

初级中学
代数第三册
教学参考书

人民教育出版社

出版说明

这套初级中学《代数教学参考书》按照现行初级中学课本《代数》分成四册，供教师教学参考用。除第一册由我社自编外，其它各册由我社组织编写。

本书是其中第三册，由天津市教学研究室编写。参加编写工作的有宋家振、吴边生、张全根、孙琪等。全书由刘玉翘、郭菊英校订。

目 录

说明	1
第九章 数的开方	5
I 教学要求	5
II 教材分析和教学建议	5
III 习题的答案、提示和解答	16
IV 附录	24
第十章 二次根式	26
I 教学要求	26
II 教材分析和教学建议	26
III 习题的答案、提示和解答	37
第十一章 一元二次方程	48
I 教学要求	48
II 教材分析和教学建议	48
III 习题的答案、提示和解答	79
第十二章 指数	123
I 教学要求	123
II 教材分析和教学建议	123
III 习题的答案、提示和解答	133
IV 附录	142

初级中学课本《代数》第三册的内容包括：数的开方、二次根式、一元二次方程和指数等四章。

这册教材总的教学要求是：

1. 使学生理解平方根、算术平方根、立方根以及实数等有关概念；会查平方根表、立方根表，并能根据题目所要求的精确度进行实数的运算。

2. 使学生理解二次根式的概念、二次根式的性质，能熟练地进行二次根式的运算。

3. 使学生理解一元二次方程的基本概念，掌握一元二次方程的解法和根的判别式；能熟练地解一元二次方程和可化为一元二次方程的方程及应用题。

4. 使学生理解零指数、负整数指数、分数指数等概念和性质，掌握 n 次根式及其性质，并能熟练地进行指数运算。

本册教材共分四章，包括第九章至第十二章。在第九章“数的开方”中，以数的开方为例，引出了无理数的概念，从而使数的范围从有理数扩展到了实数。在这个基础上，实数和数轴上的点建立了一一对应的关系。考虑到算术平方根在今后学习中比较重要，将算术平方根部分单独作为一节，还增加了平方根、算术平方根概念的语言表述，使学生熟悉这些数学

语言。讲查表方法时，给出了部分平方根表，以便对照教学。考虑到学生尚未学习勾股定理，本章教材中没有安排在数轴上表示无理数的内容。

第十章“二次根式”，介绍了二次根式的概念、性质和运算，为下一章一元二次方程的解法打下基础。二次根式的学习是教学中的一个难点，特别是关于根号下的字母的取值问题，对初二学生，要比较好地理解和掌握是有一定困难的。因此，本章规定“如果没有特别说明，所有字母都表示正数”，也就是不要求学生字母的取值进行讨论。

第十一章“一元二次方程”是本册教材也是整个初中数学的重点。这部分内容是在学生掌握了一元一次方程、二元一次方程组和可以化为一元一次方程的分式方程的基础上学习的。教材在介绍了一元二次方程的概念和解法以后，又介绍了特殊的高次方程、分式方程、无理方程以及二元二次方程组的概念和解法。

第十二章“指数”，这部分内容是在学生学过数与数的运算以及代数式的运算，特别是学过正整数指数幂概念和幂的运算的基础上引进的。指数概念由正整数指数逐步推广到有理数，并说明正整数指数幂的运算法则对于所有的有理数指数幂也完全适用。

教材中将“科学记数法”的内容，合并在本章“负整数指数”一节中系统予以介绍，并配备了一定数量的练习。根式运算往往可以利用分数指数来进行，所以，一般根式的内容放在分数指数一节讲述。

在教学时，特别要注意教学要求应适当。初中二年级是

承上启下的重要阶段,教学的内容必须适合多数学生情况,符合教学目的与教学要求,不能要求过高.不适当地加深教学内容,特别是考试、测验、练习过难,会使多数学生既不能学好基础知识,又产生畏惧心理,失去学习兴趣和信心.此外,习题量也应适当,以使学生有足够思考复习的时间.当然,对学有余力的学生,也应注意满足他们的需要.

从近几年的教学实践来看,初中二年级的课程比较多,学生负担比较重.为了适当减轻学生负担,本册教材降低了对“二次根式”部分的教学要求.此外,从对具体内容的叙述,到例题、习题的讲解与编排上,还采取了减缓坡度、分散难点、加强分析说明等措施,以期使学生学得扎实一些,灵活一些.

这本教学参考书,按章(其中第十一章还按单元)分以下几项内容:

I. 教学要求.指明每章基本知识和基本技能以及思想教育的要求.

II. 教材分析和教学建议.分析全章教材内容,指明这些内容的地位、作用和相互联系,并提出教材的重点、难点及关键,给出全章课时分配的参考意见;按节分条阐述教材编写意图,提出教学建议以及例、习题的处理意见.

III. 习题的答案、提示和解答.对于课本中的练习、习题和复习参考题中的题目,根据难易程度,除少数略去外,分别给出答案、提示和解答.

IV. 附录.(不是每章都有)主要是与教材有关的基础知识以及有关的数学史料.这部分内容一般不做为教学要求.

关于本册各章授课时间(按每周3课时),大致分配如下,

仅供参考:

第九章	数的开方	12 课时
第十章	二次根式	22 课时
第十一章	一元二次方程	52 课时
第十二章	指数	16 课时

本书供全学年使用,每周教学3课时,第一学期可讲到第十一章“一元二次方程”的第一单元“一元二次方程”末了为止。第二学期讲第十一章其余三个单元和第十二章。

第九章 数的开方

I 教学要求

1. 使学生理解有关平方根、算术平方根、立方根以及方根的概念,并明确开方与乘方互为逆运算,从而能从平方运算求平方根和算术平方根,能从立方运算求立方根.

2. 使学生学会使用平方根表和立方根表求平方根和立方根的方法.

3. 使学生初步理解实数概念,以及实数与数轴上的点的一一对应关系.

II 教材分析和教学建议

本章主要内容是平方根、立方根的概念及求法,介绍了实数的初步知识,为进一步学习根式和一元二次方程的解法打下基础.

数的运算方面,在引出开平方与开立方运算后,推广到开 n 次方的运算,指明开方与乘方互为逆运算,从而学完了实数范围内的加减、乘除、乘方开方六种运算知识.应该强调数的扩展,在引入无理数后,数的范围从有理数扩展到了实数.

关于求一个正数的平方根的方法,课本中介绍了两种,一种是按平方根的定义根据平方运算求平方根,一种是查平方根表求平方根.另外在本章附录中还介绍了笔算求平方根的

方法.

本章重点是平方根、算术平方根的概念,以及查表求平方根和立方根.难点是对算术根概念和实数概念的理解.

本章中概念比较多,各个概念之间,特别是与乘方各概念之间有着紧密的联系,教学时结合学习新的概念,要复习、对比新旧概念间的关系,不断地提高学生的分析能力,培养学生正确的学习方法.

本章教学时间约需 12 课时,具体分配如下(仅供参考):

9.1 平方根	约 1 课时
9.2 算术平方根	约 1 课时
9.3 平方根表	约 2 课时
9.4 立方根	约 1 课时
9.5 立方根表	约 2 课时
9.6 实数	约 2 课时
复习	约 3 课时

9.1 平方根

1. 平方根概念是全章的重点内容之一,一个正数有两个平方根,这两个平方根互为相反数.这种通过运算得到两个结果的情况,对于初中学生还是第一次遇到,学生往往容易忽略负的平方根,仅得出一个正的平方根.在教学中从一开始接触平方根概念就要特别注意.

2. 在开始教学这一章时,可以简要复习过去的五种运算,指出减法是已知两个加数的和与其中一个加数,求另一个加数的运算;除法是已知两个因数的积与其中的一个因数,求另一个因数的运算.再进一步提出这一章我们要学习一种新

的运算,就是已知一个数的平方或立方,要求出这个数是多少的运算.

3. 课本从学生熟悉的已知正方形的边长求正方形的面积入手,提出已知正方形的面积求正方形的边长的问题,从而引出平方根的概念.指出数学知识的产生与发展总是来源于现实世界,是由于生活或生产的需要,培养学生的辩证唯物主义的观点.

4. 课本中平方根的概念是用语言叙述的形式给出的,目的是提高学生的语言表达能力,加深对概念的理解.课本中给出平方根的概念以后,为便于理解以换句话说的形式给出了“如果 $x^2=a$,那么, x 就叫做 a 的平方根”.给出了根据定义求一个数的平方根的推理过程.

5. 要讲清正数,零和负数的平方根的情况.正数有两个平方根,零有一个平方根,负数没有平方根.为了加深学生对平方根的性质认识,教材上安排了判断给出的数有没有平方根的例2,题中的数有正数,有负数,还有零.需要注意学生容易把 $(-4)^2$ 的符号看错,将它看作 -4^2 .课本中特别强调了“ \sqrt{a} 中的被开方数要大于或等于零,即 $a \geq 0$ ”.要提醒学生回答问题时要细心,养成良好的审题习惯.

6. 开平方与平方互为逆运算.本节是根据定义来求一个数的算术平方根.例1给出了求一个正数的平方根的书写格式.如第(1)小题求36的平方根.不是直接写出36的平方根是 ± 6 ,而是采用了

$$\because (\pm 6)^2 = 36,$$

$\therefore 36$ 的平方根是 ± 6 ,即

$$\pm\sqrt{36} = \pm 6$$

其中 $\pm\sqrt{36}$ 表示36的两个平方根， ± 6 表示36的平方根的两个值，开始学习求一个正数的平方根时，采用这种书写格式，便于学生理解平方根的概念，有利于培养学生的推理能力。

7. 要注意并及时引导学生改正在作业中容易发生的错误：如36的平方根是 ± 6 ，有时会写为 $\sqrt{36} = \pm 6$ ，应向学生强调指出 $\sqrt{36}$ 只表示36的正的平方根，讲清这点也可以为下节讲算术平方根作好准备。

9.2 算术平方根

1. 算术平方根的概念是在平方根概念的基础上给出的，由于它与平方根概念容易混淆，学生不容易掌握，所以算术平方根的概念又是本章教学的难点，课本用专门一节进行讲解，说明算术平方根的重要性，必须注意概念的教学，加强练习，在运用中加深理解，在理解的基础上牢固掌握，以保证学得扎实。

2. 关于算术平方根的概念，在给出“正数 a 的正的平方根，也叫做算术平方根”后，又补充规定了“零的算术平方根仍旧是零”，因而掌握算术平方根的概念时，要注意正数和零都有算术平方根。

3. 由于零的算术平方根记作 $\sqrt{0} = 0$ ，算术平方根的记号 \sqrt{a} 中的 a 可以是正数，也可以是零，或说 a 是非负数。

4. 例1给出了求算术平方根的书写格式，注意， $\sqrt{100}$ 是100的算术平方根的记号，10是100的算术平方根的值，所以写成 $\sqrt{100} = 10$ 。

5. 要特别强调， \sqrt{a} 只表示 a 的算术平方根，而 $-\sqrt{a}$

表示的是 a 的算术平方根的相反数。

6. 例 2 是求值的题, 其中第(1)、(3)小题是求算术平方根, 其余四个小题都不是求算术平方根的题. 解题时要注意根号前带有符号的写法. 如求 $-\sqrt{144}$, 即计算 144 的算术平方根的相反数. 课本中书写的格式是“ $\because 12^2 = 144, \therefore -\sqrt{144} = -12$.”这里直接由平方运算写出了 $-\sqrt{144}$ 的值. 如果学生不习惯这种写法也可以多写一步

$$\because 12^2 = 144,$$

$$\therefore \sqrt{144} = 12,$$

$$\therefore -\sqrt{144} = -12.$$

7. 练习中第 1 题是个判断题, 问“各语句对不对”, 目的是巩固算术平方根的概念, 在课堂上练习时可以进一步让学生指出理由, 语句错误的, 让学生共同改正.

8. 本节及前一节所涉及的被开方数都是比较简单的数, 这些数都是完全平方数. 关于完全平方数的概念我们没有在课文中介绍, 在附录“平方根的笔算求法”中给出“如果一个正数恰好是另一个有理数的平方, 这个正数就叫做完全平方数”.

9.3 平方根表

1. 课本从回顾前两节根据平方运算求平方根、算术平方根, 只能解决一些特殊的整数、小数和分数求平方根问题后, 提出了求一般数平方根的问题. 本节内容是查表求平方根, 为此介绍了平方根表的构造. 分三步介绍了查表的方法. (1) 直接查 1.00 到 99.9 之间只具有三个数位的数的算术平方根的方法; (2) 在 1.000 到 99.99 之间的有四个数位的数的算

术平方根的查法；(3) 1 到 100 之间的多于四个数位的数的查表方法。查表求平方根是本章的主要内容，应该要求学生熟练掌握。

2. 例 1 与例 2 中 1.35 与 13.5 是 1.00 到 99.9 间的数，都是三位数，能直接从平方根表上查得算术平方根，只要从平方根表中 N 所在的直列中查出前两位数，再从 N 所在的横行中查出第三位数，行与列交叉处的数，就是所查的算术平方根。应该要求学生熟练掌握这种查表方法。要向学生指明 1.35 与 13.5 两数的有效数字相同，排列顺序也相同，但它们的小数点的位置不同，应该在表中的不同位置查算术平方根的值。练习题中的第 1 题给出了几个类似的数，如 9.73 与 97.3, 38.5 与 3.85, 6.8 与 68, 应该要求学生看清数，查准表。

3. 对于在 1.00 到 99.9 间，少于三位有效数字的数，查表求平方根时，可以在小数点后补零，使成为具有三位有效数字再查表。如查表求 $\sqrt{5}$ ，即查表求 $\sqrt{5.00}$ 。

4. 例 3 查表求 $\sqrt{1.354}$ ，介绍了查修正值的方法，被开方数 1.354 是 1.000 到 99.99 之间的有四个数位的数，查表时应该先查出前三位数的平方根，再加上根据第四位数查到的修正值。因为修正值在平方根表中只写整数，没有标明小数点，查表时最容易出错。要向学生强调从第四位查得的修正值加到从前面三位数查得的平方根的最后一位数上。

5. 被开方数是分数时应该化成小数再查表。

6. 课本第 11 页列表给出了 n 取 0.04, 4, 400, 40000 时， \sqrt{n} 的对应值，说明被开方数小于 1 或大于 100 时，它的算术平方根与被开方数之间的小数点移动的规律。关于小数点的

移动位数及移动方向学生容易记混,教学时一定要注意,可以提醒学生开平方时小数点移动的位数与根指数 2 是一致的。

7. 例 5 的书写格式,可以比较清楚地反映出小数点的移动规律,能够防止学生在查表中出现差错,在教学中可以要求学生按课本的书写格式做作业,待学生熟练掌握,再允许学生直接写出结果。

8. 习题一第 1 题是判断题,应当提醒学生先弄清题意,不要草率回答。第 2 题要求填表,写出 11 至 19 各数的平方数,这些平方数是经常用到的数。第 5 题求式中的 x 值,四个小题是一元二次方程,由于只含有二次项和常数项,可以根据平方根的定义求出 x 。

9.4 立方根

1. 本节通过已知正方体的体积求它的棱长的问题引出立方根的概念。与平方根的概念一样,立方根的概念也是用语言叙述的形式给出,又用式子形式作了表述。

2. 例 1 中给出了五个数求立方根,通过这个题可以巩固立方根的概念。题中的五个数有两个是正数,两个是负数,一个是零。分别求出立方根后,可以强调指出正数和零有立方根,负数也有立方根,后一点是立方根与平方根不同的地方。

3. 不论是求正数的立方根或负数的立方根,教材都用立方的方法来求。例如求 -8 的立方根时,不是直接写出 -8 的立方根是 -2 ,而是采取下面的写法:

$$\because (-2)^3 = -8,$$

$$\therefore -8 \text{ 的立方根是 } -2, \text{ 即}$$

$$\sqrt[3]{-8} = -2.$$

又例如,在求8的立方根时,不是直接写出8的立方根是2,而是采取下面的写法:

$$\because 2^3=8,$$

\therefore 8的立方根是2,即

$$\sqrt[3]{8}=2.$$

采用这种写法便于学生理解立方根概念,也有助于理解被开方数的符号与立方根的符号是一致的.

4. 求负数的立方根可以转化成求正数的立方根问题,即如果 $a>0$,那么 $\sqrt[3]{-a}=-\sqrt[3]{a}$,这个式子也可以看成把负号提到三次根号外.例2中的题就使用了这种解法.

5. 用根号表示一个数的立方根时,一定要注意必须写上根指数3,不能漏掉.

6. 本节最后把平方根与立方根的概念加以推广,在立方根一节中,介绍了 n 次方根的概念.课本通过举例说明了奇次方根与偶次方根的不同情况:“正数的偶次方根有两个,它们互为相反数”,“正数的奇次方根是一个正数,负数的奇次方根是一个负数”,这实际是偶次方根与奇次方根的性质.在教学时不必再补充了.在本书第十二章讲到分数指数时介绍 n 次根式的概念.

9.5 立方根表

1. 立方根表的查法与平方根表的查法有类似的地方,但在教学中要注意两个表的查法的不同点:立方根表没有修正值,只能查出三个有效数字的立方根,多于三个有效数字时需要四舍五入取近似值;查立方根遇到移动小数点时,应该把被开方数的小数点三位三位地移动.

2. 例2通过查0.00525与525000两个数的立方根,介绍了小数点的移动方法,小数点的移动是个难点,学生没有熟练掌握方法以前,应该要求按照书上的格式书写.通过查表还可以看出0.00525中的有效数字是525,525000中的非零有效数字也是525.但是移动小数点后0.00525成为5.25,525000成为0.525,它们的小数点的位置不同,在立方根表的不同位置上查立方根.

3. 本节练习题的目的是熟练查表.由于立方根表中给出的数是小数的形式.如果被开方数是分数时,需要化成小数再查表.练习的第3题要求式中的 x ,可以直接根据立方根的定义计算.

9.6 实数

1. 初中代数第一册学了有理数的概念,知道整数和分数统称有理数.小学已经学过分数的化简,一个最简分数,如果分母中除2与5外不含其他质因数,这个分数能化成有限小数;如果分母中含2与5以外的质因数,这个分数就不能化成有限小数,而化成循环小数.教材中举出了整数、分数化为有限小数或循环小数的例子.可以看出有理数都可以表示成分数的形式,即有理数都可以用 $\frac{m}{n}$ (m, n 都是整数, $n \neq 0$)的形式表示.反过来也对,任何有限小数和循环小数都是有理数,也就是任何有限小数和循环小数都可以用分数的形式表示.循环小数化分数的问题涉及等比数列的知识,将在高中学习数列时介绍.

无限不循环小数叫做无理数.这种定义的方法是直观描

述的形式，实际上对于初中学生也不能严密地证明。由于学生在小学遇到圆周率 π 时使用的是近似数3.14，平方根表中查到的 $\sqrt{2}$ 也是近似值1.414，这些数都是以有限小数的形式出现的，要特别向学生指明 $\pi, \sqrt{2}$ 都是无限不循环小数。课本中又举了形如0.101001000100001…的数，组成规律是两个1之间依次多一个零，这种形式的数还可以举出许多，这样的无理数不是从开方得到的，举这个例子的目的是防止学生错误地认为无理数都是开方开不尽的数。无理数是无限不循环小数，不能表示成分数（即有理数）。

2. 应该使学生知道无理数有无限多。除去课本中介绍的数以外，还有从对数、三角函数等得到的无理数，如 $\lg 2, \sin 10^\circ, e$ 等，在今后的学习中会逐渐遇到，这里不必向学生介绍了。要注意并不是带根号的数都是无理数，如 $\sqrt{4}=2, -\sqrt[3]{27}=-3$ ，都是有理数不是无理数。还要明确无理数也有正负之分。

3. 实数概念是本章的难点。小学学了正整数、零；到初一引入负数以后，数的概念扩充到有理数；现在引入无理数，数的概念又扩充到了实数，这是在中学数学中，数的概念的一次重要扩充。课本中的实数系表是依照学生对数的认识的过程来分类的，突出了无理数的定义。由于按照不同的需要可以有不同的分类，所以可以不必过分强调实数系表。

4. 关于实数与数轴上的点的一一对应，课本中讲了“每一个实数都可以用数轴上的一个点来表示，反过来，数轴上的每一个点都表示一个实数。”但是由于没有介绍用近似数逼近无理数，也没有讲勾股定理，学生还不会在数轴上找表示无理