

新世纪小学数学活动丛书

四年级数学

活动课

刘京友 主编



北京师范大学出版社

新世纪小学数学活动丛书

四年级
数学活动课

主 编 刘京友

本书作者 马传渔

北京师范大学出版社
· 北京 ·

图书在版编目(CIP)数据

四年级数学活动课/刘京友主编;马传渔编. —北京:
北京师范大学出版社, 1998. 7
(新世纪小学数学活动丛书)
ISBN 7-303-04807-3

I . 四… II . ①刘… ②马 III . 数学课—小学—课外读物
IV . G623.504

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (98) 第 21666 号

北京师范大学出版社出版发行
(北京市新街口外大街 19 号 邮政编码: 100875)
出版人: 谢维和
北京东晓印刷厂印刷 全国新华书店经销
开本: 850mm×1168mm 1/32 印张: 6 字数: 111 千字
1998 年 8 月第 1 版 1998 年 8 月第 1 次印刷
印数: 1~10 100 册
定价: 7.80 元

前 言

这套书定名为《新世纪小学数学活动丛书》。开宗明义,是为21世纪的孩子们编写的数学课外读物。

小学生正处在学知识、长身体的阶段。他们需要主动、和谐、富有朝气的课堂学习,也需要轻松、愉快、丰富多彩的课外活动。好的教科书重要,好的课外读物同样重要。

好的课外读物应当是生动的、趣味性的。读来有趣就会产生兴趣,对于小学生,兴趣就是学习的动力。本丛书以通俗的语言、流畅的文笔讲述古今中外的数学名题、趣题和智力游戏,展示出数学的神奇智慧和艺术般的魅力,激发孩子们的数学兴趣和探索求知的欲望,在不知不觉中将孩子们引进深奥有趣的数学世界之中。

好的课外读物应当是科学的、知识性的,虽然以课本之外的内容为主,却不离开小学数学教学的核心内容。本丛书是一个数学百宝园, $+$, $-$, $\times$, $\div$ 的来历,完全数、勾股数、亲和数……样样都有,孩子们的课外知识就靠这样一点一滴积累起来。各年级的数学活动课本,使孩子们循序渐进地学到更多的数学知识和数学思想,既巩固了课堂知识,又给孩子们的数学能力提供了一个发展空间。

好的课外读物还应当具有历史性和时代感。每一代人都是历史长河中的一个阶段,是社会发展中的一个链条。本丛书通过“四色定理”、“哥德巴赫猜想”等著名数学问题的发现、探索和求证过程,通过阿基米德、高斯、欧拉等伟大数学家的成长过程,向孩子们展示一个富于挑战性的数学世界,使孩子们知道,数学发展到今天,是多少代数学家不懈努力的结果。历史就要进入

2 前言

21 世纪,接力棒就要传到我们手中,我们怎么办?从而激励孩子们从小爱数学,从小学数学,不怕困难,勇攀高峰的精神。

有了好的课外读物,还有一个怎样读的问题。看数学书不同于看小说,不能读得太快,要边阅读边思考。当把一个问题的题意弄清后,最好不要立刻就看下面的分析解答,而是自己独立思考一下,看看自己能不能解这道题,必要时手头准备好铅笔和纸,写写算算画画,进行一些必要的计算和推导,然后将自己想的方法与书上的分析解答进行比较,看看各有哪些优缺点。这样把眼、脑、手结合起来,边读边想边算,比单纯的阅读收获更大。如果能和同学们一起讨论书中的问题,集思广益,那么大家都会得到更多的收获。

数学并不难,只要有信心,有兴趣,多动脑筋,多思考,多练习,每个孩子都能把数学学好。

3~6 年级数学活动课可供学有余力,希望进一步提高数学素质和准备参加各级小学数学竞赛的学生作教材使用。

本丛书作为向新世纪的献礼工程,由北京竞赛数学研究所策划。自 1995 年底开始,历时近三年,马传渔、魏有德、周应斌、继承、朱华伟、齐世荫、梁北援、余文熊、翁丽丽、章明等作者,以极其严肃认真的态度,查阅了大量文献资料,分类、整理、编撰,并几易其稿,为本丛书付出大量心血。北京师范大学出版社自始至终给予本丛书大力支持。在此,对参予本丛书编写的所有作者及北京师范大学出版社表示诚挚的感谢。

刘京友

1998 年 8 月 8 日

目 录

第 1 讲	速算与巧算(一)	(1)
第 2 讲	速算与巧算(二)	(8)
第 3 讲	高斯求和	(13)
第 4 讲	数的整除性(一)	(18)
第 5 讲	弃九法	(25)
第 6 讲	数的整除性(二)	(30)
第 7 讲	找规律(一)	(35)
第 8 讲	找规律(二)	(40)
第 9 讲	数字谜(一)	(45)
第 10 讲	数字谜(二)	(50)
第 11 讲	归一问题与归总问题	(58)
第 12 讲	年龄问题	(63)
第 13 讲	鸡兔同笼问题与假设法	(69)
第 14 讲	盈亏问题与比较法(一)	(75)
第 15 讲	盈亏问题与比较法(二)	(80)
第 16 讲	数阵图(一)	(85)
第 17 讲	数阵图(二)	(91)
第 18 讲	数阵图(三)	(96)
第 19 讲	乘法原理	(101)
第 20 讲	加法原理(一)	(107)

2 目录

第 21 讲	加法原理(二)	(113)
第 22 讲	还原问题(一)	(118)
第 23 讲	还原问题(二)	(123)
第 24 讲	页码问题	(128)
第 25 讲	智取火柴	(133)
第 26 讲	逻辑问题(一)	(138)
第 27 讲	逻辑问题(二)	(145)
第 28 讲	最不利原则	(154)
第 29 讲	抽屉原理(一)	(159)
第 30 讲	抽屉原理(二)	(165)
答案与提示		(169)

第1讲 速算与巧算(一)

计算是数学的基础,小学生要学好数学,必须具有过硬的计算本领。准确、快速的计算能力既是一种技巧,也是一种思维训练,既能提高计算效率、节省计算时间,更可以锻炼记忆力,提高分析、判断能力,促进思维和智力的发展。

我们在三年级已经讲过一些四则运算的速算与巧算的方法,本讲和下一讲主要介绍加法的基准数法和乘法的补同与同补速算法。

例1 四年级一班第一小组有10名同学,某次数学测验的成绩(分数)如下:

86, 78, 77, 83, 91, 74, 92, 69, 84, 75。

求这10名同学的总分。

分析与解:通常的做法是将这10个数直接相加,但这些数杂乱无章,直接相加既繁且易错。观察这些数不难发现,这些数虽然大小不等,但相差不大。我们可以选择一个适当的数作“基准”,比如以“80”作基准,这10个数与80的差如下:

6, -2, -3, 3, 11, -6, 12, -11, 4, -5,

其中“-”号表示这个数比80小。于是得到

总和 = $80 \times 10 + (6 - 2 - 3 + 3 + 11 -$

$6 + 12 - 11 + 4 - 5)$

$$= 800 + 9 = 809。$$

实际计算时只需口算，将这些数与 80 的差逐一累加。为了清楚起见，将这一过程表示如下：

原 数	86	78	77	83	91	74	92	69	84	75
与 80 的差数	+6	-2	-3	+3	+11	-6	+12	-11	+4	-5
口算累加	6	4	1	4	15	9	21	10	14	9

通过口算，得到差数累加为 9，再加上 80×10 ，就可口算出结果为 809。

例 1 所用的方法叫做加法的**基准数法**。这种方法适用于加数较多，而且所有的加数相差不大的情况。作为“基准”的数(如例 1 的 80)叫做**基准数**，各数与基准数的差的和叫做**累计差**。由例 1 得到：

总和数 = 基准数 × 加数的个数 + 累计差，

平均数 = 基准数 + 累计差 ÷ 加数的个数。

在使用基准数法时，应选取与各数的差较小的数作为基准数，这样才容易计算累计差。同时考虑到基准数与加数个数的乘法能够方便地计算出来，所以基准数应尽量选取整十、整百的数。

例 2 某农场有 10 块麦田，每块的产量如下(单位：千克)：

462, 480, 443, 420, 473, 429, 468, 439, 475, 461。

求平均每块麦田的产量。

解：选基准数为 450, 则

$$\begin{aligned}\text{累计差} &= 12 + 30 - 7 - 30 + 23 - 21 + 18 - 11 + 25 + 11 \\ &= 50,\end{aligned}$$

$$\text{平均每块产量} = 450 + 50 \div 10 = 455 (\text{千克}).$$

答：平均每块麦田的产量为 455 千克。

求一位数的平方, 在乘法口诀的九九表中已经被同学们熟知, 如 $7 \times 7 = 49$ (七七四十九)。对于两位数的平方, 大多数同学只是背熟了 $10 \sim 20$ 的平方, 而 $21 \sim 99$ 的平方就不大熟悉了。有没有什么窍门, 能够迅速算出两位数的平方呢? 这里向同学们介绍一种方法——**凑整补零法**。所谓凑整补零法, 就是用所求数与最接近的整十数的差, 通过移多补少, 将所求数转化为一个整十数乘以另一数, 再加上零头的平方数。下面通过例题来说明这一方法。

例 3 求 29^2 和 82^2 的值。

解： $29^2 = 29 \times 29$

$$= (29 + 1) \times (29 - 1) + 1^2$$

$$= 30 \times 28 + 1$$

$$= 840 + 1$$

$$= 841。$$

$$82^2 = 82 \times 82$$

$$= (82 - 2) \times (82 + 2) + 2^2$$

$$= 80 \times 84 + 4$$

$$= 6720 + 4$$

$$= 6724。$$

由上例看出,因为 29 比 30 少 1,所以给 29“补”1,这叫“补少”;因为 82 比 80 多 2,所以从 82 中“移走”2,这叫“移多”。因为是两个相同数相乘,所以对其中一个数“移多补少”后,还需要在另一个数上“找齐”。本例中,给一个 29 补 1,就要给另一个 29 减 1;给一个 82 减了 2,就要给另一个 82 加上 2。最后,还要加上“移多补少”的数的平方。

由凑整补零法计算 35^2 ,得

$$35 \times 35 = 40 \times 30 + 5^2 = 1225。$$

这与三年级学的个位数是 5 的数的平方的速算方法结果相同。

这种方法不仅适用于求两位数的平方值,也适用于求三位数或更多位数的平方值。

例 4 求 993^2 和 2004^2 的值。

解: $993^2 = 993 \times 993$

$$= (993 + 7) \times (993 - 7) + 7^2$$

$$= 1000 \times 986 + 49$$

$$= 986000 + 49$$

$$= 986049。$$

$$2004^2 = 2004 \times 2004$$

$$= (2004 - 4) \times (2004 + 4) + 4^2$$

$$= 2000 \times 2008 + 16$$

$$= 4016000 + 16$$

$$= 4016016。$$

下面,我们介绍一类特殊情况的乘法的速算方法。

请看下面的算式:

$$66 \times 46, \quad 73 \times 88, \quad 19 \times 44。$$

这几道算式具有一个共同特点,两个因数都是两位数,一个因数的十位数与个位数相同,另一因数的十位数与个位数之和为 10。这类算式有非常简便的速算方法。

例 5 $88 \times 64 = ?$

分析与解: 由乘法分配律和结合律,得到

$$\begin{aligned} & 88 \times 64 \\ &= (80 + 8) \times (60 + 4) \\ &= (80 + 8) \times 60 + (80 + 8) \times 4 \\ &= 80 \times 60 + 8 \times 60 + 80 \times 4 + 8 \times 4 \\ &= 80 \times 60 + 80 \times 6 + 80 \times 4 + 8 \times 4 \\ &= 80 \times (60 + 6 + 4) + 8 \times 4 \\ &= 80 \times (60 + 10) + 8 \times 4 \\ &= 8 \times (6 + 1) \times 100 + 8 \times 4。 \end{aligned}$$

于是,我们得到下面的速算式:

$$\begin{array}{c} \xrightarrow{8 \times 4} \\ \boxed{88} \times \boxed{64} = \underline{56} \underline{32}。 \\ \xleftarrow{8 \times (6+1)} \end{array}$$

由上式看出,积的末两位数是两个因数的个位数之

积,本例为 8×4 ;积中从百位起前面的数是“个位与十位相同的因数”的十位数与“个位与十位之和为 10 的因数”的十位数加 1 的乘积,本例为 $8 \times (6+1)$ 。

例 6 $77 \times 91 = ?$

解: 由例 3 的解法得到

$$\begin{array}{c} \xrightarrow{7 \times 1} \\ 77 \times 91 = \underline{70} \underline{07} \\ \xleftarrow{7 \times (9+1)} \end{array}$$

由上式看出,当两个因数的个位数之积是一位数时,应在十位上补一个 0,本例为 $7 \times 1 = 07$ 。

用这种速算法只需口算就可以方便地解答出这类两位数的乘法计算。

练习 1

1. 求下面 10 个数的总和:

165, 152, 168, 171, 148, 156, 169, 161, 157, 149。

2. 农业科研小组测定麦苗的生长情况,量出 12 株麦苗的高度分别为(单位:厘米):

26, 25, 25, 23, 27, 28, 26, 24, 29, 27, 27, 25。

求这批麦苗的平均高度。

3. 某车间有 9 个工人加工零件,他们加工零件的个数分别为:

68, 91, 84, 75, 78, 81, 83, 72, 79。

他们共加工了多少个零件？

4. 计算：

$$13 + 16 + 10 + 11 + 17 + 12 + 15 + 12 + 16 + 13 + 12。$$

5. 计算下列各题：

(1) 37^2 ; (2) 53^2 ; (3) 91^2 ;

(4) 68^2 ; (5) 108^2 ; (6) 397^2 。

6. 计算下列各题：

(1) 77×28 ; (2) 66×55 ;

(3) 33×19 ; (4) 82×44 ;

(5) 37×33 ; (6) 46×99 。

第2讲 速算与巧算(二)

上一讲我们介绍了一类两位数乘法的速算方法,这一讲讨论乘法的“同补”与“补同”速算法。

两个数之和等于10,则称这两个数**互补**。在整数乘法运算中,常会遇到像 72×78 , 26×86 等被乘数与乘数的十位数字相同或互补,或被乘数与乘数的个位数字相同或互补的情况。 72×78 的被乘数与乘数的十位数字相同、个位数字互补,这类式子我们称为“头相同、尾互补”型; 26×86 的被乘数与乘数的十位数字互补、个位数字相同,这类式子我们称为“头互补、尾相同”型。计算这两类题目,有非常简捷的速算方法,分别称为“**同补**”速算法和“**补同**”速算法。

例1 (1) $76 \times 74 = ?$ (2) $31 \times 39 = ?$

分析与解: 本例两题都是“头相同、尾互补”类型。

(1) 由乘法分配律和结合律,得到

$$\begin{aligned} & 76 \times 74 \\ &= (70 + 6) \times (70 + 4) \\ &= (70 + 6) \times 70 + (70 + 6) \times 4 \\ &= 70 \times 70 + 6 \times 70 + 70 \times 4 + 6 \times 4 \\ &= 70 \times (70 + 6 + 4) + 6 \times 4 \\ &= 70 \times (70 + 10) + 6 \times 4 \\ &= 7 \times (7 + 1) \times 100 + 6 \times 4。 \end{aligned}$$

于是,我们得到下面的速算式:

$$\begin{array}{c}
 \xrightarrow{6 \times 4} \\
 76 \times 74 = \underline{56} \underline{24} \\
 \xleftarrow{7 \times (7+1)}
 \end{array}$$

(2) 与(1)类似可得到下面的速算式:

$$\begin{array}{c}
 \xrightarrow{1 \times 9} \\
 31 \times 39 = \underline{12} \underline{09} \\
 \xleftarrow{3 \times (3+1)}
 \end{array}$$

由例 1 看出,在“头相同、尾互补”的两个两位数乘法中,积的末两位数是两个因数的个位数之积(不够两位时前面补 0,如 $1 \times 9 = 09$),积中从百位起前面的数是被乘数(或乘数)的十位数与十位数加 1 的乘积。“同补”速算法简单地说就是:

积的末两位是“尾 $\times$ 尾”,前面是“头 $\times$ (头 + 1)”。

我们在三年级时学到的 15×15 , 25×25 , $\dots$, 95×95 的速算,实际上就是“同补”速算法。

例 2 (1) $78 \times 38 = ?$ (2) $43 \times 63 = ?$

分析与解: 本例两题都是“头互补、尾相同”类型。

(1) 由乘法分配律和结合律,得到

$$\begin{aligned}
 &78 \times 38 \\
 &= (70 + 8) \times (30 + 8) \\
 &= (70 + 8) \times 30 + (70 + 8) \times 8
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &= 70 \times 30 + 8 \times 30 + 70 \times 8 + 8 \times 8 \\
 &= 70 \times 30 + 8 \times (30 + 70) + 8 \times 8 \\
 &= 7 \times 3 \times 100 + 8 \times 100 + 8 \times 8 \\
 &= (7 \times 3 + 8) \times 100 + 8 \times 8。
 \end{aligned}$$

于是,我们得到下面的速算式:

$$\begin{array}{c}
 \text{8} \times \text{8} \\
 \text{78} \times \text{38} = \text{29} \text{ } \underline{\text{64}} \text{ }。 \\
 \text{7} \times \text{3} + \text{8}
 \end{array}$$

(2) 与(1)类似可得到下面的速算式:

$$\begin{array}{c}
 \text{3} \times \text{3} \\
 \text{43} \times \text{63} = \text{27} \text{ } \underline{\text{09}} \text{ }。 \\
 \text{4} \times \text{6} + \text{3}
 \end{array}$$

由例2看出,在“头互补、尾相同”的两个两位数乘法中,积的末两位数是两个因数的个位数之积(不够两位时前面补0,如 $3 \times 3 = 09$),积中从百位起前面的数是两个因数的十位数之积加上被乘数(或乘数)的个位数。“补同”速算法简单地说就是:

积的末两位数是“尾 $\times$ 尾”,前面是“头 $\times$ 头+尾”。

例1和例2介绍了两位数乘以两位数的“同补”或“补同”形式的速算法。当被乘数和乘数多于两位时,情况会发生什么变化呢?

我们先将互补的概念推广一下。**当两个数的和是**