

符號邏輯

彭孟堯◆著



$$A = (B \vee \sim C) \\ \Rightarrow A/p \cdot B/q \cdot C/r$$

$$(A \supset B) = (B \vee \sim A) \\ \Rightarrow (A \supset B)/p \cdot B/q \cdot T/r$$

$$(A \supset B) = [(E \vee F) \vee \sim D] \\ \Rightarrow (A \supset B)/p \cdot (E \vee F)/q \cdot D/r \cdot T$$

$$[(J \sim K) \cdot L] = \{[(U \cdot [O \supset (P \sim M)]) \vee \sim [(S \cdot D) \vee \sim W]] \\ \Rightarrow [(J \sim K) \cdot L]/p \cdot [(U \cdot [O \supset (P \sim M)]) \vee \sim [(S \cdot D) \vee \sim W]]/q$$



符號邏輯

彭孟堯 著

通識教育 9

符號邏輯

作者：彭孟堯

執行主編：張毓如

總編輯：吳道愉

發行人：邱維城

出版者：心理出版社股份有限公司

社址：台北市和平東路二段 163 號 4 樓

總機：(02) 27069505

傳真：(02) 23254014

郵撥：19293172

E-mail：psychoco@ms15.hinet.net

網址：www.psy.com.tw

駐美代表：Lisa Wu

Tel：973 546-5845 Fax：973 546-7651

法律顧問：李永然

登記證：局版北市業字第 1372 號

印刷者：玖進印刷有限公司

初版一刷：2000 年 7 月

初版六刷：2002 年 3 月

定價：新台幣 600 元

■ 有著作權·翻印必究 ■

ISBN 957-702-381-9

作者簡介

彭孟堯 (Eric M. Peng)

學歷：美國愛荷華大學哲學系哲學博士

現職：國立中正大學哲學系副教授

作者序

我在大學時代初修邏輯時，學得莫名其妙，未能得其門而入。後來靠自修閱讀了林正弘教授所著的《邏輯》一書，算是有點開竅。到美國留學之後，才開始接受一些正規的邏輯訓練。在美國教了幾年的通識邏輯課，深感教學相長，獲益良多。回到國內後又在中正大學教了幾年的邏輯課，由於一直都是使用英文教材，數年教學經驗雖覺得足以從容應付，卻苦於沒有一本稱手的中文版教科書，可以充分發揮自己幾年教邏輯的經驗，並讓有心學習者可以不因為英文的障礙，怯而止步，故而下定決心撰寫了這麼一本書。

在國外和國內前後教了至少十年的邏輯課，我對於國外一流大學重視邏輯教育的程度有深深的感觸。在國外的大學教育裡，邏輯的學習一直是不可或缺的基礎學養，各門學術領域對於人才的培育沒有不重視邏輯的。而國外不僅早已培育了許多一流的邏輯學家，他們在撰寫邏輯教科書上的嚴謹與精確，也產生了不少一流的邏輯教科書。這些都是在國內看不到的。國內大學教育極度漠視邏輯的學養，更對於邏輯這門學問存有相當嚴重的誤解。一般大眾乃至於許多高級知識份子大都誤以為邏輯是理則學，是一門研究人類思想法則的學問；甚至誤以為邏輯是辯論的利器，是政治社會批判、文化思想批判的工具。這些誤解導致國內邏輯教學的謬誤，以致邏輯學術不彰，乃至於通識教育的謬象，亦層出不窮。

以我的邏輯訓練，我當然絕對不夠資格稱做一位邏輯學家。寫這本教科書的目的只有兩個：第一是希望國內的邏輯教學能夠正常化，並匡正對於邏輯的錯誤理解；第二是以初階邏輯的介紹為起點，冀望未來國內能夠出現具有國際水準的邏輯學家。這兩項都不是輕易就能做到的，憑我一人也不可能獨自辦到。不過，任何理想總要有個開始，寫這本書來作為一個起步，總會有些收穫。

本書分為五個單元共 18 章。第一單元介紹當代符號邏輯的基本概

念，並破除國內對於邏輯的不當誤解。第二單元介紹語句邏輯（命題邏輯）的符號系統以及證明。第三單元介紹述詞邏輯（量限邏輯），包括一元述詞邏輯的符號系統及其證明，以及關係述詞邏輯的符號與證明。這兩單元從自然演繹法的角度涵蓋了初階符號邏輯的所有內容。對於一般邏輯課來說，這三個單元是必定要涵蓋的材料。以我的經驗，一個學期3學分的邏輯課，可以充分教授第1章到第13章。一學期2學分的邏輯課，雖嫌倉促，尚勉強可以涵蓋這些材料。

從第四單元開始，我改從形式演繹系統的角度來重新介紹初階符號邏輯，並介紹它的一些後設性質。其實這一部分的內容在後設邏輯課來學習才適當。讀者若對於形式演繹系統沒有興趣，可以略過不讀。不過我建議哲學系的學生至少應該要自行閱讀這一單元的材料，甚至能夠直接選修後設邏輯方面的課。這是由於要對於當代哲學有深刻的理解，如形上學、語言哲學、科學哲學等領域所探討的重要哲學課題，都必須仰賴邏輯的重要觀念。

在第五單元，我用一章的篇幅來介紹傳統亞理斯多德邏輯。這一部分的材料與前面幾單元並沒有太大的關聯。國內大多數人對於邏輯的了解與接觸絕大部分都是侷限在傳統亞理斯多德邏輯的範疇命題學與三段論；有些大學甚至讓學生耗費一整學年來學亞理斯多德邏輯。然而這對於邏輯的學習與發展是沒有任何幫助的，更無意義地浪費了學生寶貴的青春。所以我決定將這部分列入本書第五單元，以讓讀者在學過第三單元述詞邏輯之後，能夠很快發現傳統亞理斯多德邏輯的簡略、不足與錯誤。在本書最後一章我非常扼要地介紹了其他的邏輯，包括模態邏輯、自由邏輯、多值邏輯...等。只要讀者對於本書之前介紹的初階符號邏輯有相當的熟習，對於這些邏輯的學習將不會有太大的困難。我希望藉由粗略的介紹，可以引起一些讀者的興趣，進而在邏輯學門裡能有所發展，所以在這一章的每一節之後，我也都列了一些進修書目。另外，本書許多章節都附了一些習題，以供讀者練習。所有的習題都經檢測過，難易度也做過調整。所謂熟能生巧，只要讀者多做練習，當更能掌握當代符號邏輯的內容。

本書的完成要感謝很多人。我要謝謝中正大學哲學系創始人洪裕

宏教授。他高度重視大學師生的基本學術涵養，經幾年奔走與努力，終於促成中正大學實施具真正通識教育精神的改革方案。也由於洪教授的堅持，才能使得中正大學的學生有機會接觸基礎邏輯。我還要謝謝中正大學我這幾年通識邏輯課的學生，讓我能一再檢討我的邏輯教學，以期精益求精。當然，百密難免一疏，本書的任何錯誤一概由本人負責，亦祈方家不吝指正。

彭孟堯 誌於中正大學哲學系
2000年1月1日

目次

第一單元 基本概念

第 1 章	符號邏輯的基本觀念	003
1-1	邏輯的形式特性與內容	003
1-2	語句與論證	007
1-3	演繹論證與歸納論證	014
1-4	論證的辨識	017
1-5	當代邏輯發展簡史	022
第 2 章	演繹論證的評估	025
2-1	演繹論證的類型	025
2-2	有效性與真確性	029
2-3	邏輯一致性	034

第二單元 語句邏輯

第 3 章	語句邏輯的符號系統	041
3-1	語句常元與邏輯運算子	041
3-2	運算域與主要邏輯運算子	048
3-3	日常語言中語句的符號化	055
3-4	日常語言中論證的符號化	075
第 4 章	真值表	081
4-1	真值函數與基本真值表	081
4-2	語句句式和替代個例	085
4-3	複合句真值表的建構	092
第 5 章	語句的邏輯分類與邏輯關係	101
5-1	語句的邏輯分類	101
5-2	語句的邏輯關係	107

第 6 章	歸謬原理	119
6-1	歸謬真值表	119
6-2	語意樹枝法	129
6-3	語意樹枝法的運用	138
第 7 章	語句邏輯論證有效性的檢定	145
7-1	論證式與邏輯類比駁斥	145
7-2	反例法與真假值指定法	152
7-3	真值表法	159
7-4	歸謬真值表法	164
7-5	語意樹枝法	166
第 8 章	有效論證的證明：直接證法	171
8-1	證明的觀念	171
8-2	蘊涵規則(\rightarrow)	174
8-3	蘊涵規則(\supset)	181
8-4	置換規則(\rightarrow)	195
8-5	置換規則(\supset)	203
第 9 章	有效論證的證明：條件證法與歸謬證法	217
9-1	條件證法	217
9-2	加強型條件證法	228
9-3	歸謬證法	232
9-4	恆真句的證明	236

第三單元 述詞邏輯

第 10 章	述詞邏輯的符號系統	243
10-1	單稱語句的內部結構	244
10-2	函數-引元分析	250
10-3	語句函數的運作：抽象化	255
10-4	語句函數的運作：個例化	260
10-5	語句函數的運作：量限化	264
10-6	量限域	270

	10-7 日常語言的述詞邏輯表達式	279
第 11 章	一元述詞邏輯論證有效性的檢定	293
	11-1 通稱語句的真假值	293
	11-2 反例法	298
	11-3 釋模與通稱語句的擴展	301
	11-4 釋模法	311
第 12 章	述詞邏輯的證明	317
	12-1 全稱個例化規則(UI)	317
	12-2 存在通則化規則(EG)	329
	12-3 存在個例化規則(EI)	337
	12-4 全稱通則化規則(UG)	344
	12-5 量限詞互換規則(QN)	349
	12-6 邏輯真理的證明	352
第 13 章	關係述詞邏輯	363
	13-1 關係的邏輯表達式	363
	13-2 關係述詞論證的證明	371
	13-3 對稱性、遞移性與自反性	377
	13-4 同一	385
	13-5 確定描述詞	395
第四單元 形式演繹系統		
第 14 章	形式演繹系統的基本觀念	403
	14-1 對象語言與後設語言	403
	14-2 形式語言	406
	14-3 形式演繹系統	412
	14-4 釋模理論	417
第 15 章	語句邏輯的形式演繹系統	421
	15-1 語句邏輯的形式語言 SL	421
	15-2 語句算學 SC	425
	15-3 SL語言釋義	433

	15-4	語句邏輯的一些後設性質	442
	15-5	其他語句邏輯的形式演繹系統	449
第 16 章		述詞邏輯的形式演繹系統	455
	16-1	一元述詞邏輯的形式語言 QL^M	455
	16-2	一元述詞算學 QC^M	462
	16-3	QL^M 語言釋義	467
	16-4	多元述詞邏輯的形式語言 QL^P 與形式系統 QC^P	475
	16-5	包含等號的多元述詞邏輯 QC^-	481
第五單元 其他			
第 17 章		亞理斯多德邏輯	487
	17-1	主詞－述詞分析	488
	17-2	傳統對立方形	491
	17-3	範疇語句的置換規則	496
	17-4	範疇三段論	500
	17-5	范恩圖解	508
	17-6	範疇五律	512
	17-7	存在謬誤與現代對立方形	514
第 18 章		其他邏輯	519
	18-1	多值邏輯	519
	18-2	自由邏輯	523
	18-3	模態邏輯	526
	18-4	相干邏輯	530
	18-5	二階邏輯	531
		中英名詞對照	533
		英中名詞對照	541
		推論規則	549

第一單元

基本概念

第1章 符號邏輯的基本觀念

● 本章提要

本章主要在介紹當代符號邏輯的基本觀念。首先將釐清幾個對於當代邏輯的混淆與誤解（1-1）。例如邏輯並不是研究人類思考法則的一門學，邏輯也不是批判思考，藉以磨練我們思維上的嚴謹與精確。相反地，藉由消弭這些混淆與誤解，我們將凸顯出邏輯乃是一門形式科學，強調邏輯的形式特性與內容。接著我們將介紹當代邏輯所處理的題材，也就是論證這個核心觀念（1-2），並根據我們所介紹的一些有關論證的特徵來區分演繹論證和歸納論證（1-3），以及辨識哪些是論證，哪些不是論證（1-4）。在最後一節我們會簡單介紹當代邏輯的發展歷史（1-5）。

● 專有名詞

形式科學、論證、演繹、歸納、形式結構、語句、命題邏輯、真假值、論證、前提、結論、論證鍊、推論宣稱、省略論證、語句邏輯、述詞邏輯、初階符號邏輯。

邏輯的形式特性與內容

● 邏輯

邏輯是一門研究推論或論證結構的形式科學（formal science）*。邏輯著眼於推論或論證中前提（premise）與結論（conclusion）之間的

形式關係，研究一些方法和原則，以評判推論或論證是恰當的還是不恰當的。例如，對於演繹推論（deduction）是不是恰當的，邏輯採用有效性（validity）與真確性（soundness）這兩個概念來了解；對於歸納推論（induction）是不是恰當的，則是採用強度（strength）與可信度（cogency）這兩個概念來了解。另一方面，對於恰當的論證，尤其是有效的演繹推論，藉由邏輯規則與證明方法，可以對它們建構證明，從前提來推導出結論。在這些過程中，邏輯只著眼於推論或論證的形式結構。邏輯和數學一樣，只是依據一些運算的規則來進行符號的操作而已。

定義 邏輯是一門研究推論或論證結構的形式科學。

可惜的是，邏輯這門學問的形式特性並未受到普遍的注意，反而是存在許多對於邏輯這門學問的誤解。例如，很多人都將邏輯跟理則學或者批判思考相混淆，也有些人將邏輯和傳統亞理斯多德三段論邏輯相混淆，乃至於對於演繹推論和歸納推論的性質多所誤解。在這一節我們將從對於這些混淆和錯誤的釐清，來幫助了解邏輯這門學的真正性質。

● 邏輯與理則學

很多人都將邏輯這門學稱為「理則學」，而不當地誤以為它是一門有關我們人類推理或推論過程的學問，是要研究與整理人類推理思考的法則，和在推理過程中我們可能會犯的錯誤。然而這是相當嚴重的誤解。對於人類實際推理過程的研究其實是屬於心理學的領域。例如皮亞傑（J. Piaget）從發展心理學的角度指出，人類思考能力約從七歲開始，藉由具體事物的幫忙能夠進行邏輯的思考，到了十一歲左右，智能發展趨近成熟，便能逐步進行抽象的形式思考。又例如在認知心理學裡，對於人類推論思考的研究所處理的問題是：人類的演繹推論

* 其實真正要徹底掌握當代邏輯之所以為形式科學的特性，必須要研究形式邏輯系統，待本書第四單元再來介紹。

有多大程度（頻率）符合邏輯的要求？人類的歸納推論又有多大程度違反了機率定律的？人類在進行推論的時候所犯的錯誤，究竟只是偶然的現象，還是系統性地受到某些偏見的影響？

另一方面，當有人做了一個推論或論證的時候，我們也許會想知道他是不是很具有說服力，他的實際思維過程是如何受到運氣、經驗、情緒、靈感、語意等影響的，他提出推論的目的，他如何經歷嘗試與錯誤的過程，他所考慮的各種因素，他所可能犯的各種謬誤等等。也許他是為了說服他的老闆接受他的企畫案，也許是科學家在推導一個可能的科學假設。很可能提論證的人是個教授，很可能是個商人，也或許只是一個小學生而已。我們也可能會問發生在他心中的推論過程是如何進行的。可能他是耗盡心思、歷經各種嘗試錯誤，才從他的理由導出他的結論；也許他受到某種靈感的激發，而從他的理由導出結論的；也許他只是碰巧做對的；也可能他純粹只是背出來的。從這些角度來研究人類推理的實際運作過程，有一部分是屬於心理學的研究題材，其另外一部分則是屬於「批判思考」所研究的範圍。這些都是相當重要而且有趣的題材，不過仍然不是邏輯所要處理的。

也有許多人認為學習邏輯可以幫助思考的敏銳，甚至可以改進辯論的技巧。這也是一種對於邏輯不恰當的誤解。如果真要說邏輯有助於思考和論辯，充其量我們只能說受過邏輯訓練的人可能對於推論的形式結構會比較敏感得多，可能對於推論好壞的評估會非常嚴謹，可能做出一個有效論證的機率比較大、比較迅速。然而正如同學過算術四則運算的人在兌換外幣的時候，一般來說，雖然都會有較精準的計算結果，但這並不表示算術這門學是研究日常生活對於各種計算的需要，也不表示精通算術的人一定都能增進他在日常生活方面所需要的計算效能。邏輯與精進思考敏銳和改善辯論技巧之間的關係也相類似。在本書會談到對於日常生活的推論，如何可以使用當代邏輯的觀念來加以表達，並且會介紹一些方法來檢查它們的恰當性。

當代邏輯並不從心理學或批判思考或辯論的角度來研究推論或論證。那麼，邏輯到底從什麼角度來研究推論呢？當有人做了一個推論或論證的時候，我們可以從另外一個角度來看待他所做的推論。我們

也許會想知道這個論證是恰當的還是不恰當的，是否他所提供的理由站得住腳，真的能夠用來支持他所下的結論。甚至於我們想要了解究竟在他的推論中理由和結論之間具有什麼樣的關係。顯然，我們這時候所注意的是這個推論本身，而不是提出推論的人。我們這時候並不在乎這個推論是什麼樣的人在什麼樣的情形下爲了什麼樣的目的而提出來的。邏輯這門學本身不僅不過問人類實際是如何進行推理的，不過問上述這些因素和推論之間的關係；更進一步說，邏輯根本不在乎推論的實質內容是什麼，它的題材是什麼。數學的也好，科學的也好，政治的也好，日常生活的也好，不論是什麼主題，都不是邏輯所要去注意的。邏輯只不過是一門研究推論或論證結構的形式科學而已。

當然，這並不是說推論的實質內容和題材、做推論的目的以及推論的心理歷程等等不重要。而是說這一部分是由別的學科，從別的角度切入來研究和人類推論有關的一些重要現象。而當代邏輯則只是一門側重在研究推論或論證的形式結構的學問而已。任何推論不論內容是多麼地荒誕不經，只要它的形式結構合乎邏輯對於有效性的規定，它就是邏輯上恰當而可接受的。反之，一個推論就算是非常地冠冕堂皇，就算它的內容非常有價值，只要它的形式結構違背了邏輯對於有效性的規定，它就是邏輯上不恰當而不可接受的。換一個方式來說，任何兩個論證即使有不同的題材，乃至於相對立的內容，只要它們具有相同的形式結構，它們在邏輯上就具有相同的地位；或者兩個都是邏輯上可以接受的，或者兩個都是邏輯上不可接受的。不會因爲它們的題材不同，或者內容相衝突，而在邏輯上有不同的評價。再從另外一個角度來說，當一個推論或論證在邏輯上是可被接受的時候，並不表示它就是我們在心理上、在實際思考和論辯上應該接受的。最明顯的例子莫過於所謂的循環論證（circular argument）。循環論證在邏輯上是有效的，是邏輯上可被接受的，然而在我們實際進行思考或者論辯的時候，是絕對不會接受這種推論的。