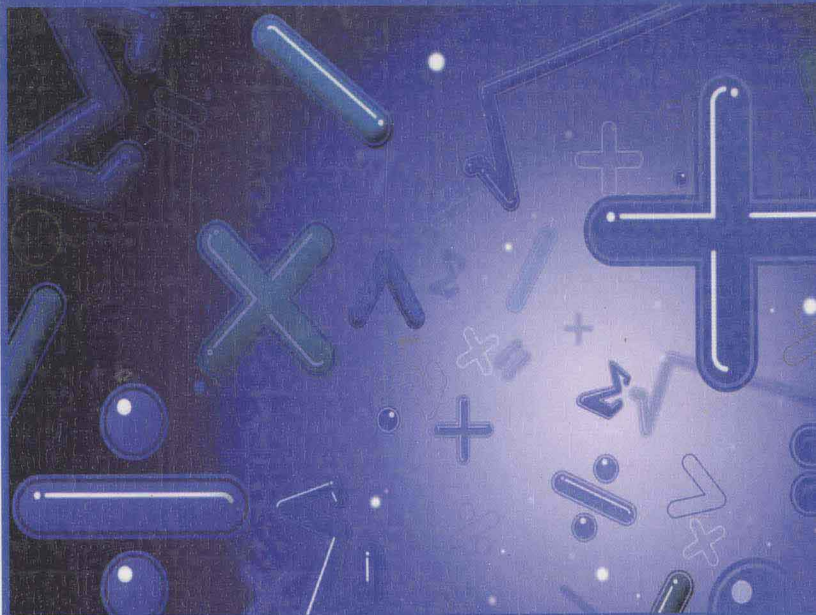




初中数学教学 攻略大全

“数学是人类智慧皇冠上最灿烂的明珠”？

“数学是知识的工具，亦是其它知识工具的源泉”？

“数学是打开科学大门的钥匙”？

“数学是一切知识中的最高形式”？

读这本书吧，你将拥有明珠、源泉、钥匙，还有知识的最高形式。

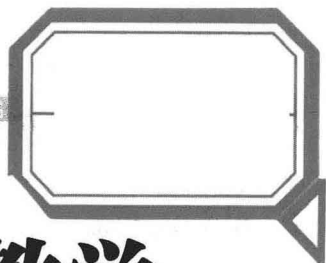
李亚男 主编



东北师范大学出版社
NORTHEAST NORMAL UNIVERSITY PRESS
WWW.NNUP.COM



CHU ZHONG SHU XUE JIAO XUE GONG



初中数学教学 攻略大全

主编◎李亚男



东北师范大学出版社

NORTHEAST NORMAL UNIVERSITY PRESS

WWW.NENUP.COM

图书在版编目(CIP)数据

初中数学教学攻略大全/李亚男主编. —长春:东
北师范大学出版社,2010.6
ISBN 978-7-5602-6218-5

I. ①初… II. ①李… III. ①数学课-教学研究-初
中 IV. ①G633.602

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2010)第 107402 号

☐责任编辑:刘永枚
☐责任校对:谢欣儒
☐封面设计:子 小
☐责任印制:张 林

东北师范大学出版社出版发行
长春市净月开发区金宝街 118 号(邮政编码:130117)
电话:0431-85601108
传真:0431-85693386
网址:www.nenup.com
电子函件:SXXX_3@163.com

万唯编务工作室制版
北京汇祥印务有限公司印装
顺义区北务镇北务村北路 99 号(邮政编码:101300)

2010 年 6 月第 1 版 2010 年 6 月第 1 次印刷
开本:650×960 1/16 印张:16 字数:313 千

定价:28.00 元

如发现印装质量问题,影响阅读,可直接与承印厂联系调换

前 言

数学是研究数学教学的实践和方法的学科。数学教育是一种社会文化现象，其社会性决定了数学教育要与时俱进，不断创新。数学教育中的教育目标、教育内容、教育技术等一系列问题都会随着社会的进步而不断变革与发展。数学教育的发展经历了一个漫长的历史时期，新中国成立后我国数学教育在数量和质量上都发生了显著变化，得到了巨大发展提高，但是存在的问题也有不少，其中教与学之间的关系是其中很重要的一个方面。

发展学生的科学素质，培养学生的数学能力，是数学教育的重要目标之一。推理能力是重要的数学能力，它与探索能力、实践能力相辅相成。巴西的努纳斯教授认为，在小学里，学生应通过利用数学工具，在问题解决的活动中进行学习，并建立起符合他们年龄特征的推理系统；相反，如果学生学习了有关数学工具，但不把它结合到推理活动中，那么，他们解决问题的思维就将受到束缚。

现在的数学教材和课堂教学大都是从概念到概念，从定理到推论，强调演绎的逻辑和证法的严谨，而数学的现实背景和理论发生的过程往往都被忽略。这就极易导致学生对数学的错误认识：学习数学就是记住书本上的定义、法则、公式和定理，能顺利地进行数学计算、变换或证明，即过分强调数学的确定性、可变性，而忽略了数学是源于生活又服务于生活的实践性。这样，学生在数学学习中的观察、直观描述、猜想、试验等活动被大大的淡化，致使学生学习无兴趣，无应用意识。如教师在讲初中数学的排列组合的内容时，如果按课本程序的形式呈现内容知识，这节课的学



习过程就是“概念——方法——应用”，学生缺乏对知识的实际背景的了解，枯燥乏味，缺乏理解性地把握知识及对知识的实际运用。数学教师仅具备高超的计算能力是不够的，还要善于在教学过程中培养学生的数学能力。我国中学数学的教学现状是怎样的，什么是数学课堂里的研究性学习，数学教师要具备哪些技能……这些都是本书要为您解答的。

全书分为五个章节：第一章讲了现代数学的现状与数学课程；第二章列举了常见数学教学课型；第三章讲述了数学课堂中的知识教学；第四章讲了数学教师的技能；最后一章是对初中数学教师常见难点问题的解答。全书既有对前人经验的总结，也有自身教学探索的新成果；既有权威的理论陈述，又有丰富翔实的教学案例。在一定层面上，它具有较强的参考和阅读价值，必将成为数学教师教学、科研的得力助手。同时，由于水平有限，本书纰漏之处在所难免，还请广大同行及读者批评指正，不甚感激！

编 者

目 录

第一章 现代数学的现状与数学课程	(1)
第一节 现代数学的发展	(1)
第二节 现代数学的发展对数学教育的影响	(5)
第三节 我国学生数学学习的特点和经验	(13)
第四节 学生在数学学习中的常见问题分析	(14)
第五节 认识数学与数学课程	(21)
第六节 认识数学学习与数学教学	(24)
第七节 认识数学教育评价	(28)
第二章 数学教学课型	(31)
第一节 对话型课堂	(31)
第二节 合作型课堂	(39)
第三节 探究型课堂	(46)
第四节 开放型课堂	(53)
第五节 创新型课堂	(59)
第三章 数学课堂中的知识教学	(65)
第一节 数与代数	(65)
第二节 统计与概率	(75)
第三节 空间与图形	(83)



第四章 数学教师的技能	(100)
第一节 板书板画技能	(100)
第二节 情感交流技能	(107)
第三节 讲授技能	(108)
第四节 教会学生体验性学习	(116)
第五节 教会学生研究性学习	(122)
第六节 教会学生运算与证明	(128)
第七节 培养学生数学思维品质	(134)
第八节 如何渗透数学思想方法	(138)
第五章 初中数学教师常见难点问题解答	(148)
第一节 学生的数学创新思维如何培养	(148)
第二节 怎样教学生应用二次函数	(162)
第三节 如何教好新教材中统计与概率知识	(177)
第四节 “勾股定理”一章中的探究性学习怎样开展	(189)
第五节 新教材中整式的运算与以往教材有什么区别	(198)
第六节 怎样帮助学生理解图形的变换	(212)
第七节 怎样指导初中学生开展数学研究性学习	(224)
第八节 初中数学复习阶段要注意哪些问题	(239)
第九节 初中数学上课三步曲是什么	(242)

第一章 现代数学的现状 与数学课程

第一节 现代数学的发展

数学在 19 世纪已经发展成独立的学科。到了 19 世纪下半叶，随着不断从实际中获取营养以及自身的蓬勃发展，数学本身积累了大量丰富的资料（成果、方法和理论等），在繁荣的同时，也留下了众多没有解决的难题。在这种变革与积累的基础上，20 世纪以来的数学呈现出指数式的飞速发展。随着经典数学的繁荣和统一、许多新的应用数学方法的产生，特别是计算机的出现及其与数学的结合，使得数学在研究领域、研究方式和应用范围等方面都得到了空前的拓展。

一、数学具有了“技术”的品质

在发展的过程中，数学一直从实践中汲取着丰富的营养。在第二次世界大战以前，数学已经跨越自我，在相关学科（如相对论、量子物理、理论物理、弹性力学、流体力学、数理经济学等）中得到了应用，并取得了前所未有的成就。但当时数学对工程技术的应用往往只起着间接的作用，即首先应用于其他学科，再由这些学科提供技术进步的基础。而自第二次世界大战以来，由于经济以及其他科学技术都有了空前的发展，出现了一大批需要数学提供决策性结论的新型实际问题。例如，大批量生产的质量控制和检验问题、生产的方案与配方问题、可靠性问题、大型的调度问题、通讯中抗干扰和从微弱信号中提取信息的问题、编码问题以及后来出



现的信息压缩问题、远程控制问题等，这些问题形成了新的数学应用的推动力。随着数学自身的蓬勃发展，它所积累的丰富理论、方法为描述实际现象（建立模型）所需的有力工具和研究模型方法提供了雄厚基础。这两方面的结合，形成了一批带有新特点的独立的应用数学，如数理统计、运筹学、信息论、控制论等。

大批的数学应用问题要求提供决策性结论，一般要求算出数值解，这在过去往往存在着计算上难以逾越的困难，因而在实际中只好简化计算，有时甚至使原来的问题变得面目全非，或者放弃用计算方法解决问题的途径，而改用模型的方法，这样会降低精确性。但当时在第二次世界大战中需要解决的那些问题，却离不开高度的精确性或大规模的计算。电子计算机就是在这种历史性的要求下发明和研制出来的。电子计算机出现后，它的大容量存储、高速度计算使得扫除计算障碍在技术上成为可能。这些因素的综合作用使得在自然科学和社会科学中到处有数学的惊人应用。

今日的数学，已不甘于站在后台，而是大步地从科学技术的幕后直接走到了前台。现代数学不单只是通过别的科学间接地起作用了，它已经直接进入科技的前沿，直接参与创造生产价值——数学已经走到前线了。现代数学与计算机相结合而产生的威力无穷的“数学技术”，渗透到了与人类生存息息相关的各个领域，成为一个国家综合国力的重要组成部分。国家的繁荣昌盛，关键在于高新科技的发展和经济管理的高效率，而高新科技的基础是应用科学，应用科学的基础则是数学，数学对国家的建设和发展具有巨大的作用。对此，我国著名数学家王梓坤院士指出：“由于计算机的出现，今日数学已不仅是一门科学，还是一种普适性的技术，从航天到家庭，从宇宙到原子，从大型工程到工商管理，无一不受惠于数学技术。因而今日的数学兼有科学与技术两种品质，这是其他学科所少有的。”

以往数学界将证明定理作为数学研究的主要目标（至少纯数学是这样）。随着现代数学的发展，数学既广泛与各门自然科学相渗透，又与计算机结合直接应用于高技术，这就使得建立模型日渐成为数学的主要目标之一。当人们面对纷繁复杂的科学技术和社会现象时，数学可以通过建立

模型、分析和求解、计算乃至形成软件等一系列方法来帮助我们把握客观世界。

二、经典数学形成了许多新成果和新思想

19 世纪下半叶，数学的蓬勃发展和众多没有解决的难题促成了 20 世纪上半叶以来对数学所进行的系统整理，即以集合论为基础、公理化为方法将数学分门别类地整理成不同学科，各学科以公理化方法将原有材料系统化、一般化。集合论观点与公理化方法将数学的发展引向了高度抽象的道路。结合数学对各个学科中重要问题的研究，使得原有的许多学科（如代数学、拓扑学、函数论、泛函分析等）在新的基础上得到了更大的发展。同时，对数学基础问题的探讨也促使了一些新的数学学科（如数理逻辑、公理化集合论等）的形成，人们逐渐认识到在数学中有一些基本结构：代数结构、拓扑结构、序结构以及后来认识到的测度结构，这些结构的相互影响和渗透使得数学的很多学科得到长足的发展，并形成一些新的学科（如概率论、随机过程、微分几何、微分方程、代数几何、多复变函数论等）。即使是一些与公理化进程关系不大的数学分支（如解析数论）也得到巨大的发展。在 20 世纪中叶，有些历时几百年的著名数学难题（如费马大定理、四色问题）得到了解决，尤其令人们意想不到的是，数理逻辑竟成为发明现代电子计算机的先导。

计算机的出现不仅使数学比以往任何时候都更具威力，同时也极大地改变了数学科学自身的某些特点。一方面，计算机进入数学领域，使一些以前不大受重视的数学理论重放光彩，促进了计算数学、数学模型、离散数学、数理逻辑等许多数学分支的发展，并开发了许多边缘科学（如人工智能、图像识别、机器证明、数据处理等）；计算机开拓了一系列数学研究的新领域和新课题，改变了数学各分支之间的平衡，也促进了数学内部的统一；计算机为数学发现和证明提供了新工具。

另一方面，正如计算机给数学提供了新的机会一样，数学也使计算机越来越具有了不可思议的威力。数学为解释自然现象提供了构造模型的方法，也开发出运用计算机语言实现这些模型的算法，极大地提高了计算机处理问题的功能。事实上，计算机本身以及计算机的进一步开发、改进和



应用都离不开数学。

综上所述,计算机和数学形成了一个紧密相关的系统,正是这个系统产生了以前不可能出现的新结果和以前难以想象的新思想。

三、“做数学”的过程更加凸显

人们对数学研究方法的描绘往往主要集中于利用纸、笔进行运算和证明,很难体会观察、实验、尝试、猜测等活动对数学的作用,其实这些也是数学研究的重要方式。数学讲究严谨和逻辑,更需要探索和创造。特别是计算机的出现,向数学家提供了探索模式和检验猜想的强有力的工具,使数学家的研究方式开始发生变化。实际上,计算机提供了进行多次试验计算的可能性,为数学研究提供了有力的“实验工具”。W. Brown 在谈到数学研究成果的表现形式时形象地指出,在过去,一项数学研究的成果总是一篇关于命题的证明或反驳的科学论文,现在它却可以包含一些色彩鲜艳的图案和一声充满快乐的惊呼:“看,我发现了什么!”

由于计算机与数学的结合,使得实验、模拟、猜测、调控等已经成为当今数学家研究数学,特别是应用数学的重要方式,伴随着数学实践活动和数学实验的加强,一个基本的“做数学”的过程日益清晰,许多数学家和数学教育家都以不同的措辞描述了这一过程。著名的“美国 2061 计划第一阶段数学专家小组报告”中提到:我们看到了一个基本的数学过程的循环,它反复出现,形成了最基本的形式——抽象、符号变换和应用。这种循环不只出现在普通实验和数学实验的交界处,而且也在数学王国内部多次重复,导致了该学科更高水平的概括性,从而使它可以具有更强的效能。H. Freudenthal 将这一过程称之为数学化,即数学地组织现实世界的过程。在这个“做数学”的过程中,不仅有计算或演绎,而且涉及观察、猜测、尝试、调控、估计、检验等多种方式。

20 世纪中叶以来,纯粹数学的发展依然强劲,费马定理的证明轰动世界,哥德巴赫猜想正以百万美元的悬赏征求解决,法兰西科学院的 7 位数学家提出了新千年的七个数学问题,与 100 年前希尔伯特的 23 个数学问题遥相呼应。与此同时,数学家正在运用数学和计算机技术解决各式各样的实际问题,数学与社会的联系更加直接,对社会的发展产生着

越来越大的影响。著名数学家 Phillip A. Griffiths 对 20 世纪的数学发展表达了如下的看法：“20 世纪是数学的黄金时代，许多重大而长期没有答案的问题终于得到了解决。究其成功的原因，大多是由于我们对各个分支之间复杂的相互影响及作用有了日益增长的理解，那些相互关联不断扩大和深化，从而数学开始跨越自我来探索与其他科学领域之间的相互作用了。这些涉及数学各种领域之间的及数学与其他科学领域之间的相互作用，已经导致了一些伟大深刻见解的产生，也导致了数学领域在广度和深度上进一步扩大。”

总而言之，数学的广泛应用使得数学自身已经成为现代社会中一种普遍适用的技术，人们通过数学收集、整理和描述信息，建立模型，进而解决问题，直接为社会创造价值；数学不仅帮助人们更好地探求客观世界的规律，同时为人与人之间的交流提供了一种有效、简捷的手段；数学在对客观世界定性把握和定量刻画的基础上，逐步抽象概括，形成方法和理论，并进行应用，这一过程除了逻辑和证明外，充满着探索与创造。数学的上述特征应该在《标准》中得以体现，数学课程应该体现数学刻画现实世界的过程 and 全貌，使学生体会数学与现实世界和人类进步的密切联系；应该使学生体会数学研究的基本方法：观察、试验、收集信息、猜测、验证、证明、反思、调控……这些方法的熏陶，将使人终生受益。

第二节 现代数学的发展对数学教育的影响

现代数学的空前发展以及对社会的突出作用势必要对义务教育阶段的数学教育产生重大的影响。下面就从数学教育的目的、数学课程内容和数学教学过程等几方面展开讨论。

一、数学教育必须重视培养学生的应用意识

如前所述，20 世纪下半叶，数学的一个最大进展是它的广泛应用，数学的价值观因此发生了深刻的变化。这一变化必将对数学教育产生重要的影响，最直接的一个结论就是数学教育要重视应用意识和应用能力的培



养。数学的思维训练价值和作为科学语言的作用仍然是重要的，但“数学应用意识的孕育”“数学建模能力的培养”“联系学生的日常生活并解决相关的问题”等方面的要求则越来越处于突出的地位。反思我国数学教学的现状，“数学是理性的音乐”“数学是思维的体操”或者“数学是科学的语言”已经成为人所共知的名言，但数学的应用却长期得不到重视。针对这一现状，不少数学家呼吁要“重视数学应用，还数学以本来面貌”，数学是“生活的需要，是最后制胜的法宝”。

其实，培养学生的数学应用意识和应用能力，能帮助学生对数学的内容、思想和方法有一个直观生动而深刻的理解，它有助于学生正确认识数学乃至科学的发展道路，用分析问题和解决问题的思维方式了解数学，可以使学生真正的懂得数学究竟是什么。数学是很有用的，但有用之处并不仅仅在于它的哪一条公式有用，哪一条定理有用，而是整个数学会提供给学生很重要的一种思想方法，这种思想方法不但对于具体的学科会有很大的作用，而且对今后做一切工作都会有用。

对于数学应用还存在着一个误解，认为只要数学知识学好了，自然就会应用。实际上，很多数学家都认识到培养学生数学应用的意识和能力是一件很不简单的事情，它绝不是知识学习的附属产品。为了培养应用意识，必须使学生受到必要的数学应用的实际训练，否则强调应用意识就会成为空洞的说教，这是一项并不容易的任务，它牵扯到转变观念、改变课程安排等多方面因素，需要认真研究和推行。

因此，我们的数学教育必须重视数学应用的教学，将应用意识的培养和应用能力的发展放在重要的地位上。数学教育要有助于学生建立对数学全面、正确的认识，使学生具有适应生活和社会的能力，使他们能亲身运用所学的知识和思想方法去思考和处理问题。同时，我们还应认识到，从知识的掌握到知识的应用不是一件简单的、自然而然就能实现的事情，必须经过充分的、有意识的训练。因此，我们的数学课程和教学应该为学生提供大量的机会，使他们在解决实际问题的过程中逐步形成数学应用意识和初步的应用能力。

二、数学教育要重视培养学生“数学地”思考问题

数学对国家的贡献不仅在于国富，而且还在于民强。除了能解决实际

问题之外，数学还提供了某些普遍适用并且强有力的思考方式，包括直观判断、归纳类比、抽象化、逻辑分析、建立模型、将纷繁的现象系统化（公理化的方法）、运用数据进行推断、最优化等。用这些方式思考问题，可以使人们更好地了解周围的世界；使人们具有科学的精神、理性的思维和创新的本领；使人们充满自信和坚韧。

数学教育不仅要培养学生的应用意识，而且要使学生学会“数学地”思考问题。一提到“数学地”思考问题，许多人就把它等同于演绎推理能力。这方面的培养当然是需要的，但如果我们只是注意数学的严格思维训练就不够了，甚至会产生负作用，即形成思想呆板的状况。数学在表达和论证上是需要严格的，所以它经常采用的是演绎方法；但从实际问题抽象出概念和模型、构思证明方法等，则是一种归纳方法与严密思考相结合、直观与严格相结合的抓住事物本质进而构成系统的抽象过程，这是一种独特的数学思考方式。数学在培养学生思维方面，更重要的是培养学生这种数学思考方式，并将它应用于日常生活和工作。很多思想家用这种思维方式研究科学和社会问题，获得巨大的成功。运用这种思维方式，对于一个现代社会的公民来说，同样是十分重要的。

三、数学课程内容的选择有了依据

我们常常听到一种说法，认为中小学生的任务就是打基础，基础打好了以后干什么都可以。原则上讲这并没错，但难道任何“基础知识和基本技能”都是重要的，都必须从小打好吗？恐怕不行。写一手好的毛笔字是不是基础？背一些四书五经是不是基础？会弹钢琴是不是基础？都是基础，但是并非人人都必须具备的基础。基础知识和基本技能多得很，没有那么多的时间样样都学好，因此必须精心加以选择。那么，数学课程的基础内容究竟有哪些？当然不能以现有的课程内容作为唯一标准。选择数学课程内容的标准，除了教育心理学等方面的见解以外，主要的一个方面是用数学的眼光进行判断，从数学发展的角度进行分析。数学科学的发展，特别是与计算机的结合，使得数学的某些部分变得重要起来，而另一些部分又变得不那么重要了，数学课程要反映这些变化，因为这些变化将对基础教育数学课程内容的选择产生重大影响。



1. 数据处理、算法、优化、离散数学等内容受到广泛的重视

首当其冲的是统计与概率的内容。因为, 数据处理、预测风险已经成为信息社会中一个合格公民所必备的基本素质。统计与概率由于它既有极其广泛的应用, 又是义务教育阶段唯一培养学生从随机(或统计)角度观察世界的数学内容, 因此被很多国家的教材所采用, 而我国却将它仅仅列为“代数”中的一个单元, 并且由于种种原因得不到重视。这种状况应该得到切实的改观。

另一些受到广泛重视的是与计算机科学密切联系的内容——算法、离散数学、优化等。其实 1986 年 ICMI 在科威特讨论“90 年代学校数学”时就建议数学课程中要引进与计算机科学有关联的离散数学的概念; 要重新强调算法, 并让学生去比较解决同一问题的不同算法的效率。我国也有许多数学家大力呼吁应在义务教育阶段渗透算法、离散数学、优化思想等方面的内容。

2. 削弱繁琐的计算受到重视

计算器和计算机的广泛使用, 引发人们思考这样的问题: 是否还有必要让学生花很多的时间做有关数和符号的计算? 也就是在宝贵的 9 年的学习中, 是否还要让学生做那么多计算器和计算机能很快完成的事情呢? 当然基本的训练是理解计算规则和算理的保证, 但那些繁琐的、技巧性很高的计算的确应当大大削弱, 以利于学生拓宽视野, 把精力放在学习更有意义的内容上。

那么, 对于数 and 符号的学习, 究竟哪些内容更有用呢? 概括起来, 主要有: 运用数和符号解决问题, 进行表达和交流, 理解运算的道理, 寻求合理的算法, 估计运算的结果, 判断结果的合理性等, 即表达——用数和符号表达数量关系, 操作——选择适当的方法解决用数和符号形式表达的问题, 解释——从数据或符号推理中得出结论并对结果进行检验。因此, 数和符号的学习应当更多地强调对所涉及的过程的理解, 而少强调具体的常规的计算, 这既避免了令人生厌的繁琐计算又提高了学生的鉴赏能力。Z. Usiskin 在谈到“为所有人的代数”时指出, 将来代数在解决问题时, 将很少注意代数的技巧, 因为通过便携式机器和预编程软件就能做这些事情。但是却需要提高对代数两个方面的重视: 能够被应用的代数和作为

一种交流语言的代数……毫无疑问，将来的代数很少包含技能特性，而更多包含应用和表示特性。

就我国的情形而言，对计算的看法也应当是与时俱进的。算盘曾经在历史上起过重大作用，但是毕竟在渐渐退出历史舞台，终于不敌计算机技术的普及。还有一个例子是老式的算术应用题，许多人觉得它对训练数学思维很有好处而不舍得放弃。但是，老式算术应用题的教学非常重视分类，而且一类题目一个公式，靠记忆题型来解题，这样的应用是基础吗？用现代数学的观点看，数学应用首先要建立数学模型，将纷繁的现实情境用简约的数学语言表示出来，表示能力是培养应用能力的关键之一。这样一来，我们就应当把数学建模和实际问题的解决当做新的“基础”。

3. 图形直观的功能不容忽视

图形直观是人们理解自然世界和社会现象的绝妙工具，特别是随着计算机制图和成像技术的发展，图形直观更是运用到人类生活和社会发展的各个角落，为人类带来了无穷无尽的视觉源泉。

借助计算机的图像显示，函数图像的教学可能会与过去很不一样，教师既可以相当容易地向学生显示几乎任意函数的图像，还可以引进许多实际的函数例子来显示其变化。几何的教学也将会与过去大为不同，通过计算机上大量立体图形的显示，学生可以尽早地接触丰富的空间图形，对称、平移、旋转等“变换”内容将会得到重视。

计算机的一个重要特征在于它可以直观、动态地演示，由图形带来的直觉，能增进学生对数学的理解，激发他们的创造力。这会给我们选择课程内容以很大的启示。

四、数学科学的发展要求数学教学做到“返璞归真”

在20世纪上半叶，当时的数学中心在德国格丁根和法国的巴黎，形式主义和结构主义的影响十分巨大，英美教材不同程度地有形式主义的影子，而中国的数学教育也多半受英、美的影响。1949年建国之后，中国数学和数学教育全盘接受苏联的影响，而苏联数学学派则深受德国和法国的影响，体现在其数学教材中的是严格的演绎体系、纯粹的逻辑方法，而这



些征服了中国的数学教育界。几十年过去了，“过度的形式化”成了中国数学教育传统的重要组成部分，而国外却早已物是人非了。

其实实践一直是数学发展的丰富源泉，数学脱离了现实就会变成“无本之木”“无源之水”。著名数学家 J. V. Neumann 早在 1947 年就说过：“远离了它的实践的源泉之后，或者太多‘抽象’的近亲繁殖之后，数学学科就处在退化危险之中。在开始的时候，款式通常是经典的；当它有迹象表明成为巴洛克式时，那么，危险的信号就升起了。”在哲学上，哥德尔的两个不完备性定理打破了形式主义建构整个数学的梦想。同时，数学在军事、经济、科学技术上的应用远远超出“结构”的限制，数学应用成为数学发展的重要动力之一，这一点前面已有专门的论述。从另一方面，数学的教育形态也随着现代数学的发展发生了变化。著名数学家 R. Courant 很早就针对数学教育尖锐指出：“2000 年来，掌握一定的数学知识已被视为每个受教育者必须具备的智力。数学在教育中的这种特殊地位，今天正在出现严重危机。不幸的是数学教育工作者对此应负其责。数学的教学逐渐流于无意义的单纯演算习题的训练。固然这可以发展形式演算能力，但却无助于对数学的真正理解，无助于提高独立思考能力……忽视应用，忽视数学与其他领域之间的联系，这种状况丝毫不能说明形式化方针是对的；在重视智力训练的人们中必然激起强烈的反感。”从 20 世纪 80 年代开始，西方数学教育界提出“非形式化的数学教学（informal mathematics teaching）”的口号，要求中小学的数学教学摆脱过度形式化的束缚，主张联系学生的日常生活实际，增加数学问题的趣味性。总之，把数学呈现为学生容易接受的“教育形态”。

在 20 世纪 90 年代，我国提倡的“素质教育”和“创新教育”使得平静的“过度形式化”的海洋顿时波涛汹涌，人们逐渐认识到：数学素质要比逻辑形式的内涵广得多；数学创新精神是逻辑演绎所推不出来的；数学教学要提倡学生自己的数学活动；数学课程应面向自然，面向社会，面向实际；数学的学术形态应转化为学生容易接受的教育形态。我国的一些数学家和数学教育工作者已经为此作出了努力。

1992 年 3 月，中国数学会教育工作委员会与基础教育有关的委员在广州举行会议，提出了《关于中小学数学教育改革的若干建议》，指出