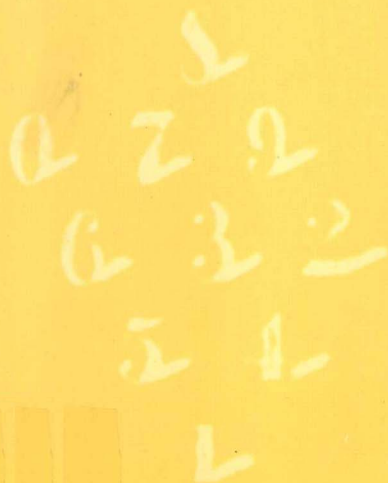


Mathematics And Civilizations

数学与人类文明

蔡天新 / 著



名师讲堂 MASTER'S LECTURES

01

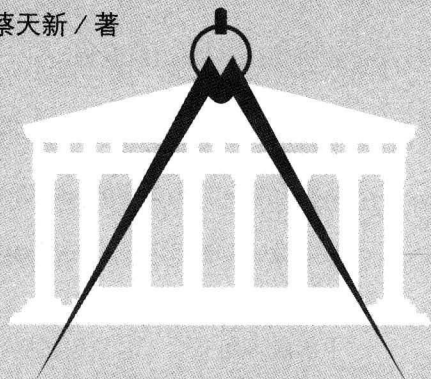


商务印书馆
The Commercial Press

mathematics civilizations

数学与人类文明

蔡天新 / 著



名师讲堂 TEACHER LECTURE

01



商务印书馆
The Commercial Press

图书在版编目(CIP)数据

数学与人类文明/蔡天新著. —北京: 商务印书馆, 2012
(名师讲堂丛书)

ISBN 978 - 7 - 100 - 08743 - 8

I. ①数… II. ①蔡… III. ①数学 — 普及读物
IV. ①O1-49

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2011)第 38986 号

所有权利保留。

未经许可,不得以任何方式使用。

数学与人类文明

蔡天新 著

商务印书馆出版

(北京王府井大街36号 邮政编码 100710)

商务印书馆发行

北京瑞古冠中印刷厂印刷

ISBN 978 - 7 - 100 - 08743 - 8

2012年8月第1版

开本 710 × 1000 1/16

2012年8月北京第1次印刷

印张 21 1/2

定价: 39.00 元

数学与人类文明

王元



目录

前言.....	001
中东，或数学的起源.....	007
数学的起源.....	008
记数的开始	008
数基和进制	010
阿拉伯数系	013
形而几何学	015
尼罗河文明.....	018
奇特的地形	018
莱茵德纸草书	020
埃及分数	022
在河流之间.....	025
巴比伦尼亚	025
泥版书上的根	027
普林顿322号	029
结语	031
希腊的那些先哲们.....	035
数学家的诞生.....	036
希腊人的出场	036
论证的开端	038
毕达哥拉斯	041
柏拉图学园.....	047
芝诺的乌龟	047
柏拉图学园	050

亚里士多德 053

亚历山大学派.....057

《几何原本》057

阿基米德 060

其他数学家 063

结语 068

中世纪的中国.....071

引子.....072

先秦时代 072

《周髀算经》074

《九章算术》076

从割圆术到孙子定理.....080

刘徽的割圆术 080

祖氏父子 084

孙子定理 087

宋元六大家.....092

沈括和贾宪 092

杨辉和秦九韶 095

李冶和朱世杰 099

结语 103

印度人和波斯人.....107

从印度河到恒河.....108

雅利安人的宗教 108

《绳法经》和佛经 111

零号和印度数码	114
从北印度到南印度	118
阿耶波多	118
婆罗摩笈多	121
马哈维拉	123
婆什迦罗	126
神赐的土地	130
阿拉伯帝国	130
巴格达的智慧宫	132
花拉子密与《代数学》	135
波斯的智者	140
欧玛尔·海亚姆	140
大不里士的纳西尔丁	144
撒马尔罕的卡西	147
结语	151
从文艺复兴到微积分诞生	153
欧洲的文艺复兴	154
中世纪的欧洲	154
斐波那契的兔子	156
阿尔贝蒂的透视学	159
达·芬奇和丢勒	163
微积分的创立	167
近代数学的兴起	167
解析几何的诞生	170
微积分学的先驱	174

牛顿和莱布尼茨 178

结语 185

分析时代与法国大革命.....189

分析时代.....190

业余数学家之王 190

微积分学的发展 196

微积分学的影响 199

贝努利家族 204

法国大革命.....208

拿破仑·波拿巴 208

高耸的金字塔 212

法兰西的牛顿 215

皇帝的密友 218

结语 222

现代数学与现代艺术.....227

代数学的新生.....228

分析的严格化 228

阿贝尔和伽罗华 232

哈密尔顿的四元数 238

几何学的变革.....243

几何学的家丑 243

非欧几何学的诞生 245

黎曼几何学 251

艺术的新纪元 256

爱伦·坡 256

波德莱尔 259

从模仿到机智 264

结语 266

抽象化：20世纪以来.....269

走向抽象化.....270

集合论和公理化 270

数学和抽象化 275

绘画中的抽象 281

数学的应用.....286

理论物理学 286

生物学和经济学 290

计算机和混沌理论 295

数学与逻辑学.....303

罗素的悖论 303

维特根斯坦 308

哥德尔定理 312

结语 315

参考文献.....321

人名索引.....325

前言

盛夏的一天，从欧洲大陆最北部的挪威王国传来一条令人震惊的消息。首都奥斯陆近郊一座叫于特的湖心岛上，八十多位参加夏令营的青少年被一名歹徒疯狂扫射身亡。挪威是当今世界最富庶美丽、最宁静安逸的国度，也是数学天才阿贝尔（Able）的祖国，以阿贝尔命名的数学奖和诺贝尔和平奖一年一度在奥斯陆评选并颁发。悲愤之余，仍有许多人对挪威发生如此恐怖的事件难以置信。

1829年，26岁的挪威青年阿贝尔死于营养不良和肺病，却依然是19世纪乃至人类历史上最伟大的数学家之一。阿贝尔是第一个扬名世界的挪威人，他取得的成就激发了同胞们的才智。在阿贝尔去世前一年，挪威诞生了戏剧家易卜生，接下来有作曲家格里格、艺术家蒙克和探险家阿蒙森，每一位都蜚声世界。想到这些，不由得对奥斯陆枪击案可能产生的阴影稍感乐观，阿贝尔的英年早逝、易卜生的背井离乡和蒙克的《呐喊》，都说明这个国家的人民曾经遭受过不幸和磨难。

在所有与数学史有关的书籍里，阿贝尔的名字总是在人名索引里名列前茅。本书对他有较为详细的描述，书中还谈到他的晚辈同胞李（Lie），

21 世纪的两个重要数学分支——李群和李代数均得名于他。1872 年，德国数学家 F. 克莱因发表了《埃尔兰根纲领》，试图用群论的观点统一几何学乃至整个数学，所依赖的正是李的工作。

限于篇幅，本书未谈及新近过世的挪威数学家赛尔伯格（Selberg），他是作者见过且交谈过的数论同行，早在 1950 年，便因给出素数定理的初等证明荣获菲尔茨奖。或许是一种补偿，本书最后出场的奥地利人维特根斯坦与挪威结缘，他是 20 世纪最有数学意味的哲学家。任职剑桥大学期间，维特根斯坦在挪威西部乡间盖了一间小木屋，经常从英国跑到那里度假思索，有时一住就是一年，他死后出版的代表作《哲学研究》（1953）便是在此期间开始构想的。

从以上叙述中读者可能已经看出，本书的写作风格和宗旨是，既不愿错过任何一位伟大数学家和任何一次数学思潮，以及由此产生的内容、方法，也不愿放弃任何可以阐述数学与其他文明或某个国度相互交融的机会。这是一部没有蓝本可以参照的书，从书名看，最接近的同类著作是美国数学史家 M. 克莱因的《西方文化中的数学》（1953）。可是，克莱因的著作讨论的范围被“西方”和“文化”两个词限定了，我们却不得不考虑整个人类，而“文明”的范畴也超出了“文化”的范畴。如同英国哲学家怀特海所言：“现代科学诞生于欧洲，但它的家却是整个世界。”

从写作方式来看，尽管存在着多种可能性，主要面临的选择却只有两个，即是否把数学史作为一种写作线索？克莱因的著作虽以时间为主线（他的另一部力作《古今数学思想》也是这样），却以每章一个专题的形式来讲述数学与文化的关系。显而易见，克莱因既精通数学，又熟知古希腊以来的西方文化（主要是古典部分），作者认为这方面已经很难超越了。况且，他的书早已有了中文版。

不过，通过阅读克莱因的著作，我们不难发现，他假设的读者对象是

数学或文化领域的专家。而本书作者心目中的读者范围更为宽广，他们可能只学过初等数学或简单的微积分，也许对数学的历史及其与其他文明的关系所知不多，对数学在人类文明的发展历程中扮演的重要角色认识不足，尤其是，对现代数学与现代文明（比如现代艺术）的渊源缺乏了解。这样一来，就留出了写作空间。

在作者看来，数学与科学、人文的各个分支一样，都是人类大脑进化和智力发展进程的反映。它们在特定的历史时期必然相互影响，并呈现出某种相通的特性。在按时间顺序讲述不同地域文明的同时，我们先后探讨了数学与各式各样文明之间的关系。例如，埃及和巴比伦的数学来源于人们生存的需要，希腊数学与哲学密切相关，中国数学的活力来自历法改革，印度数学的源泉始于宗教，而波斯的数学与天文学互不分离。

文艺复兴是人类文明进程的一个里程碑，这个时期的艺术推动了几何学的发展，到了17世纪，微积分的产生解决了科学和工业革命的一系列问题，而18世纪法国大革命时期的数学涉及力学、军事和工程技术。19世纪前半叶，数学和诗歌几乎同时从古典进入现代，其标志分别是非交换代数和非欧几何学的诞生，爱伦·坡和波德莱尔的出现。进入20世纪以后，抽象化又成为数学和人文学科的共性。

数学中的抽象以集合论和公理化为标志，与此同时，艺术领域则出现了抽象主义和行动绘画，而哲学与数学的再次交汇产生了现代逻辑学，并诞生了维特根斯坦和哥德尔定理。更有意思的是，数学的抽象化不仅没有使其束之高阁，反而得到意想不到的广泛应用，尤其在理论物理学、生物学、经济学、电子计算机和混沌理论等方面。由此可见，这是符合历史潮流和文明进程规律的。尽管如此，数学天空的未来并非一片晴朗。

本书的一个显著特点是对现代数学和现代文明的比较分析和阐释，这是作者多年数学研究和写作实践的思考、总结。至于古典部分，我们也着

力发现有现代意义的亮点。比如，谈到埃及数学时，我们重点介绍了“埃及分数”这个既通俗易懂又极为深刻的数论问题，它甚至仍然困扰着 21 世纪的数学家；又如，巴比伦人最早发现了毕达哥拉斯定理，同时知道了毕达哥拉斯数组，这一结果也是一千多年以后兴起的希腊数学和文明的代表性成就，却与 20 世纪末的热点数学问题——费尔马大定理——相联系。作者新近发现，可将此大定理置于更广的范畴之中。

本书的另一个特点是，多数小节以人物为标题，同时做到图文并茂，以方便理解、欣赏和记忆。在一百余幅精心挑选的图片（有的是本人拍摄的照片）中，相当一部分与文学、艺术、科学、教育有密切的关联。希望读者能通过本书的阅读，拉近与数学这门抽象学科的心理距离，从中理解各自所学或从事的专业与数学的关系，进而反思人类文明的历史进程甚或生活的意义。

诚如一部分读者所了解的，2008 年年初，本书出过一个同名的教材（浙江大学出版社）。系教育部高等学校“十一五”国家级规划教材的一种，应用于浙江大学本科生的通识课程，迄今已有两个版次和四次印刷，印数逾万册。不过，作者保留了本书的非教材版权。此次承蒙商务印书馆的约请，修订了全书，增补了一万多字，并更新了部分图片，期待新老读者的批评指正。

最后，拟用一首诗来结束本序。这是 2005 年夏天，作者偕同四位研究生，到马尼拉的菲律宾大学参加一个数论与密码学的国际研讨会期间所作。那是令麦哲伦折戟沙滩，殖民者不足以重视，数学史家和文化史家容易忽略的国度。诗中出现了一些几何图形，如线段、弧线、圆圈、纽结、曲面和拓扑变换。当然，均已改换成相应的诗歌语言，她似乎在叙述一些数学概念，但所流露的分明是一种生活的情绪。

跳 绳

每一棵光洁的稻草
都布满了银色的月光
它们被编织成绳索

就像脚踝上的链子
那圆圈中的圆圈
也布满了银色的月光

无论眉梢、鬓角
还是手臂上的烫痕
反来复去地穿梭往来

蔡天新

2011年春天于杭州彩云居

中东，或数学的起源

当人们发现一对雏鸡和两天之间有某种共同的东西（数字 2）时，数学就诞生了。

——伯特兰·罗素

数学的起源

记数的开始

如同古代世界的许多伟人一样，数学史上的先驱人物也消失在历史的迷雾中。然而，数学每前进一步，都伴随着人类文明的一次进步。亿万多年前，居住在岩洞里的原始人就有了数的概念，在为数不多的事物（比如说食物）中间增加或取出几个同样的事物，他们能分辨出多和少（不少动物也具有这类意识）。本来，对食物的需求出自人类的生存本能。慢慢地，人类就有了明确的数的概念：1，2，3，…正如部落的头领需要知道他手下有多少成员，牧羊人也需要知道他拥有多少只羊。

在有文字记载以前，记数和简单的算术就发展起来了。猎人知道，把2枚箭矢和3枚箭矢放在一起就有了5枚箭矢。就像不同种族称呼家庭主要成员的声音大同小异一样，人类最初的计数方法也是相似的。例如，当数羊的只数时，每有一只羊就扳一个手指头。后来，才逐渐衍生出三种有代表性的记数方法，即石子记数（有的是用小木棍）、结绳记数和刻痕记数（在土坯、木头、石块、树皮或兽骨上刻写），这样不仅可以记录较大的数字，也便于累计和保存。

在古希腊荷马史诗的《奥德赛》中有这样一则故事：当主人公奥德修斯刺瞎了独眼巨人波吕斐摩斯仅有的一只眼睛以后，那个不幸的盲老人每天都坐在自己的山洞里照料他的羊群。早晨羊儿外出吃草，每出来一