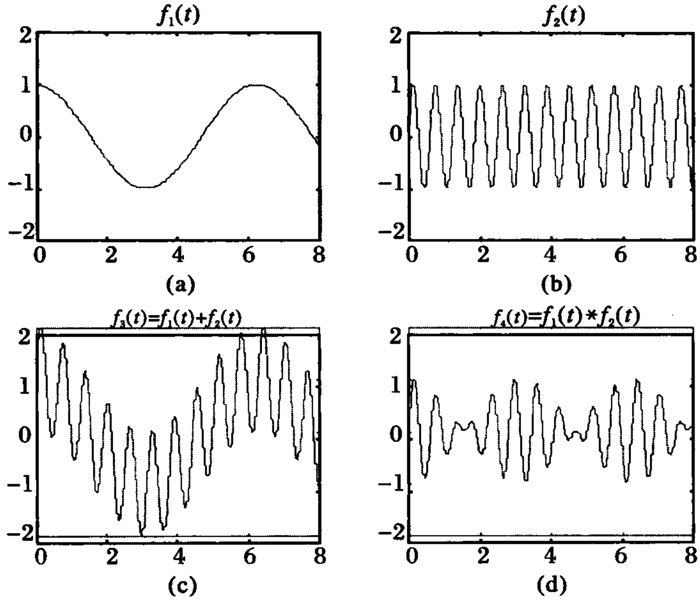


图 1.4　信号的加法和乘法运算

1.1.2.2　平移和反转

将信号 $f(t)$或 $f(k)$中的自变量 t 或k 换为$t+t_0$或 $k+k_0$.若常数 $t_0>0$ 或 $k_0>0$,则相当于将 $f(t)$或 $f(k)$的波形沿横坐标整体左移;若常数 $t_0<0$ 或 $k_0<0$,则相当于将 $f(t)$或 $f(k)$的波形沿横坐标整体右移(如图 1.5).例如在无线通信系统中,信号通过长距离的信道时,会产生信号的延迟现象.

信号的反转是指信号 $f(t)$或 $f(k)$中的自变量 t 或k 换为$-t$ 或$-k$,其波形相当于将原信号 $f(t)$或 $f(k)$绕纵坐标轴反转,如图 1.5 所示.

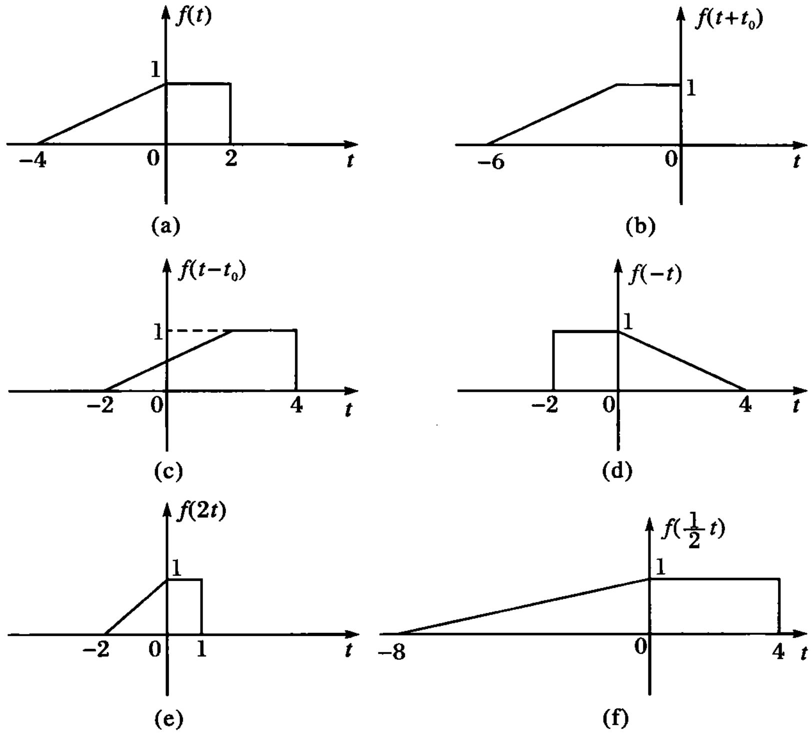


图 1.5 信号的移位、反转和尺度变换

1.1.2.3 尺度变换

将信号 $f(t)$中的自变量 t 换为at.若常数 $a>1$,则相当于将 $f(t)$的波形沿横坐标压缩到原来的$\frac{1}{a}$;若常数 $0<a<1$,则相当于将 $f(t)$的波形沿横坐标展宽至$\frac{1}{a}$倍,如图 1.5 所示.

离散信号通常不做展缩运算,因为 $f(ak)$只在 ak 为整数时才有定义,而当 $a>1$ 或 $a<1$,且 a 不为整数时,做尺度变换时原信息往往会丢失部分信息.

例 1.3 信号 $f(t)$的波形如图 1.6(a)所示,画出信号 $f(-2t-4)$的波形.

解 方法 1:将 $f(t)$右移得 $f(t-4)$,再反转得 $f(-t-4)$,最后做尺度变换得 $f(-2t-4)$(如图 1.6).

方法 2:将 $f(t)$反转得 $f(-t)$,再左移得 $f(-t-4)$,最后作尺度变换得 $f(-2t-4)$(请读者自己完成).

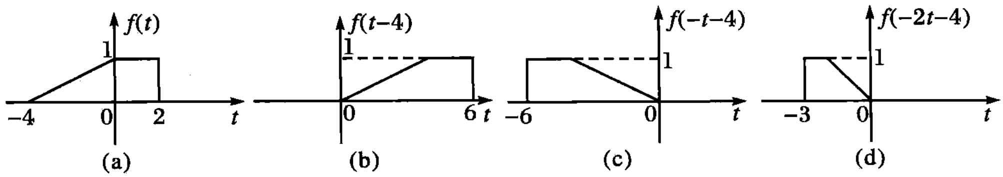


图 1.6　例 1.3 图

1.1.2.4　微分和积分

信号 $f(t)$ 的微分运算是指 $f(t)$ 对 t 取导数，即

$$f'(t) = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}f(t) \tag{1.9}$$

信号 $f(t)$ 的积分运算是指 $f(\tau)$ 对 τ 在 $(-\infty, t)$ 区间内求积分，即

$$f^{(-1)}(t) = \int_{-\infty}^{t} f(\tau)\mathrm{d}\tau \tag{1.10}$$

信号的微分运算主要反映信号的变化部分，而信号的积分运算则使信号的突变部分变得平滑. 如图 1.7 所示.

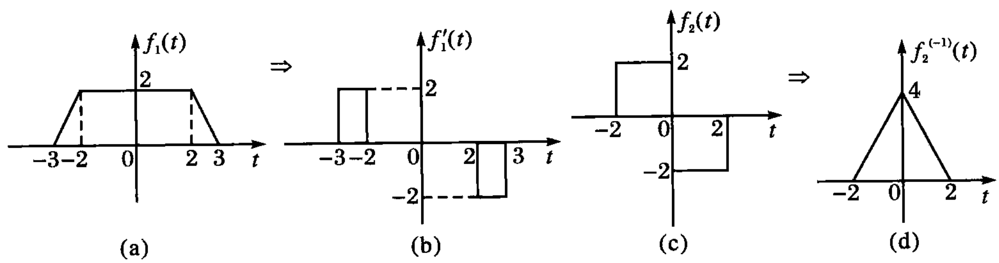


图 1.7　信号微分和积分运算

1.1.3　几种常用信号

1.1.3.1　正弦信号

设自变量 t 定义在 $(-\infty, +\infty)$ 区间上，我们把

$$f(t) = A\sin(\omega t + \theta) \tag{1.11}$$

表示的信号称为正弦信号(sinusoidal signal). 式中 A 为振幅，ω 为角频率，θ 为初相位. 其波形如图 1.8 所示.

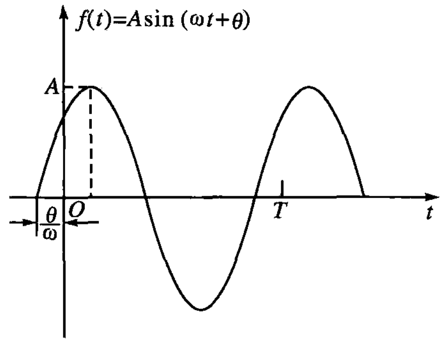


图 1.8 正弦信号

正弦信号是周期信号，其周期 T 与角频率 ω 或频率 f 之间满足下列关系

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{1}{f} \tag{1.12}$$

正弦信号和余弦信号我们这里统称为正弦信号.它经常可以用复指数形式进行表示.由欧拉公式可得

$$e^{j\omega t} = \cos \omega t + j\sin \omega t \tag{1.13}$$

$$e^{-j\omega t} = \cos \omega t - j\sin \omega t \tag{1.14}$$

从而有

$$\sin \omega t = \frac{1}{2j}(e^{j\omega t} - e^{-j\omega t}) \tag{1.15}$$

$$\cos \omega t = \frac{1}{2}(e^{j\omega t} + e^{-j\omega t}) \tag{1.16}$$

1.1.3.2 复指数信号

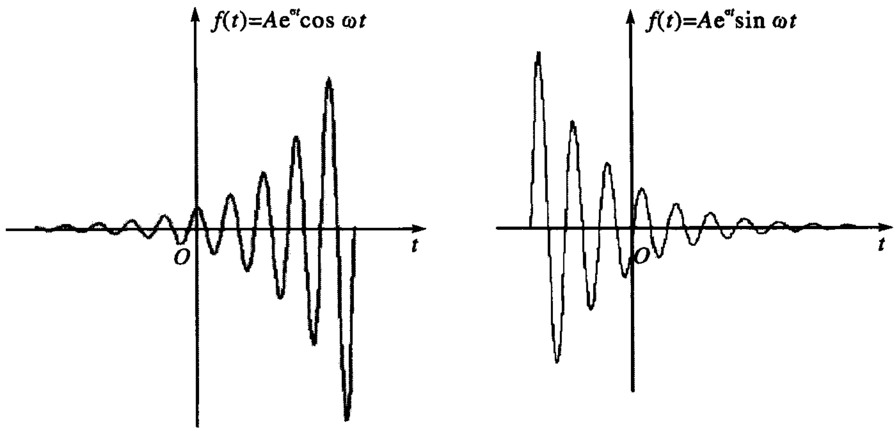
如果指数信号的指数为复数，则称之为复指数信号(complex exponentials signal)，可表示为

$$f(t) = Ae^{st} \tag{1.17}$$

式中，A 为常数，$s=\sigma+j\omega$，σ 为 s 的实部，ω 为 s 的虚部.可以用欧拉公式展开为

$$f(t) = Ae^{st} = Ae^{(\sigma+j\omega)t} = Ae^{\sigma t}\cos \omega t + je^{\sigma t}\sin \omega t \tag{1.18}$$

上式表明，一个复指数信号可分解为实部和虚部两个部分，实部包含余弦信号，虚部包含正弦信号.当 $\sigma>0$ 时，正、余弦信号为增幅振荡；当 $\sigma<0$ 时，正、余弦信号为减幅振荡；当 $\sigma=0$ 时，为等幅振荡.如图 1.9 所示.



(a) σ>0　　(b) σ<0

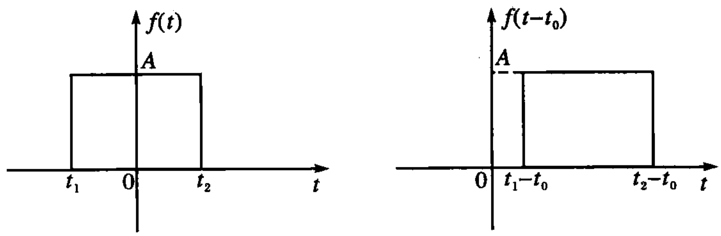
图 1.9　复指数信号

1.1.3.3　脉冲信号

若 $f(t)$ 满足下列条件

$$f(t)=\begin{cases}A, & t_1<t<t_2\\0, & t<t_1 \text{ 或 } t>t_2\end{cases} \tag{1.19}$$

则称它为脉冲信号(pulse signal). 式中 A 为实常数. 其波形如图 1.10(a)所示.



(a)　　(b)

图 1.10　脉冲信号及移位

单脉冲信号是能量信号, 其能量集中在一段时间区间内, 它在后面的信号和系统分析中应用很广泛.

1.1.3.4　抽样信号

抽样信号又称取样信号(sampling signal), 可以 $\mathrm{Sa}(t)$ 函数表示, 它的定义如下

$$\mathrm{Sa}(t)=\frac{\sin t}{t} \tag{1.20}$$