

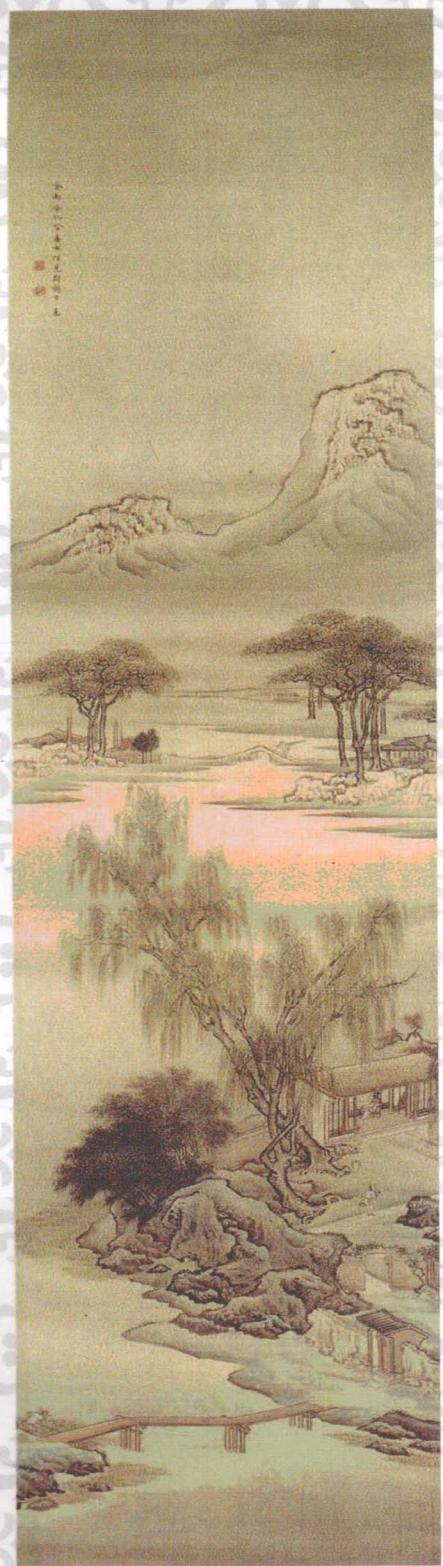
# 量子力学

衍义

宁西京 编著



科学出版社



## 内 容 简 介

本书首先论述了量子力学的理论构架，包括主要目标、基本方法及与经典力学之异同，并以普通实验室能够实现的实验观测为例，阐明量子效应的普遍意义以及应用量子力学的必要性。在此基础上依次介绍密度矩阵、相对论性波动方程、路径积分、二次量子化方法、量子场理论、电磁场的量子效应和量子散射理论。其中的量子场理论部分，主要讲述正则量子化的基本思想和方法；而电磁场的量子效应一章，除论述电磁场的正则量子化之外，还给出了量子电磁场与电子场相互作用的基本理论构架及处理具体问题的方法，它是量子电动力学和量子光学的基础。

本书可用作物理类高年级本科生或研究生的“高等量子力学”课程的教材或参考书，也可作为数学、化学、材料和生物等专业研究生的教学参考书。

---

### 图书在版编目(CIP)数据

---

量子力学衍义 / 宁西京编著. —北京：科学出版社，2012

ISBN 978-7-03-034394-9

I. ①量… II. ①宁… III. ①量子力学 IV. ①O413.1

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2012)第 102244 号

---

责任编辑：杨 锐 曾佳佳 胡 凯 / 责任校对：刘亚琦

责任印制：赵德静 / 封面设计：许 瑞

科学出版社出版

北京东黄城根北街 16 号

邮政编码：100717

<http://www.sciencep.com>

铭洁彩色印装有限公司印刷

科学出版社编务公司排版制作

科学出版社发行 各地新华书店经销

\*

2012 年 6 月第 一 版 开本：B5 (720 × 1000)

2012 年 6 月第一次印刷 印张：23

字数：442 000

定价：89.00 元

(如有印装质量问题，我社负责调换)

# 序

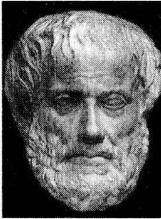
有诗问曰：



黄帝，华夏族之始祖，传说中五帝之首



老子，约前 600~前 470，中国古代思想家



亚里士多德，约前 384~前 322，古希腊哲学家、科学家



达·芬奇，1452~1519，意大利画家



哥白尼，1473~1543，波兰天文学家

盘古开天地，谁人知天机？  
黄帝探内经，文王演周易，  
春秋见老子，得道不论礼。  
西方有先哲，亦在春秋季，  
希腊留基伯，分物至原子，  
亚里士多德，地心说星体，  
诸物何组成？火烧水土气。  
尔后千年谜，少人问天机，  
西方立教皇，东方争天子，  
漫漫长夜里，不闻雄鸡啼。  
但丁尚能诗，无人愿顾之，  
突兀神曲响，震撼意大利。  
文艺将复兴，又逢达芬奇，  
蒙娜丽莎生，开罗创世纪\*，  
待到审判日\*，人性当第一。  
科学欲革命，天降哥白尼。  
复生伽利略，近代见物理，  
教堂观吊灯，斜塔试落体，  
七十八载事，圈中欲了之，  
未了身去时，牛顿将结蒂。  
牛郎性孤僻，读书无奇绩，  
大学将毕业，回乡避瘟疫，  
替母务农桑，出没田野里，  
苹果砸了头，生出万般奇，



周文王，前 1152~前 1056，商末周部落首领



留基伯，约前 500~前 440，古希腊哲学家



但丁，1265~1321，意大利诗人



米开朗基罗，1475~1564，意大利艺术家



伽利略，1564~1642，近代物理学之父

\* 画家米开朗基罗画作《创世纪》、《末日的审判》。



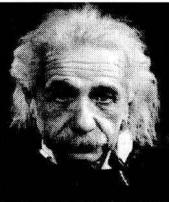
牛顿，1642~1727，  
英国科学家、哲学家



惠更斯，1629~1695，  
荷兰物理学家、数学家



麦克斯韦，1831~1879，  
英国物理学家、数学家



爱因斯坦，1879~1955，  
德裔美国理论物理学家



德布罗意，1892~1987，  
法国理论物理学家

莫愁运动乱，都付三定律，  
发明微积分，万物有引力，  
踩平胡克波，论光以粒子。  
流光能衍射，波及惠更斯。  
电磁互感应，场绕法拉第。  
麦克斯韦光，波动确无疑。  
无奈普朗克，辐射归量子。  
爱因斯坦笑，光波还粒子。  
玻尔手法奇，量子画原子。  
德布罗意乐，波粒孪生子。  
一子千重波，群英论量子。  
回眸量子事，未逾百年日，  
区区量子学，一书可论之，  
名著已成林，何需君造次？

#### 有诗答曰：

无极生太极，太极生两仪，  
两仪生四相，四相生万机。  
高木出平地，林下野草栖，  
树大为栋梁，吐纳豪门气，  
草长覆茅屋，破歌传万世\*。  
名著若盛宴，能颐琼阁志，  
平书如茶点，适助聊斋意\*。  
无志人自闲，茶清书《衍义》，  
亦问天道情，亦论世间理，  
独钓寒江雪，静待梅上枝。



胡克，1635~1703，  
英国科学家



法拉第，1791~1867，  
英国物理学家、化学家



普朗克，1858~1947，  
德国物理学家



玻尔，1885~1962，  
丹麦理论物理学家



薛定谔，1887~1961，  
奥地利理论物理学家

\* 杜甫诗作《茅屋为秋风所破歌》，蒲松龄书作《聊斋志异》。

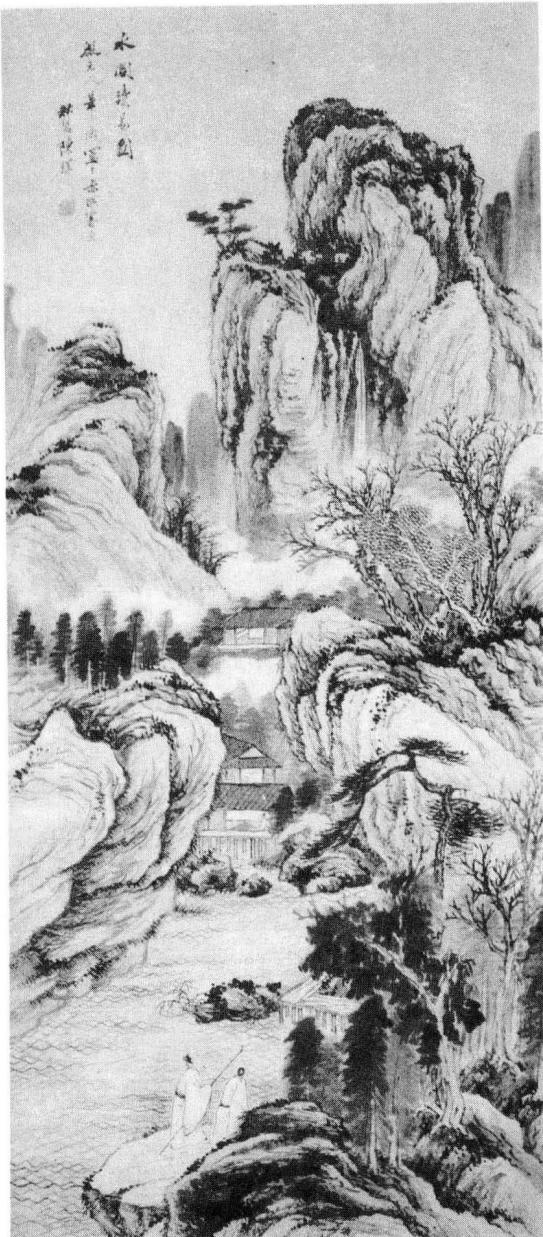
孔子曰：“知之者不如好知者，好知者不如乐知者。”然而，学习近(现)代物理特别是量子力学的时候，很少有人能乐在其中，因而才有“量子力学量力学”之言。本书的主要目标在于引导读者在愉悦品味之中掌握量子力学，也想以此证明研习物理学也可以像阅读诗书文史一样轻松愉快。你认为不可能吗？请不要囿于习惯而断然否定，阅读下文之后再作结论也不迟。

先看一下插图里有什么？山水、草木、桥阁、游人。还有吗？还有更耐人寻味的东西，但需要你先静下心来才可能“看到”。这是明代画家陈铎的《水阁读书图》，其意境和风骨在于：

山高隔世红尘远，  
水秀不渡游人船。  
拽杖论松知月岁，  
雅士阁中读书闲。

进一步入静，你可能进入山水深处那座空阁读书，那将是何等的享受啊！闲而能静，静而生慧，慧而致远，岂能与功名驱逐下的“头悬梁、锥刺股”同日而语！

从小学开始的考试竞争延续几十年，功利思想已习惯性地支配读书行为——尽可能快地从书中抽出应对习题的公式或方法，其具有严重的负面影响。因此，在基本格调上，本书十分注重引导读者摆脱功利，品味幽静，就如封面上清人袁耀的



山水图所示：

谁家门前板桥，院内青苔小道。  
轩窗傍水含山，此处习经最妙。

在此意境中，本书通常将一些最基本的、耐人玩味的问题作为出发点：真空中飞行的电子服从牛顿定律还是量子力学？为什么还存在比薛定谔方程更完美的方程？电子在穿越双缝之前是否“考虑”选取哪一条路径？如何求解多电子体系(如C<sub>60</sub>)的能级结构？既然光子具有波粒二象性，如何描述光子的演化，使用薛定谔方程还是麦克斯韦方程，甚或两者都不行而必须发现新的途径？纯粹基于思想实验(而不是仪器实验)能否建立关于物质系统(基本粒子、原子分子与体材料)演化的基本规律？

很多情况下，研读物理学不能乐在其中的原因可能还有数学困难，往往是耐心地完成每一步数学推演后，已精疲力尽而无心顾及其中更重要的东西——物理思想。这相当于只啃骨头不吃肉、不见森林观树木。长此以往，学习物理的感受几乎可概括为：公式符号密布，不见物理风骨，谁欲继续前行，先骑数学老虎；秋冬几经风霜，自知觅途寒苦，待到春风朗月，只恐白丝上首。事实上，物理学思想先于相应的数学推演问世，确切地说，物理学中的数学推演大都是在已经存在的物理(或哲学)思想指导下进行的。据说理论物理学家玻尔就很不擅长数学，而德布罗意则是本科毕业于历史系的理论物理学家。基于这些事实，本书采用的写作程式是，首先使用浅显易懂的语言论述基本物理思想和基本逻辑目标，然后再展开相应的数学推演，最后用通俗文字阐述数学结果的物理内涵。该写作程式的作用有三点：①读者在进行大量数学推演之前能够掌握量子力学的基本架构，能够像表述牛顿力学那样表述量子力学；②激发读者进行数学推演的动力；③激发读者的物理、哲学思维兴趣，培养全局性、架构性考虑问题的能力。

我们学习过力学、热学、电磁学等理论体系，无条件地、仰慕式地接受了那些基本原理或定律，很少去深究它们产生的历史背景以及科学家为什么能够建立这些定律，很少产生过创立一门学说的冲动，更没有体验过这种创立过程的愉悦。因此，本书首先引导读者置身于20世纪上半叶，面对那时正在发展的量子理论，提出应考虑的战略性“新问题”，并探讨相应的应对方案和技术路线；重新面对量子理论创立者当时提出的问题，另辟蹊径寻找哪怕是极其怪异的解决方案，然后将这些方案与大师们的方案进行比较；重新考察大师们已经提出的基本原理是否合理，尽量从纯思维逻辑的角度(最大限度地排除实验观测依据)“推演”这些原理。重要的是，经历这样的过程才能真正感悟量子大厦之华丽辉煌与博大精深。

初步学习过量子力学的读者，可能会以为量子效应很遥远，量子力学太玄虚

而无广泛的实用价值。实际情况远非如此。为了澄清这些误解，本书在理论的应用方面，注重考察最原始的实验系统，具体选用了普通实验室中可实施的实验，从中逐步抽象出简单的理论模型后再进行量子力学描写。

本书根据我自 2000 年以来在复旦大学现代物理研究所讲授“高等量子力学”课程的讲义整理而成。之所以称之为“量子力学衍义”是出于以下考虑：首先，考虑到许多人对量子力学的理解不能达到对经典力学理解的水平，即只能求解量子力学习题而不能应用量子力学解决科学技术问题，本书用两章(第 1、2 章)篇幅对“初等量子力学”的基本构架和具体应用进行了通俗、详细的讨论；在此基础上除讲授通常所谓的“高等量子力学”内容之外，还较详细地论述了费恩曼路径积分以及量子场论的基本方法，其目的在于阐明除薛定谔方程之外，至少还有两种彼此完全不同的理论体系能够描写微观粒子的运动；其次，本书更多地关注量子理论与其他物理理论(如经典力学、相对论、热力学与统计物理、原子物理等)的横向联系，目的在于弥合不同理论体系(如四大力学)之间的“人为”裂痕，复原其固有的本质联系；另外，本书罗列了许多有争议的观点和问题，也大胆地表述了本人的一些见解，以引起读者的思考与讨论(但不使其影响已达成共识的理论构架和结论)，其目的在于培养读者的创新意识和思辨能力。例如，在我看来，波动量子力学绘景与老子关于“道”的描绘很相似，这也可能是玻尔将道教教徽置于其家族族徽中心的原因之一(见 1.2 节)。无论你是否赞同这一观点都不影响对量子力学的基本理解，但切入类似的讨论至少可以知道，还可能从量子力学的角度理解老子的《道德经》。欢迎读者来函(E-mail: xjning@fudan.edu.cn)与我一起切磋、探讨、争论。最后，为了提高读者兴趣，书中也适当插入了一些涉及人文精神的“题外之言”，甚或杜撰几个可能发生的故事，所用文字也有文学化倾向，是否妥当，还望与读者一同商榷。

由于本人在量子理论方面谈不上颇有造诣，加之本书成稿于匆忙之中，各种错误在所难免，恳请读者不吝赐教，也为培育新人出一把力，有诗共勉：

漫漫学涯路，西风凋碧树。  
衣带虽已宽，未见真面目。  
板桥望流水，暂和糊涂赋。  
它日庐山外，坐看云起处。

宁西京

2012 年 5 月 10 日于复旦

# 目 录

## 序

<b>第 1 章 品味量子力学</b>	1
1.1 经典力学与量子力学	1
1.1.1 方法与任务	3
1.1.2 自由电子如何飞翔?	5
1.1.3 单摆振动有周期吗?	8
1.1.4 激光束中的氢原子	9
1.1.5 李生子感应	16
1.1.6 量子革命运动	19
1.2 理论物理的基本特征	21
1.2.1 相对论的诞生	21
1.2.2 逻辑圈技术	22
1.2.3 道与物质波	23
1.3 映像的科学意义	26
1.3.1 自然映像	26
1.3.2 数理映像	27
1.3.3 物理体系的状态	29
1.4 弦外之音	29
1.4.1 观测与存在	29
1.4.2 偶然性与必然性	31
1.4.3 超时空量子相关	33
1.5 本章没有结尾	34
附录	37
<b>第 2 章 量子力学基本构架</b>	42
2.1 1906 年可以发生的故事	42
2.2 相关的数学知识	44
2.2.1 由现实到虚幻	44
2.2.2 集合的基本概念	46
2.2.3 抽象空间	48

2.2.4 算符.....	51
2.2.5 表象理论.....	55
2.2.6 位置表象.....	58
2.2.7 向量空间的直和与直积.....	59
2.3 继续 1906 年的故事 .....	63
2.4 量子力学基本原理 .....	64
2.5 量子力学绘景 .....	68
2.5.1 绘景.....	68
2.5.2 时间演化算符.....	69
2.5.3 绘景变换.....	72
2.6 密度矩阵理论 .....	74
2.6.1 问题的提出.....	74
2.6.2 密度算符和矩阵.....	75
2.6.3 性质及意义.....	77
2.6.4 约化密度矩阵.....	81
2.7 波包与相干态 .....	82
2.7.1 自由粒子波包.....	82
2.7.2 谐振子波包.....	85
2.7.3 相干态.....	88
2.8 量子力学简单应用 .....	94
2.8.1 简谐振子模型.....	94
2.8.2 制备激发态原子.....	95
2.8.3 一种非厄米哈密顿算符.....	104
2.8.4 解读光谱“密码” .....	111
<b>第3章 相对论性量子力学.....</b>	<b>116</b>
3.1 狹义相对论的数学构架 .....	118
3.1.1 任意坐标系.....	118
3.1.2 坐标变换及张量.....	119
3.1.3 度规张量.....	121
3.1.4 狹义相对论原理与闵可夫斯基四维时空 .....	122
3.1.5 洛伦兹变换.....	124
3.1.6 四维速度与四维动量.....	128
3.2 克莱因-戈尔登方程 .....	132
3.2.1 薛定谔方程的得出及其缺陷.....	132
3.2.2 克莱因-戈尔登方程 .....	133

3.3 狄拉克方程 .....	138
3.3.1 方程的建立.....	138
3.3.2 方程的协变形式.....	141
3.3.3 力学量随时间的变化.....	142
3.3.4 自由粒子的角动量.....	143
3.3.5 负能问题.....	145
3.4 电磁场中的电子 .....	151
3.4.1 运动方程(CGS 单位制) .....	151
3.4.2 泡利方程.....	153
3.4.3 等效哈密顿量.....	155
3.4.4 历史上的两个“2”因子.....	158
3.5 氢原子光谱的精细结构 .....	159
3.5.1 哈密顿久期方程(CGS 单位制) .....	159
3.5.2 中心力场中的守恒量.....	160
3.5.3 $\hat{J}^2$ 、 $\hat{J}_z$ 、 $\hat{K}$ 的共同本征态 .....	161
3.5.4 $\hat{H}$ 、 $\hat{J}^2$ 、 $\hat{J}_z$ 、 $\hat{K}$ 的共同本征态 .....	163
3.5.5 能谱结构.....	167
3.6 量子霍尔效应 .....	168
3.6.1 霍尔效应简介.....	169
3.6.2 量子理论模型 .....	170
3.7 克莱因佯谬 .....	174
3.7.1 嵩山道士能穿壁吗? .....	174
3.7.2 刚性壁里有“鬼” .....	177
3.7.3 谁是谁非.....	178
3.8 重新诠释克莱因-戈尔登方程 .....	178
3.8.1 诠释.....	178
3.8.2 汤川秀树与π介子 .....	180
3.9 结语 .....	180
<b>第4章 路径积分.....</b>	<b>181</b>
4.1 让思想飞翔 .....	181
4.2 传播函数与格林函数 .....	185
4.3 传播函数的路径积分表达 .....	188
4.4 多自由度传播函数 .....	193
4.5 传播函数的特征及计算 .....	196

4.5.1	自由粒子的传播函数.....	196
4.5.2	传播函数的特征.....	199
4.5.3	谐振子的传播函数.....	208
4.6	路径积分与量子统计 .....	210
4.7	简单应用举例 .....	214
4.7.1	求解本征值问题.....	214
4.7.2	描写体系的演化.....	218
4.7.3	阿哈拉诺夫-博姆效应 .....	219
<b>第5章</b>	<b>二次量子化方法.....</b>	<b>222</b>
5.1	全同粒子体系 .....	223
5.1.1	体系波函数基矢.....	224
5.1.2	粒子数表象.....	226
5.2	玻色子系统 .....	227
5.2.1	产生、湮没算符.....	227
5.2.2	空间点 $\zeta$ 处的产生、湮没算符.....	228
5.2.3	表象变换.....	229
5.2.4	力学量的表达.....	230
5.3	费米子系统 .....	232
5.4	二次量子化主要结果 .....	234
5.5	“二次量子化”的意义 .....	236
5.5.1	二次量子化.....	236
5.5.2	体系演化图景.....	238
5.6	应用 .....	238
5.6.1	多体体系的一级微扰.....	238
5.6.2	固体中的电子.....	240
<b>第6章</b>	<b>量子场理论.....</b>	<b>243</b>
6.1	经典场论简介 .....	244
6.1.1	粒子与场.....	244
6.1.2	质点组运动方程.....	244
6.1.3	场运动方程.....	245
6.1.4	诺伊特定理.....	248
6.1.5	诺伊特定理推论.....	251
6.2	正则量子化方法 .....	255
6.3	薛定谔场量子化 .....	256
6.4	标量场的量子化 .....	260

6.4.1	实标量场.....	260
6.4.2	复标量场.....	266
6.4.3	规范场变换及诺伊特荷.....	268
6.5	狄拉克场量子化.....	269
6.5.1	经典描述.....	269
6.5.2	量子化.....	271
6.6	结语 .....	275
<b>第 7 章</b>	<b>电磁场的量子效应.....</b>	<b>277</b>
7.1	经典电磁场理论 .....	277
7.2	正则量子化(洛伦兹规范).....	283
7.2.1	拉氏密度的构造.....	283
7.2.2	光子及其特性.....	285
7.3	正则量子化(库仑规范).....	298
7.4	常见量子化形式 .....	301
7.5	量子效应 .....	303
7.5.1	真空涨落与卡西米尔力.....	303
7.5.2	兰姆位移.....	306
7.6	量子电磁场中的电子——量子电动力学基本架构.....	308
7.7	量子电磁场中的原子分子 .....	310
7.7.1	各种理论模型.....	310
7.7.2	全量子理论.....	311
7.7.3	两能级与单模场作用.....	312
7.7.4	自发辐射和受激跃迁.....	314
7.7.5	拉比振荡.....	317
7.8	结语 .....	319
<b>第 8 章</b>	<b>量子散射理论.....</b>	<b>320</b>
8.1	散射及意义 .....	320
8.2	模型 .....	321
8.2.1	实验模型.....	321
8.2.2	理论模型.....	322
8.3	定态形式理论 .....	323
8.3.1	形式解.....	323
8.3.2	坐标表象展开.....	326
8.4	定态形式理论的应用 .....	327
8.4.1	势散射.....	327

8.4.2 复合粒子散射.....	335
8.5 含时形式理论 .....	339
8.5.1 含时格林算符.....	339
8.5.2 散射矩阵方法.....	343
致谢 .....	351

# 第1章 品味量子力学

孔子曰：“学而不思则罔，思而不学则殆。”初次学习“量子力学”课程，许多人都感觉“只见树木，不见森林”，并认为量子效应很遥远，仅在高精尖实验室才有可能观测到那些细微的效应。这是“学而不思”或“学而少思”所导致的“罔”。与经典力学的直观性不同，量子力学引入了物质波、力学量算符等概念，导致实物粒子运动无轨迹、能量角动量量子化等现象。这些看似“玄”的概念，使初学者不能对量子运动进行直观比喻和分析，难以在思想上形成简单的理论构架，以致离开量子力学教材便觉得一片茫然。虽然，聪明的学生可以处理各种量子力学习题，但却对实际的量子问题感到无从下手，更难于提出量子问题，至于品味量子力学背后的物理，即猜听弦外之音，更是凤毛麟角了。长此以往，学习量子力学便成了一件苦差事，传言“量子力学量子力学”，有不少人甚至把“高等量子力学”归属于“天书”之类。

事实上，量子效应就在我身边，你所面对的这本书就可被描述为一个量子的全同粒子体系，量子效应将导致其褪色；在普通实验室进行的光谱测量、激光与原子分子的相互作用，都涉及显著的量子效应，必须采用量子力学描写电子的运动才能得到与实验观测相吻合的结果。只要经常思考量子力学与经典力学的异同及其与日常经验和现代技术的联系，就能深入理解量子理论。还应注意到，量子力学(特别是高等量子力学)属于理论物理学范畴，而理论物理学之简单明了与博大精深，足以使领悟者如“子在齐闻韶，三月不知肉味”<sup>①</sup>。因此，欲赏析量子力学，品味其中奥妙，建立明晰构架，还需了解理论物理学的基本特征与辉煌成果。

## 1.1 经典力学与量子力学

量子力学的特征似乎可用“玄、妙、难”三个字概括。所谓“玄”，即力学量代之以算符，系统状态付之于波函数，而实验人员只能观测到系统“允许”的本征值等。无论你能否接受这些“玄”念，人们已经用量子力学打开了微观世界和反物质世界的大门，并且正在预言着即将被实验所验证的奇妙现象或奇异存在，

<sup>①</sup> 杨伯峻. 2006. 论语译注. 北京：中华书局。

故可谓“妙”。相对于牛顿力学，量子力学所涉及的数学是复杂了一些，但还称不上难。“难”的根源主要在于没有理解量子理论框架，不知数学推演的目标，因此便没有演算的动机，也就不去实践数学推演。事实上，相对于逻辑思辨，物理学中涉及的数学推演要轻松多了，因为它是“机械化”式的流水逻辑，只要你动手做就行了。所以只要究其“玄”，观其“妙”，“难”就不在话下了。

【题外之言】“玄妙”并不仅仅限于现代物理学，它是一种普遍的文化现象。在中华传统文化中的“玄”念有：“阴、阳”，“经、络”，前者无测度意义，后者无解剖实体，然而在“阴、阳”基础上形成了《周易》逻辑，以“经、络”为线索发展了中医学说。有人说与西方医学相比较，中医没什么作用。然而，在20世纪之前，中华民族只依靠中医祛病延年，汉族人平均寿命并不短于西方民族而且保持了人口最多的世界纪录。事实上，中医理论与中华传统文化血肉交融，而在中华传统文化中还有许多玄妙现象。传说三国时期，在武昌矶头山修炼的道士费祎，驾一只黄鹤西去未归，从此道士曾栖身的楼阁便成了人们心目中的黄鹤楼，有“楼兴则国兴”之说。历史上的黄鹤楼几经战火焚毁，几经国人重建。当下迁址重建的黄鹤楼，拥有其历史上最大的建筑规模。唐代中期的诗人崔颢曾写道：

昔人已乘黄鹤去，此地空余黄鹤楼。  
黄鹤一去不复返，白云千载空悠悠。  
晴川历历汉阳树，芳草萋萋鹦鹉洲。  
日暮乡关何处是？烟波江上使人愁。

此诗的情绪一路直下，似乎照应了国运从盛唐一直衰落到八国联军踏破国门的晚清。耐人寻味的是，自盛唐至清末这长达一千多年的时间里，没有其他著名诗人以黄鹤楼为题言情话志。据说，李白当年登黄鹤楼正欲提笔时，看到了崔颢一诗，自叹道：“眼前有景道不得，崔颢题诗在上头”。1927年毛泽东主席在黄鹤楼上填写了《菩萨蛮·黄鹤楼》：

茫茫九派流中国，  
沉沉一线穿南北。  
烟雨莽苍苍，龟蛇锁大江。  
黄鹤知何去？剩有游人处。  
把酒醉滔滔，心潮逐浪高！

似乎正是词中汹涌澎湃的波涛卷起了从此以后的民族大革命风暴。真可谓：

黄鹤已去空余楼，崔颢一诗千年愁。  
 李仙兴叹不能书，只缘有诗在上头。  
 毛君挥毫黄鹤楼<sup>\*</sup>，茫茫九派泛神州。  
 东方红日照江山，巨龙腾飞争风流。

科学用逻辑推理，诗词寄情景联想，是两种不同的思维通道，科学文化与诗歌文化相互贯通、相互影响。玻尔曾写道：“在说到原子时，语言只能像在诗中那样运用。诗人也是那样，不太关心描述事实，更关心的是创造形象。”当今最活跃的世界数学大师、哈佛大学的丘成桐教授，虽昼夜埋头于数学研究，而吟风弄诗仍是他日常生活的一部分，隔三差五，他便把诗词新作与学生们一起分享。2010年底，他在北京的一次演讲中，谈《诗经》、《楚辞》，咏诗词歌赋，评古今名流，论中外典籍，信手拈来，侃侃而谈，俨然一位文学大家。事实上，音乐也是无言的诗歌，谁敢说爱因斯坦演奏小提琴对其科学发现没有促进作用？世界很玄妙，也正因为如此玄妙，才富有诱人的魅力。如果所有物体的运动都像摆钟那样的简单往复，你不觉得枯燥无味吗？【言归正传】

### 1.1.1 方法与任务

我们都深信牛顿三定律的正确性，那么当把牛顿第二定律应用于你手中的笔杆时它成立吗？否。你把质量为 10g 的钢笔抛向空中，沿水平方向给笔杆一端 A 施加 1N 的力，这时测量 A 端的水平加速度，它肯定大于由牛顿第二定律所得之值( $100\text{m/s}^2$ )。要记住， $\bar{F} = m\bar{a}$  仅对质点成立。所谓质点，是一个有质量而无体积的“玄”念，它是牛顿“发明”的与日常经验相悖的“怪物”。而正是这个“玄”念，使牛顿能够描写行星最微妙的运动，能够解答他那个时代全部的科学之谜。

经典力学将一个宏观物理客体视为由若干( $N$ )个质点组成的体系  $S$ ，对该体系的描写方法是确定每一个质点的位置矢量  $\bar{r}_i$  和相应的速度  $\bar{v}_i$  ( $i = 1, 2, \dots, N$ )，由此便可得到体系的能量、动量、角动量等所有的力学性质。对于同一体系  $S$  也有另外的完全不同的描写方法，如热力学方法只描写体系的压强、体积和温度等物理量。相对于经典力学的描写，热力学方法涉及的变量数少了很多，不包含微观结构层次的信息，但对宏观物理体系却能够方便地给出大量有用信息。例如，利用熵增原理或自由能判据可推知体系应向生成某种物质 A 的方向发展，虽然从化学反应通道来看，生成其他物质 B、C 等也是可能的。原则上讲，经典力学也应该能够给出同样的信息，但因为宏观体系由大量( $\sim 10^{23}$  个)粒子组成，一般不可能获得  $\bar{r}_i$  和  $\bar{v}_i$  随时间变化的确切表达式  $\bar{r}_i(t)$  和  $\bar{v}_i(t)$ ，所以实际上不能给出这样的

\* 毛君指毛泽东。

信息。

由上面的讨论可见，描写同一物理体系状态的方法可以是经典力学也可以是热力学。对于同一体系，量子力学的描写方法又迥然不同，它既不用位置和速度，也不用压强、体积和温度，而是用波函数来确定体系的状态，由波函数可唯一地给出有关体系特性(能量和动量、压强和温度等)的所有信息，但反过来在大多情况下却不能由后者唯一确定波函数。

经典力学的任务大致可分为三类：

(1) 初值问题：给定系统初始时刻的状态，即每一个质点的坐标及速度，给定每一个质点的受力函数  $\bar{F}_i(t)$ ，描写(预言)体系未来的位置和速度。

(2) 定态问题：给定体系的受力条件，描写体系最后达到的平衡状态(质点或刚体的位置)。

(3) 逆向问题：已知系统中质点的运动规律反推质点(或由无数质点组成的物体)的受力信息。例如在汽车设计中，需要根据时速确定轮胎所受的离心力，从而设计所用材料的强度。

量子力学作为力学也履行经典力学的三个任务。所不同的是，面对初值问题确定系统的初始波函数时很难用仪器直接测量。通常将能量最低的本征态视为初态，其依据是量子体系特别是由少数粒子组成的体系容易达到统计力学平衡态，这时系统处于最低能态的概率最大。处理定态问题时，由于量子力学引入了力学量算符，导致体系的力学量通常只能取一些分立值，即出现不连续的量子化现象。量子力学将力学的第三个任务处理为散射问题，即由碰撞后粒子的运动状态确定碰撞过程中的作用力形式。核力的性质就是由这种方法确定的。

练习 根据玻尔兹曼分布计算温度分别为 300K、1000K 时氢原子基态布居数(概率)与第一激发态之比。

量子力学在履行上述任务时，首先根据经典力学关于质点(或质点组)的哈密顿量写出相应的算符，由此确定系统的波函数  $\Psi(t)$  随时间的演化，而波函数模平方  $|\Psi(t)|^2$  代表质点在空间某点出现的概率密度。在这种意义上，可以说量子力学描写的对象仍然是质点(而不是电磁场或引力场)在微观层次(而不是热力学描写的宏观层次)的运动状态，这是与经典力学相同的。所不同的是，经典力学(属于确定论范畴)给出的描写是唯一确定的，而量子力学通常只给出各种事件出现的概率，即便是任意时刻的波函数  $\Psi(t)$  已被完全确定。因此，量子力学经常要处理两种平均，即量子力学平均和系综平均。前者是量子力学内禀构架的要求，后者则属于经典的统计物理平均。这两种平均容易引起一些混淆，下面举一实例说明(更