

工程靜力學

王爵彝 施蕊初
編 著

大東書局出版

工程靜力學

王爵彝 編著
施蕊初

大東書局出版

工程靜力學內容提要

本書主要研究工程中各種力系的平衡條件,使讀者明瞭力的組合和分解,找出支點的反作用力和解平衡方程式。本書內容共分八章,包括:①靜力學的基本概念和公理,②共面匯交力系,③各面平行力系,④力偶的理論,⑤共面一般力系,⑥空間力系,⑦重心,⑧摩擦。全書包括習題,均採自蘇聯教材,根據高教部一九五三年八月工程力學大綱編寫。本書可作為中等技術學校教科書或參考書;亦可作初級工程技術人員自修及參考之用。

工程靜力學

書號:5141

編著者	王爵彝 施慈初
出版者	大東書局
	上海福州路310號
印刷者	導文印刷所
	上海威海衛路357弄

25開 74印刷頁 108,000字 定價7,500元
一九五四年六月初版

(0001—2000)

上海市書刊出版業營業許可證出043號
上海市書刊發行業營業許可證發061號

緒 言

面臨祖國第一個五年計劃經濟建設的偉大的時代，爲了適應大規模工業建設的需要，大量培養技術幹部是目前最重要工作之一。

工程靜力學這課程是工程力學的一部份，對於所有各種工程都有極重大的意義。它是學習專門學科的基礎，其任務不僅給予未來的技術幹部在將來實際工作中必要的基本工程知識；而且也在於培養馬克思列寧主義世界觀和對力學定律與自然現象的辯證的理解。

在擔任技術學校的工程力學課程中，我們總感覺沒有適當的教材，舊的以英美資產階級教育內容爲基礎的教材，已是完全不能符合新中國技術人員的需要；我們必須學習蘇聯先進經驗，使新中國的技術人員，完全依照這一條正確的道路前進，促使祖國很快的走上了社會主義和共產主義的道路這是非常迫切的。因此我們根據 1953 年 8 月高教部頒佈的工程力學教學大綱編輯而成本書。全書共分八章。取材於下列六書：

1. Иван Михайлович Воронков: Курс Теоретической Механики.
2. Н. Е. Жуковский: Теоретическая Механика 1952
3. А. Н. Некрасов: Курс Теоретической Механики 1953
4. Е. Л. Николаи: Теоретическая Механика 1952
5. И. В. Мешерский: Сборник Задач по Теоретической Механике
1952
6. 李伯寧：新中國土木工程手冊。

在上列各書中特別以 1,5 二書作為主要的材料。

本書初稿由唐子東教授、翁耿亮同志、錢秋孫同志及張家齊同志等校閱，並由上海動力學校工程力學組全體同志集體討論及試講；全書製圖部份由徐九齡、車雄夫、丁嶽冠三同志協助，這都是我們特別感謝的。

我們於短期間編成這一部書，一定有許多不完善的地方，希望讀者多多提出意見，作為今後再版時的參考。

一九五四年二月

目 錄

第一章 靜力學的基本概念和公理.....	1
§ 1 靜力學和它的任務,剛體和質點的概念.....	1
§ 2 力的概念.....	2
§ 3 靜力學的基本定義與公理.....	4
第二章 共面匯交力系.....	11
§ 4 作用於一點之力的合成.....	11
§ 5 匯交力系平衡的幾何條件.....	14
§ 6 三個不平行力平衡的條件.....	16
§ 7 力的分解.....	17
§ 8 分析法求匯交力系的合力.....	20
§ 9 匯交力系的平衡條件.....	22
§ 10 力對於點的力矩及槓桿平衡的條件.....	25
第三章 共面平行力系	33
§ 11 兩個平行力的合成.....	33
§ 12 諸共面平行力的合成.....	35
§ 13 槓桿在平行力作用下的平衡.....	38
第四章 力偶的理論	44
§ 14 力偶的概念.....	44

§ 15	力偶的基本特性	44
§ 16	等值的力偶	45
§ 17	在一平面上力偶的合成及力偶的平衡條件	47
第 五 章 共面一般力系		52
§ 18	分解一力爲一力偶與另一力	52
§ 19	平面力系向已知點的簡化,主矢量和主力矩	53
§ 20	伐利農定理	55
§ 21	平面力系簡化爲一力偶的情況	57
§ 22	平面力系的平衡條件	57
§ 23	共面一般力系舉例	58
第 六 章 空間力系		74
§ 24	空間力的概念	74
§ 25	空間匯交力系	76
§ 26	力對於軸的力矩	81
§ 27	力對於座標軸力矩的解析公式	83
§ 28	力對於一點的力矩與對一軸的力矩之間關係	85
§ 29	空間平行力系	86
第 七 章 重心		98
§ 30	諸平行力中心的座標	98
§ 31	物體重心的概念與物體重心的座標	100
§ 32	體積,面積和線段形心的座標公式	101
§ 33	對稱物體的重心位置	103

§ 34	幾種簡單物體與圖形的重心.....	103
§ 35	面積的靜力矩.....	108
§ 36	求物體重心位置的舉例.....	110
第 八 章	摩 擦.....	118
§ 37	滑動摩擦.....	118
§ 38	滾動摩擦.....	127
附 錄		135

第一章 靜力學的基本概念和公理

§ 1 靜力學和它的任務，剛體和質點的概念

(一)靜力學和它的任務 靜力學是研究物體受外力作用後而仍保持平衡狀態的學問。所謂平衡，就是說物體沒有改變運動狀態；而在靜力學中所考查的物體，主要是處在靜止狀態中的。這裏所說的靜止，是指所考查的物體與周圍的物體保持相對的靜止，而通常是以地球作為參考的。

靜力學的中心任務有兩個：

(1) 如何將作用於物體上的許多已知力簡化。

(2) 如何求物體在許多外力作用下處於平衡狀態的一般條件，反之，知道了物體的平衡條件，如何求作用於此物體上許多力中的一個或數個未知力的大小與方向。

因此我們能把靜力學上所得到的結論，應用到實際設計上去：例如設計一座房屋或一座橋樑以及起重機等，可利用平衡條件準確地算出設計物中各構件的受力情況。所以靜力學在工程上的應用是很廣泛的，而且是十分重要的。

(二)剛體和質點的概念 凡物體受到外力作用後，無論處於靜止或運動狀態，其形狀必定要發生改變（即物體的變形），例如彈簧的伸長、金屬桿的彎曲、鋼軌兩端受張力時的伸長等等。由於一般工程材料使用時的變形極其微小，同時可使平衡問題的研究能得到簡化，故在靜

力學上所研究的物體，都假定爲不變形的物體——剛體，而將形變畧而不計。所謂剛體，就是指受到外力作用後不改變形狀的物體。換句話說，內部各質點間的距離始終保持不變的物體。所以剛體是永遠保持其本身幾何形狀的。若物體的變形很大，不能畧去時，我們亦須根據靜力學原理得出結果，再以材料力學、或彈性理論加以補充。所以祇有在研究剛體靜力學後，才能進一步研究關於更複雜的變形體平衡問題。

上述的假定，爲了便於研究靜力學已是足夠了；可是當我們研究剛體動力學時，還不是一個簡單的問題。因此在動力學中研究物體運動時，必須要從質點運動開始。在理論力學中所指的質點是具有一定的質量的物體。其幾何量（指體積、距離等）與運動周圍其他幾何量相比，是可以畧去不計的。所以在太陽系中行星的運動，以及石頭在地面上的運動，可視爲質點的運動。因爲行星的大小與到太陽的距離相比，以及石頭的體積與地球的體積相比，可視之爲極小。

如果許多質點中的任一質點，均不能離開其他質點而單獨運動時；則這些質點的組合叫做質點的機械系，或簡稱爲系。

如在運動中的系，其中各質點間的距離始終保持不變，則此系稱爲不變系或簡稱剛體。

§ 2 力的概念

從日常的經驗與觀察中，我們能夠體會到力的存在與力的概念。

如果我們要使一個靜止的物體運動或運動的物體靜止，我們必須對它加以一定的肌肉力欲使所得的效果愈大，所加的肌肉力亦愈大。這點每人都經驗到的肌肉力正是力的存在與力的概念發展的起源。

同樣的，當我們觀察一自由落體時，物體總是鉛直落下，而其速度逐漸地增加。汽車制動時，其速度漸漸地減小而停止；火車在彎曲軌道

上行駛時，其運動方向隨時在改變着。因此運動的物體，非但速度的大小要受到改變；同時其方向亦時常有變化。試問物體的速度何以要改變呢？觀察的結果：這些原因就是外界物體對此物體的作用。於是我們可得到力的定義：力是甲物體對乙物體的作用，使乙物體發生運動狀態的改變。例如地球對每個物體的作用，使其有向下落下的重力，又如在盛水器具中的水對器壁作用的水壓力等。

但是上面所述力的定義，還沒有使我們體會到力的特徵，根據實驗告訴我們，力還有三個主要的因素，即：(一)力的作用點，(二)力的方向，(三)力的大小。

現在讓我們用一個實際的例子來說明力的三個因素：譬如當我們懸一重物 A 於一螺旋彈簧秤的鈎子上時，如圖 1，該彈簧秤起先略有振動，後歸於靜止，指針指到 4 上；在這個微小的運動中，力的大小可由彈簧秤上彈簧的延長度計出，即 A 物的重量。力的方向鉛直向下，力的作用點，即彈簧秤上的鈎子。

由上例可知，力的作用點為力所直接作用於物體的部份；力的方向即為在力的作用下物體由靜止開始運動的方向。若力作用於運動物體上，則不能把物體運動的方向作為力的方向（除非運動與作用力同方向），這點是值得我們注意的。

力的大小係與某規定單位力比較而言（在彈簧秤上指某規定長度）；在工程制中力的單位，是以 1 公升的純水在攝氏 4 度時於緯度 45° 的海面

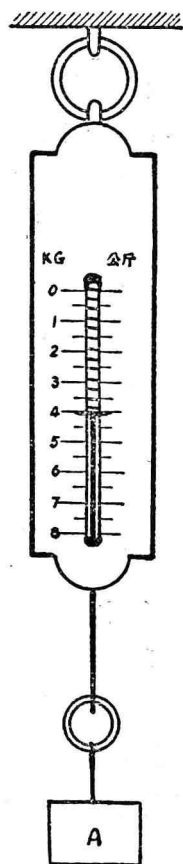


圖 1

上所稱出的重量，作為力的單位或稱為 1 公斤。

在力學中我們經常會遇到這樣的二個量“矢量與數量”。如在確定一量時，不僅要知道它的大小，而且還要指出它的方向；這種量我們稱它為矢量，例如力、速度等。但是另外一種量，祇要知道其大小已經足夠了這種量稱為數量，例如物體的體積、質量等。

對於力我們不僅要知道它的大小，還須知道它的方向；因此我們可用一個矢量來代表它。例如有 5 公斤的力，作用於一物體的 A 點上如圖 2，則物體受此力作用後，沿 AC 線由靜止而運動；於是我們能以這樣的一個矢量 AB 代表這個 5 公斤的力。在 AC 線上以適當的比例尺取 AB 長度的線段，代表此力的大小； AB 線上的箭頭，則代表力的方向。矢量的始點 A 代表力的作用點， AC 線是力的作用線，以後我們通常還用黑體字母代表一個矢量，白體字母代表矢量的大小（模），例如矢量 $\mathbf{P}$ ， P 為其大小。

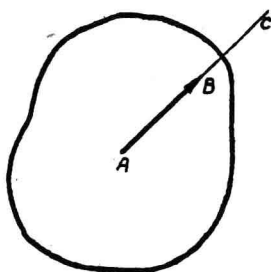


圖 2

§ 3 靜力學的基本定義與公理

(一) 基本定義

1. 力系 指作用於物體上的許多力的總稱。力系可分成二類：

(一)平面力系 即力系中各力的作用線均在同一平面內的力系。包括各力的作用線皆相交於一點的匯交力系，各力的作用線互相平行的平行力系，以及各力的作用線既非交於一點又非平行的一般力系。

(二)空間力系 即力系內各力的作用線不在同一平面內的力系，包括匯交力系、平行力系、以及一般力系三種。

2. 平衡及平衡力系 如果在某物體上加一個力系後，物體仍保持其原來的運動狀態（靜止、或等速運動），則這些力互成平衡，我們叫這個力系為平衡力系，或為零的力系。所以物體若受到平衡力系作用時，它還可能在運動（這裏的運動是指等速直線運動）。在這裏附帶還要說明靜止與平衡。靜止是指一物體當相對於另一物體時沒有運動而言，所以靜止是相對性的，純粹是運動學上的概念；至於平衡，嚴格的說，不是指物體本身，而是指作用於物體上互相抵消而為零的力系，所以平衡必須有力的存在。然而我們有時說物體的平衡，就是指物體受平衡力系作用而處於靜止狀態。

3. 合力與分力 在不改變運動狀態下，如果可用一個力去替代作用於物體上的力系，則我們將此一個力，叫做力系的合力。所以合力可代表一力系，其對物體的作用與此力系完全相同；而組成該力系中的各力，我們稱為合力的分力。

(二) 基本公理

1. 公理(一) 欲使作用於同一剛體上的二個力互成平衡，則此二力必須大小相等、方向相反、並作用在同一直線上。

證明：設有力 F_1 、 F_2 在同一作用線上分別作用於剛體 M 的 A 與 B 二點，如圖 3，由於 $F_1 = -F_2$ 得 $F_1 + F_2 = F_1 + (-F_1) = 0$ ，所以力 F_1 與力 F_2 成平衡（平衡定義）。

2. 公理(二) 如果在某剛體上，加上或除去一個平衡力系，則剛體的運動狀態絲毫沒有受到改變（可由平衡力系的定義來證實它）。

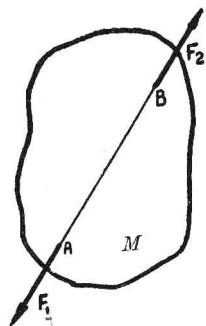


圖 3

利用上述公理我們可得到下面的一個重要定理——力的可移性定理：力的作用點，在其作用線上可任意前後移動，

對剛體來說，該力並未改變對它的作用。

證明：設有力 F 作用於剛體上 A 點如圖 4。今在此力的作用線 PQ 上 B 點，加上二個大小相等、方向相反的力 F_1 及 F_2 ，且使 $F = F_1 = -F_2$ 。依公理(二)此二力對剛體並無影響，又 F_2 與 F 為二個相等且相反的力，而在同一作用線上故成平衡(公理(一))，根據公理(二)可以除去。於是力 F 的作用點由 A 點移至 B 點了。

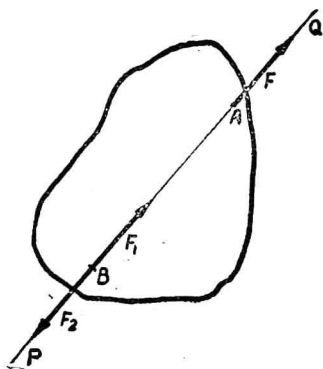


圖 4

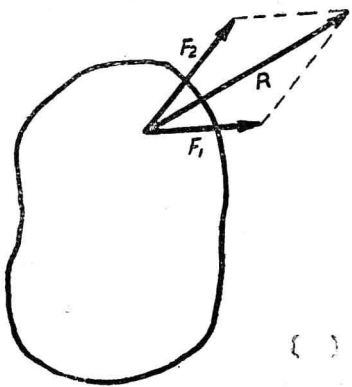


圖 5

3. 公理(三) 如求任意二個匯交力的合力時，可按同一比例尺作此二力的矢量的平行四邊形，其對角線即為所求之合力。如以 R 表示力 F_1 與 F_2 的合力，如圖 5，則根據此公理得 $R = F_1 + F_2$ (幾何和)。此公理已由伐利農和牛頓的實驗所證實，現在我們用下面的實驗來證明它。

設有一根跨過定滑輪 A 與 B 的細金屬線，其重量與滑輪的摩擦均不計，於細線的兩端分別懸掛重量為 P 與 Q 的物體，在金屬線的 C 點懸掛另一重量為 R 的物體，使與其他二物體成平衡，如圖 6。先繪平行四邊形 $CDEF$ ，使其兩邊 CF 、 DC 以適當的比例尺分別代表 P 、 Q ；於是發現對角線 CE 向上與 R 的矢量相反且在同一線上，以所選定的比

例尺度量 CE ，其值適與 R 的大小相等，所以矢量 CE 與 R 成平衡。既然 P 、 Q 、 R 三力成平衡，所以 $CE = CF + CD = P + Q$ （幾何和），即 CE 為 P 、 Q 二力的合力。

4. 公理(四) 一物體當作用於另一物體時，另一物體總有一大小相等、方向相反且沿同一作用線的力作用於此物體上，此力我們稱它為反作用力。所以作用力與反作用力大小相

等、方向相反而在同一作用線上。譬如當一塊磁鐵靠近一塊鐵時，經驗告訴我們磁鐵要吸鐵；但是當我們固定鐵塊時，自由的磁塊亦能靠近鐵，即鐵塊亦有對磁塊的吸力，它們彼此間的吸力大小相等、方向相反，且沿同一作用線上。然而我們要注意，作用力與反作用力始終不是作用於同一物體的；所以二者永遠不能成平衡，雖然是大小相等方向相反而在同一作用線上的二個力。

5. 公理(五) 處於平衡狀態的非剛體(變形體)，此非剛體可當作剛體而並不影響其平衡。這公理又稱為硬化原理。當研究一非剛體(一般物體)的平衡問題時，此公理具有特殊重要的意義。

由這一個公理可知，剛體的平衡條件亦能適用於非剛體的平衡問題。但必須要注意作用於剛體上諸力的平衡條件，對於非剛體來說，只是必要的條件，還不是充份的條件。例如有一段重量可以不計的繩子， A 、 B 兩端各受力 F_1 與 F_2 作用而平衡，如圖 7。如將繩子 AB 變成為

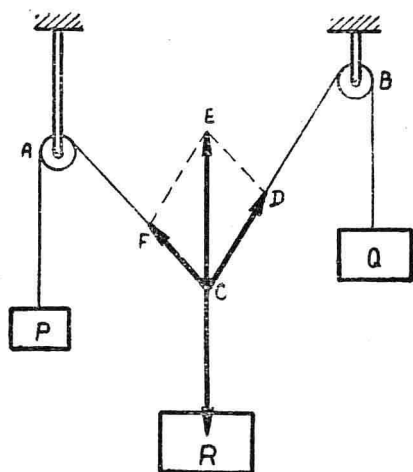


圖 6

剛硬的桿子，則力 F_1 與 F_2 必須滿足的條件，是大小相等方向相反，且在同一直線上。但對繩子來說，這個條件顯然是不充分的，因為繩子不能承受壓力；故還須添加一個條件，即該二力必須是拉力。



圖 7

(三) 自由體與非自由體的概念

在空間中能任意移動、而毫不受到任何限制的物體，我們稱它為自由體。但是有種物體由於某種條件的限制，使其產生事先所規定的運動，此種物體稱為非自由體。此種限制物體運動的條件叫做約束。例如由於重力的作用下，在斜面上由靜止開始運動的物體，雖然重力的方向是鉛直向下的，但是它不能沿力的方向運動而沿斜面滑下；其原因是物體受到了斜面的限制，即斜面改變了物體的運動方向。亦即物體同時受到斜面對它的反作用力，此反作用力我們稱為約束反作用力。又如一扇門它只能繞門樞的兩個鉸鏈而轉動，其運動是受到了鉸鏈的限制，因此二個鉸鏈分別加給一個約束反作用力於門上。在靜力學中所研究的平衡物體大都是非自由體；所以當我們在分析一個非自由體受力情況時，絕不能遺忘限制條件加給於它的約束反作用力。

現在我們來研究一下關於幾個基本類型的約束。

(一) 如物體放置在固定面的 A 點上，若二接觸面間無摩擦力，則固定面的反作用力必沿其法線方向作用於物體的 A 點。試看下面三圖：

1. 檯子對物體的反作用力圖 8。
2. 任意面對物體的反作用力圖 9。

3. 擱在平面上桿子的約束反作用力圖 10。

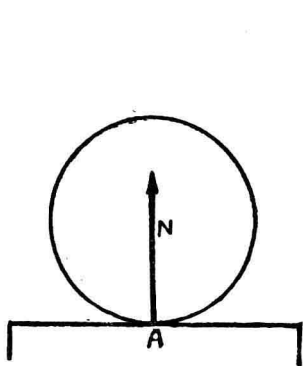


圖 8

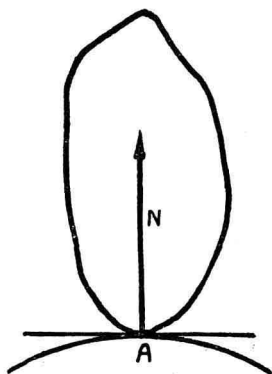


圖 9

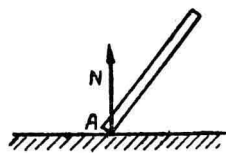


圖 10

(二)如物體擱置於固定點 A ，在無摩擦力的情況下，則固定點的反作用力必沿物體表面的法線作用於物體的接觸點上，譬如物體置於桿子上，如圖 11 與圖 12。

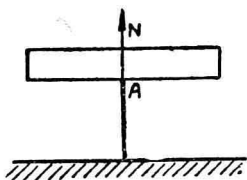


圖 11

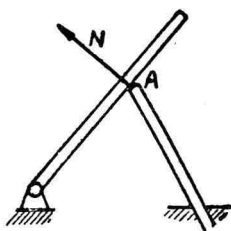


圖 12

(三)若物體被柔軟物體(柔軟物體大都是線、纜、鏈條等)所約束，則柔軟物體的反作用力，必沿其本身而作用於聯結點上。如圖 13 中的 T 即示線的反作用力。