

# 理論力學習題集

上海交通大學理論力學教研組編

1959

# 目 录

## 静力学

(一)平面共点力系.....	1
(二)平面力系.....	8
(三)图解静力学及桁架.....	20
(四)空间力系.....	24
(五)重心.....	32
(六)摩擦.....	34

## 运动学

(一)点的直线运动.....	42
(二)点的曲线运动.....	44
(三)刚体的基本运动.....	48
(四)点的复合运动.....	51
(五)刚体的平面平行运动.....	57
(六)刚体绕固定点的转动.....	67
(七)刚体运动的合成及总习题.....	68

## 动力学

(一)动力学基本定律,质点的直线运动.....	72
(二)达伦培尔原理.....	78
(三)质点的振动.....	86

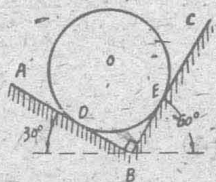
(四) 动力学普遍定理	90
(五) 转动惯量	111
(六) 刚体动力学	113
(七) 碰撞	120
(八) 杂题	123
(九) 虚位移原理	126
(十) 拉格朗日方程式	132

# 靜力學

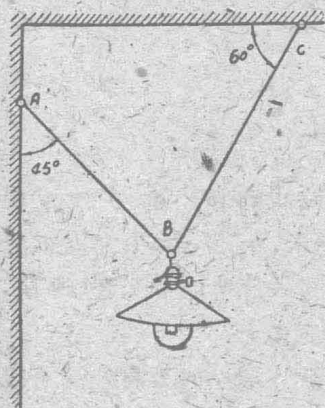
## (一) 平面共點力系

(1)

一均質球，重 10 公斤，置于光滑斜面  $AB$  與  $BC$  之間，設斜面  $AB$ 、 $BC$  的傾角為  $30^\circ$ 、 $60^\circ$ ，求斜面對球的約束反力  $N_D$  與  $N_E$ 。

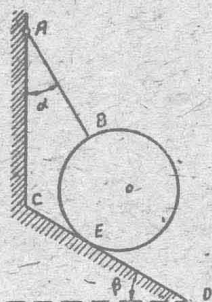


若設球重  $P$  公斤，斜面  $AB$  與  $BC$  的傾角各為  $\alpha$ 、 $\beta$ ，求此反力。



(2)

一燈，重 2 公斤，以繩  $AB$  及  $BC$  懸之如圖，繩重不計，試求繩中張力  $T_{AB}$  與  $T_{BC}$ 。



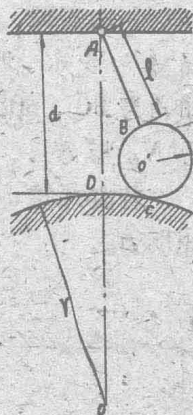
(3)

一均質圓球，重 20 公斤，用繩系于牆的  $A$  點，并擱置于一光滑斜面  $CD$  上。設圖中  $\alpha = \beta = 30^\circ$ ，求繩中張力  $T$  及斜面對球的反力  $N$ 。

若球重 20 公斤， $\beta = 30^\circ$ ，今欲使繩中張力不超過 12 公斤，問繩與牆所成的夾角應為多大？又在什麼情況下，繩中張力最小？

(4)

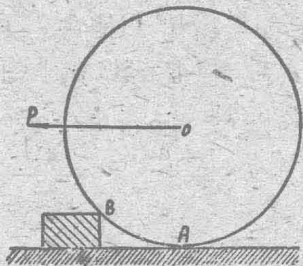
半徑為  $a$ ，重為  $P$  的均質球  $O'$ ，用繩  $AB$  系于  $A$  點，并擱置于半徑為  $r$  的光滑球面上。設繩長為  $l$ ， $A$  點高出球面的距離為  $d$ ，求繩子張力  $T$  與球面反力  $N$ 。



(5)

壓路機的滾子重 2 噸，半徑為 40 厘米，今用一水平力  $P$  欲將滾子拉過一高為 8 厘米的磚塊，問此力應多大？

如欲用最小的力將此滾子拉過磚塊，問此力應沿那一方向作



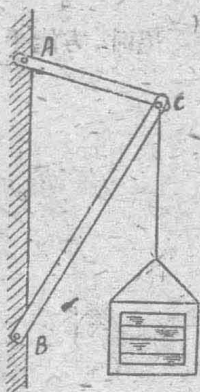
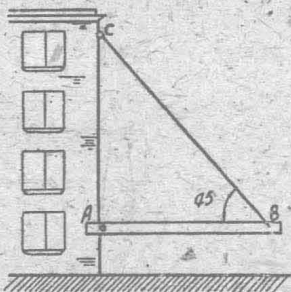
用？即力与水平方向所成的倾角  $\alpha$  为多大？此最小的力  $P_{\min}$  数值又多大？

[提示] 当滚子将拉过砖块时，滚子与地面仍保持接触，但反力趋近于零。

(6)

一大厦的风雨平台  $AB$ ，重  $P$ ，宽  $l$ ，一端  $A$  用光滑铰链固定于墙，另一端用链索  $BC$  系于  $C$ ，试求链索所受的张力  $T$  及  $A$  铰反力  $R_A$  的数值和方向。

如用细杆  $BC$  代替链索， $B$  点与  $AB$  铰接， $C$  点也是铰链，试求反力  $R_A$  及  $BC$  杆所受的内力  $S_{BC}$ 。

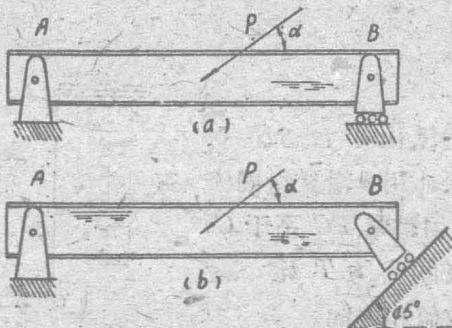


(7)

$AC$ ， $BC$  两杆，在  $C$  点以光滑铰链铰接， $A$ ， $B$  两处同样为铰链，设在铰链  $C$  的销钉上挂一重荷  $P=1000$  公斤，又  $AB=BC=2$  米， $AC=1$  米，不计杆重，试求各杆所受的力， $S_{AC}$ ， $S_{BC}$ 。

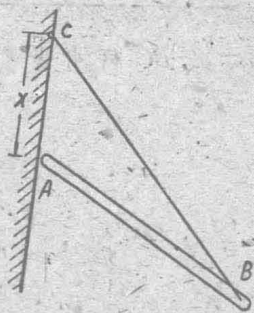
(8)

水平梁  $AB$ , 两端分別用鉸支座  $A$  及輓軸支座  $B$  支承, 梁的中点受有一  $P$  力作用, 設  $P=2$  吨,  $\alpha=45^\circ$ , 如不計梁的自重, 試分別求 (a), (b) 兩圖所示情況的支座反力。



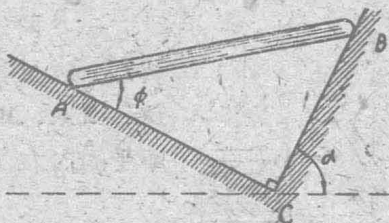
(9)

一均質杆  $AB$ , 长  $l$ , 重  $P$ , 上端  $A$  靠在光滑的墙上, 下端  $B$  用繩  $BC$  系住。設繩长为  $a$ , 又  $a > l > \frac{a}{2}$ , 問  $A$  端在  $C$  点之下若干距离时, 方能平衡?



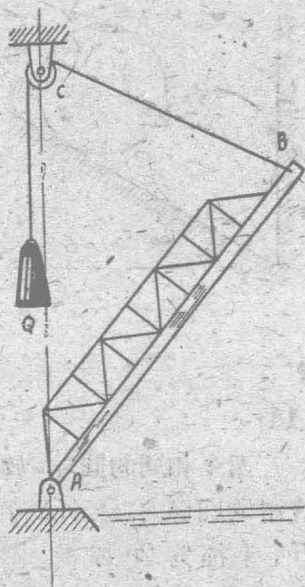
(10)

均質杆  $AB$ , 长  $l$ , 重  $P$ , 置于相互垂直的光滑斜面  $AC$  与  $BC$  之間, 斜面  $BC$  的傾角为  $\alpha$ ; 求平衡时杆与  $AC$  成所的夹角  $\varphi$ 。



(11)

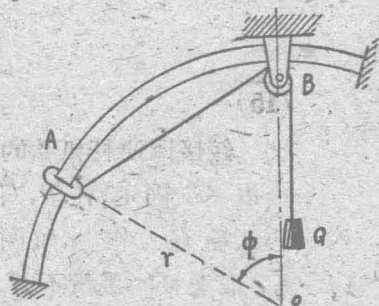
吊桥  $AB$ , 长  $l$ , 重  $P$ , 一端由铰链固定于地面, 另一端用绳吊住。绳子的另一端绕过一光滑滑轮  $C$  后挂一重物  $Q$ 。设  $C$ 、 $A$  在同一铅垂线上,  $AC=AB$ , 不计滑轮的大小, 求平衡时  $AB$  的位置及  $A$  点的反力。



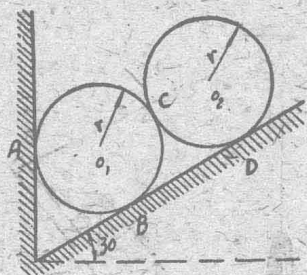
(12)

小环  $A$ , 重  $P$ , 套在一半径为  $r$  的光滑大环上, 小环上系有一绳, 此绳的另一端绕过一光滑滑轮  $B$ , 挂一重物  $Q$ , 滑轮  $B$  位于大环的最高点。不计滑轮的大小,

求小环在平衡时的位置  $\phi$ , 及大环对小环的反力。





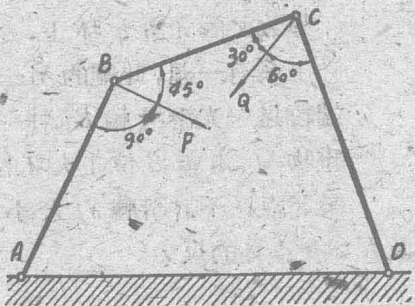
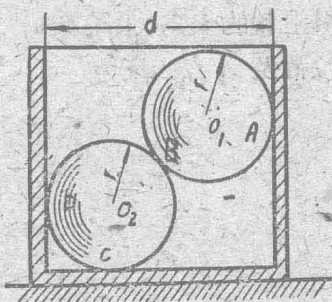


(13)

两个相同的圆柱，置于一斜面上，用一铅垂的板挡住，设两圆柱重同为 100 公斤，斜面的倾角为  $30^\circ$ ，不计接触处的摩擦力，求 A、B、C、D 四点的反力。

(14)

两个相同的圆球，放于一光滑的圆筒内，球重同为 10 公斤，半径为 25 厘米，圆筒的半径为 45 厘米，求接触处 A、B、C、D 四点的反力。

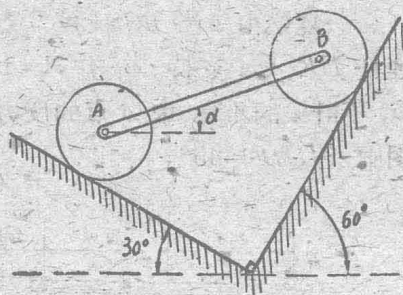


(15)

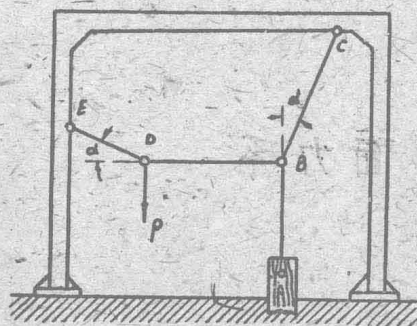
铰接四连杆机构的一边 AD 固定，在 B、C 两点各有力作用如图所示。设连杆的重量不计，试求在图示位置平衡时，P、Q 两力的比值。

(16)

在杆  $AB$  的两端以光滑铰链与轮子中心  $A$ 、 $B$  连接, 并将它置于相互垂直的斜面上, 如图所示。设两轮的重量相等, 杆  $AB$  的重量不计, 试求平衡时的  $\alpha$  角。



如  $A$  轮重 30 公斤, 欲使  $AB$  杆在水平位置 ( $\alpha=0$ ) 平衡,  $B$  轮的重量应多大?



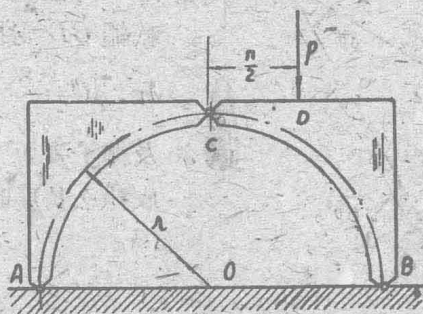
(17)

图示一拔桩架,  $EDB$ 、 $CBA$  各为绳索, 当  $\alpha$  很小时, 如在  $D$  点用方向下拉时, 在  $A$  点将产生一很大的力将桩拔起。今设  $\alpha=0.1$  弧度, 作用在

$D$  点向下的力  $P=80$  公斤, 求  $A$  点产生的拔桩力。

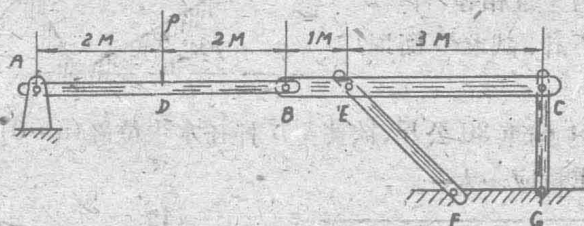
(18)

图示一三铰拱。  $A$ 、 $B$ 、 $C$  三处均为铰链, 在  $D$  点有一  $P$  力作用, 求  $A$ 、 $B$  两点的反力。

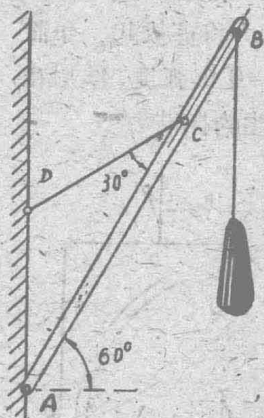


(19)

一复梁由  $AR$ 、 $BC$  杆在  $B$  点铰接而成，以铰链支座  $A$  及连杆  $EF$ 、 $CG$  支持。今有  $P=100$  公斤作用于  $AB$  的中点  $D$ ，不计梁的重量，求  $A$  点的反力及连杆  $EF$ 、 $CG$  所受的力。图中  $\angle CEF=45^\circ$ 。



## (二) 平面力系

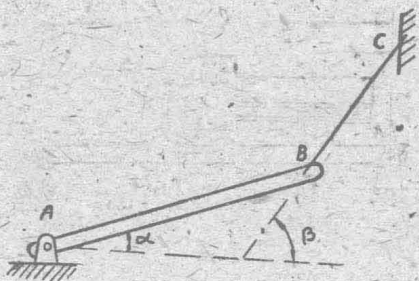


(20)

一物重  $12$  公斤，由均质杆  $AB$  及软绳  $CD$  支持如图所示，已知杆重  $6$  公斤； $AC = \frac{3}{4} AB$ 。(i) 求铰链  $A$  的反力及绳子张力。(ii) 问绳子应与  $AB$  杆成什么角度时，张力最小？

(21)

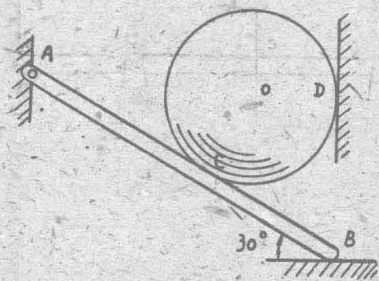
均質杆  $AB$  長  $l$ , 重  $P$ , 一端以鉸鏈  $A$ , 一端以軟繩  $BC$  支持如圖示, 求繩中張力及  $A$  點反力。



(22)

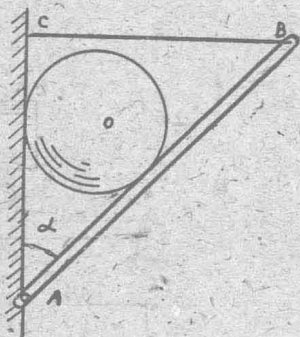
一均質球重 30 公斤, 置于牆及杆  $AB$  間; 杆一端由鉸鏈  $A$  支持, 另一端擱于地上, 與地面成  $30^\circ$  角如圖示, 設  $AC=3$  米,  $AB=5$  米, 不計接觸處的

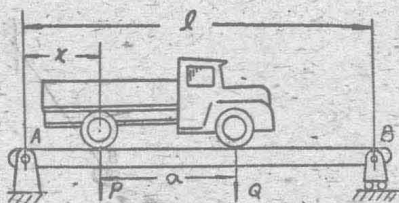
摩擦力, 求  $A$ 、 $B$  兩點的反力。



(23)

一均質球重  $P$ , 半徑為  $a$ , 置于牆及杆  $AB$  間, 杆由鉸鏈  $A$  及水平軟繩  $BC$  支持如圖示, 杆長  $l$ , 重不計, 與牆的夾角為  $\alpha$ , 求繩中張力, 并問當  $\alpha$  為何值時, 張力為最小?



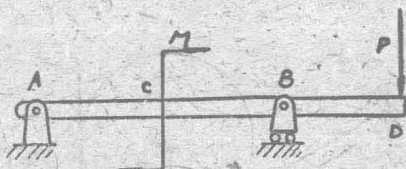


(24)

桥上停一汽車，車的前後輪作用于橋上的力為  $P$  與  $Q$ ，橋長  $l$ ，前後輪的距離為  $a$ 。問車停在何處時兩支座的反力相等？

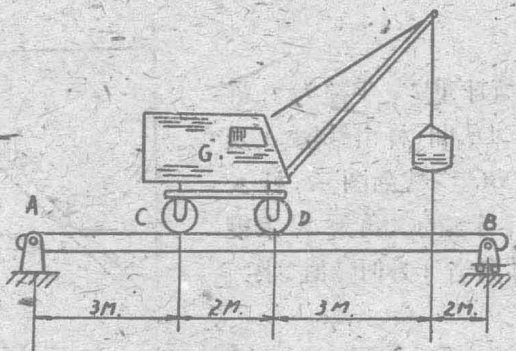
(25)

一梁的載荷如圖示，已知  $AB=3$  米， $BD=1$  米，力  $P=3$  噸，力偶矩的大小  $M=6$  噸·米。不計梁重，求支座的反力。



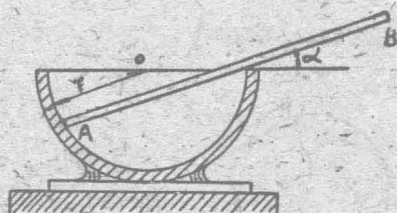
(26)

水平梁  $AB$  上有一起重機，位置如圖示，設起重機重 5 噸，重心  $G$  在兩輪中間，重物重 1 噸，不計梁重，求支座反力。



(27)

在半徑为  $r$  的光滑半圓槽內放一長  $2a$  的均質杆  $AB$ , 設  $a > r$ , 求平衡時的  $\alpha$  角。



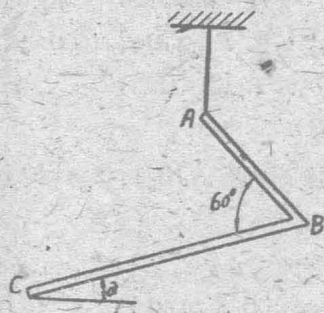
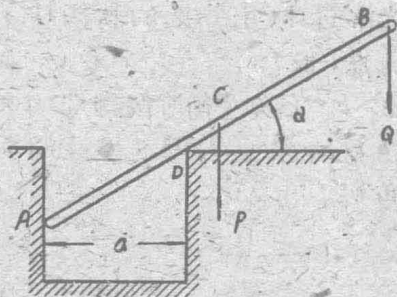
(28)

上題中如  $a < r$ , 杆重  $P$ , 并在離  $B$  端  $\frac{a}{2}$  處有一鉛垂向下的力  $Q$  作用。求

平衡時  $\alpha$  角。

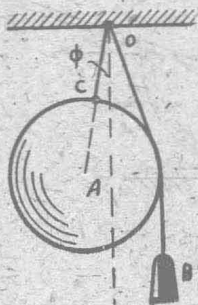
(29)

長  $l$ , 重  $P$  的均質杆  $AB$ , 擱置于矩形牆上, 如圖示, 槽寬為  $a$ , 設在  $B$  點有一鉛垂向下的力  $Q$  作用, 求平衡時的  $\alpha$  角。



(30)

均質曲尺  $ABC$  以繩懸之如圖示。設  $AB = \frac{1}{2} BC$ , 求平衡時的  $\alpha$  角。

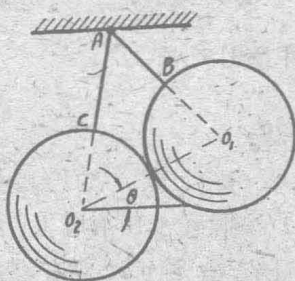


(31)

一重  $Q$ , 半徑为  $a$  的均質球  $A$  和一重  $P$  的重物  $B$  同时用繩子挂在  $O$  点如图示, 設  $OC=b$ 。求平衡时  $OC$  与鉛垂綫所成的角  $\varphi$ 。

(32)

两个大小相等, 重量不等的光滑圓球, 用等长的軟繩挂于  $A$  点, 設  $O_1$  重  $P$ ,  $O_2$  重  $Q$ , 且  $Q > P$ 。已知平衡时两繩間的夹角为  $\alpha$ , 求  $\overline{O_1O_2}$  与水平綫的夹角  $\theta$ 。



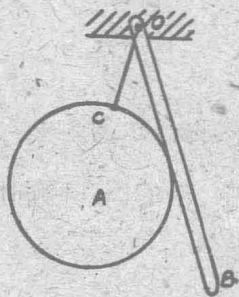
(33)

一重  $Q$ , 半徑为  $a$  的均質球  $A$  以繩子悬于  $O$  点, 另一重  $P$  的均質杆  $OB$  以鉸鏈固定于  $O$  点如图示。設  $OC=a$ ,  $OB=4a$ ,  $P=Q$ 。

求 (i) 平衡时  $OC$ 、 $OB$  与鉛垂綫所成的角。

(ii) 繩中的張力。

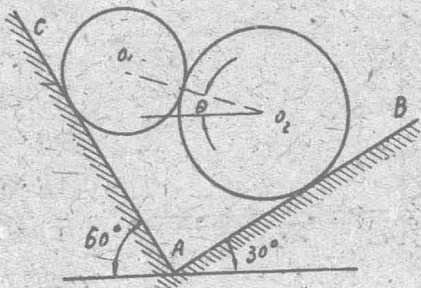
(iii) 球与杆相互作用的力。



(34)

在互相垂直的光滑斜面  $AB$ 、 $AC$  上放置两个光滑的圆柱  $O_1$ 、 $O_2$ ，设  $O_1$  重 10 公斤， $O_2$  重 30 公斤。

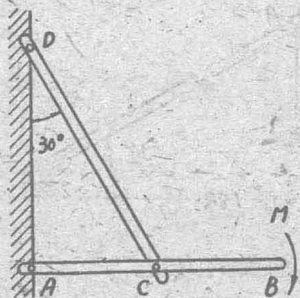
求平衡时  $\overline{O_1O_2}$  与水平线所成的夹角  $\theta$ 。



(35)

水平杆  $AB$  由铰链  $A$  及杆  $CD$  支持，在  $B$  端有一力偶  $M$  作用。设  $AD=1$  米， $\angle ADC=30^\circ$ ，力偶矩的大小  $M=100$  公斤-米，杆重不计。

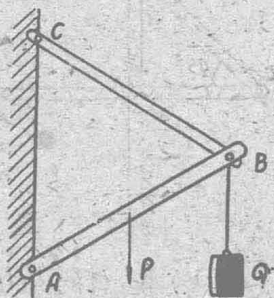
求  $A$ 、 $D$  二点的反力。



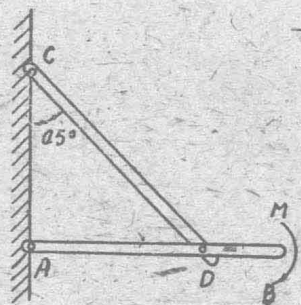
(36)

一物重  $Q$ ，由杆  $AB$  及  $BC$  支持， $AB=BC=AC$ 。设  $A$ 、 $B$ 、 $C$  三处均为铰链， $AB$  重  $P$ ， $BC$  的重量不计。

求  $A$ 、 $C$  两铰链处的反力。







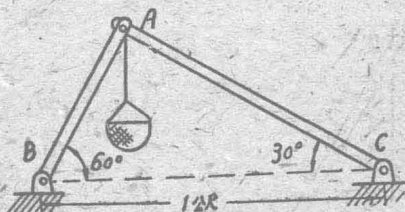
(37)

杆  $AB$ 、 $CD$  由鉸鏈  $D$  連接，并用鉸鏈  $A$ 、 $C$  固定于牆上， $AB=3$  米， $AC=2$  米，水平杆  $AB$  重 100 公斤， $CD$  杆重 50 公斤，在  $B$  點有一力偶作用，力偶矩的大小  $M=50$  公斤-米。

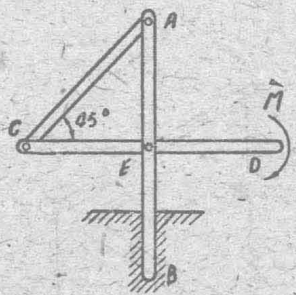
求  $A$ 、 $C$  二點的反力及鉸鏈  $D$  所受的力。

(38)

一物重 50 公斤，由杆  $AB$ 、 $AC$  支持如圖示， $A$ 、 $B$ 、 $C$  均為鉸鏈。杆  $AB$  重 20 公斤， $AC$  重 40 公斤。



求  $B$ 、 $C$  二點的反力及鉸鏈  $A$  所受的力。



(39)

杆  $AB$ 、 $AC$ 、 $CD$  用鉸鏈連結成一“4”字形構架，且  $AE=BE=CE=DE=1$  米， $B$  端插入地面， $D$  端作用一力偶，力偶矩的大小  $M=100$  公斤-米。不計杆的重量，求：

(i)  $AC$  杆的內力。

(ii) 地面对  $AB$  杆的約束反力。