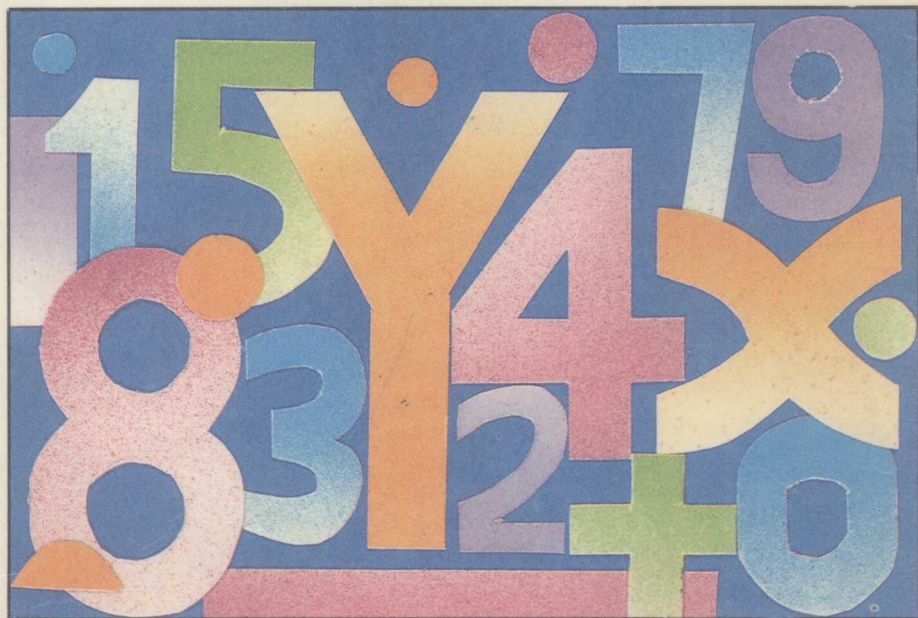


九年义务教育教材(人教版)教案系列丛书

九年义务教育三年制初级中学

代数第三册教案



人民教育出版社
东北朝鲜民族教育出版社

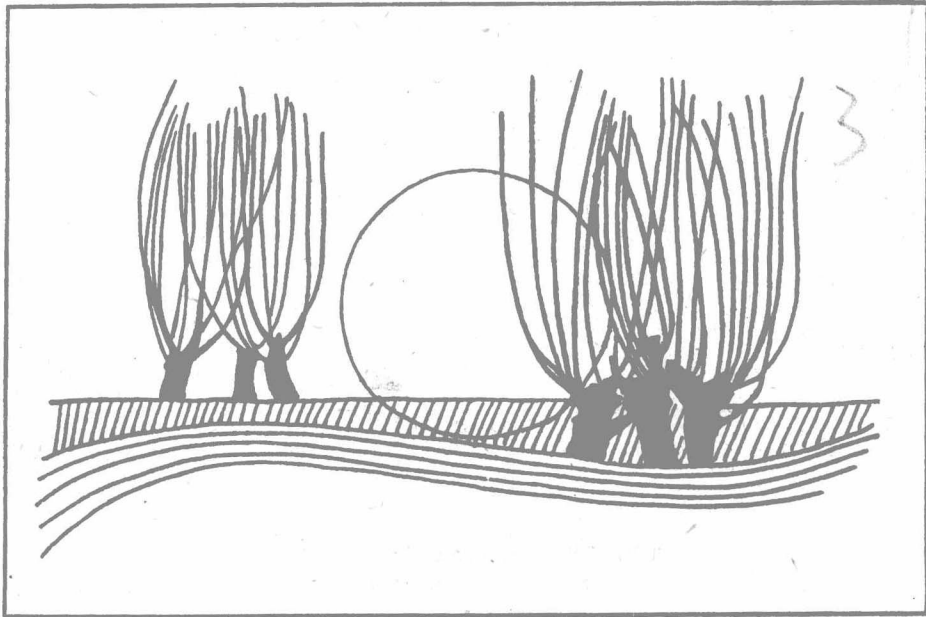
507983

九年义务教育教材(人教版)教案系列丛书

九年义务教育三年制初级中学

代数第三册教案

G 633.622
01



CS261661

人民教育出版社
东北朝鲜民族教育出版社

重庆师范学院图书馆

样

12

编写者：贾云山 颜其鹏 袁明德
饶汉昌 薛彬 田载今
审阅者：吕学礼
责任编辑：薛彬 方德斌

九年义务教育教材(人教版)教案系列丛书
九年义务教育三年制初级中学
代数第三册教案

*

人民教育出版社 出版发行
东北朝鲜民族教育出版社
延边新华印刷厂印刷

787×1092毫米 16开本 12印张 298千字

1995年4月第1版 1995年4月第1次印刷

ISBN 7-5437-1927-4/G·2020 (课)

印数：1-45 000册 定价：5.50元

邮编：133000 地址：延吉市友谊路11号 电话：515362

说 明

根据国家教委的有关规定，我国 1993 年开始执行实施九年义务教育课程计划，即 1993 年秋季入学的小学一年级和初中一年级将正式使用九年义务教育新教材。

根据国家教委规划，人民教育出版社编写了五四学制和六三学制两套教材。包括小学和初中的所有学科共计 22 门学科。这两套教材已从 1990 年秋季起，在全国 28 个省、市、自治区，几十万学生中试验，受到广大教师和学生的喜爱和欢迎。

这两套教材的总体设计思想是以教科书为基础，是具有整体性的系列化教材。除教科书外，还有教师教学用书、挂图、图册、课外读物、实验手册、课外习题集、幻灯片、投影片、录音带和录像带等配套教材。

为了有利于全体学生生动、主动、全面地发展，系列化教材体现了全国统一的教学要求，即教学大纲的要求，使学生打下最必要的、共同的、扎实的基础。系列化教材同时适应不同地区和学校师资、学生基础、办学条件的不同，充分考虑到学生的不同爱好和特长，有利于因地、因校制宜和因材施教。

为了帮助广大教师和教研人员更好地了解和使用人民教育出版社新编九年义务教育系列化教材，由人民教育出版社组织编写，人民教育出版社和东北朝鲜民族教育出版社联合出版《九年义务教育教材教案系列丛书》。本系列丛书是专门为使用人民教育出版社新编九年义务教育教材的学校的教师编写的，与人民教育出版社的教材配套使用。

本系列丛书包括与五四学制和六三学制教材配套使用的教案各一套，按照一本教科书一本教案的原则编写。编写按教学进度要求，每一课时都配有一份教案。

本系列丛书的编写队伍由人民教育出版社各学科教科书编写者和全国各地优秀教师共同组成，以充分发挥各自优势，尽量增强本系列丛书的实用性。编写者充分注意到已有的教师教学用书的内容，编写教案时紧扣教学大纲，针对教学中的重点、难点以及经常遇到的问题详加说明、分析，同时还结合不同课型及教学内容的特点辅以教学原则、教学方法等方面的内容。在编写这部分内容时则力求理论联系实际、深入浅出。其中部分教案直接取自在试验人民教育出版社新编教材中各地涌现出的好教案，这些教案有些出自具有丰富教学经验的老教师之手，有些则是年富力强的中青年教师的宝贵的教学经验的总结。这其中凝结着许许多多辛勤耕耘的园丁们的智慧。在编写过程中，编写者力图使用生动活泼的语言，并配以丰富的插图，使教案与教师教学用书互为补充、相得益彰。对于如何更好地使用人民教育出版社编写的其他系列化教材，教案中也根据具体情况做了必要的说明。

本系列丛书将完全按照教学进度要求，与九年义务教育教材同时供应。

我们将根据教学实践中广大教师提出的意见，不断进行修改、充实，并注意吸收在教学实践中涌现出的好教案，努力提高丛书的质量，把丛书编写得更好。

人民教育出版社

1994 年 12 月

目 录

第十二章 一元二次方程

第1课	一元二次方程	1
第2课	一元二次方程的解法(1)	3
第3课	一元二次方程的解法(2)	6
第4课	一元二次方程的解法(3)	8
第5课	一元二次方程的解法(4)	12
第6课	一元二次方程的解法(5)	15
第7课	一元二次方程的解法(6)	17
第8课	一元二次方程的根的判别式	19
第9课	一元二次方程的根与系数的关系(1)	23
第10课	一元二次方程的根与系数的关系(2)	26
第11课	二次三项式的因式分解(用公式法)(1)	31
第12课	二次三项式的因式分解(用公式法)(2)	35
第13、14课	测试练习	37
第15、16课	一元二次方程的应用	41
第17课	可化为一元二次方程的分式方程(1)	45
第18课	可化为一元二次方程的分式方程(2)	47
第19课	可化为一元二次方程的分式方程(3)	50
第20课	无理方程(1)	52
第21课	无理方程(2)	55
第22课	简单的二元二次方程组(1)	58
第23课	简单的二元二次方程组(2)	60
第24课	简单的二元二次方程组(3)	63
选讲课	二元二次方程组解法小结	66
第25课	小结与复习(1)	70
第26课	小结与复习(2)	74
第27课	小结与复习(3)	77

第十三章 函数及其图象

第1课	平面直角坐标系(1)	81
第2课	平面直角坐标系(2)	84
第3课	函数(1)	85
第4课	函数(2)	87
第5课	函数的图象(1)	90
第6课	函数的图象(2)	93
第7课	一次函数	95
第8课	一次函数的图象和性质(1)	97
第9课	一次函数的图象和性质(2)	100
第10课	二次函数 $y=ax^2$ 的图象(1)	102
第11课	二次函数 $y=ax^2$ 的图象(2)	105

720
5
100

第12课	二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 的图象(1)	106
第13课	二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 的图象(2)	109
第14课	二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 的图象(3)	111
第15课	反比例函数及其图象	114
第16课	小结与复习(1)	116
第17课	小结与复习(2)	119

第十四章 统计初步

第1课	平均数(1)	122
第2课	平均数(2)	123
第3课	平均数(3)	125
第4课	众数和中位数	126
第5课	方差(1)	128
第6课	方差(2)	129
第7课	方差(3)	131
第8课	用计算器求平均数、标准差和方差	132
第9课	频率分布(1)	133
第10课	频率分布(2)	135
第11课	实习作业	136
第12课	小结与复习	137

初中代数总复习

第1课	数的有关概念和运算	140
第2课	整式与因式分解	144
第3课	分式	149
第4课	二次根式	153
第5课	方程(1)	156
第6课	方程(2)	159
第7课	方程(3)	161
第8课	函数及其图象(1)	163
第9课	函数及其图象(2)	167
第10课	统计初步	169

初中代数自测题

自测题1	172
自测题2	175
自测题3	178
自测题4	180
自测题5	183

第十二章 一元二次方程

第1课 一元二次方程

一、目的要求

1. 使学生了解整式方程、一元二次方程的意义.
2. 使学生知道并能认识一元二次方程的一般形式, 会把一元二次方程化成一般形式.

二、内容分析

在本章之前, 我们已经把数系扩充到实数. 在实数范围内解一元二次方程 $ax^2+bx+c=0$ ($a \neq 0$), 虽然还受到 $b^2-4ac \geq 0$ 的限制^①, 但在初中, 利用一元二次方程所能解决的实际问题, 在实数范围内已经足够用了. 我们已经系统地研究了整式、分式的变形, 为学习可化为一元二次方程的整式方程、分式方程提供了必要条件. 刚刚在前面学习的二次根式, 与一元二次方程的关系更为密切. 其中由开平方演变而成的“直接开平方法”是一元二次方程的解法之一. 求根公式中的 $\sqrt{b^2-4ac}$ 就是一个二次根式. 本章教材就是在上述各项教材内容以及一元一次方程和一次方程组的基础上, 系统地研究和学习一元二次方程及其有关知识的. 可以看出, 一元二次方程的学习, 几乎是在此之前所学代数知识的综合运用.

从研究和学习方程知识的角度来看, 本章内容既是对初一学过的一元一次方程、二元一次方程组和可化为一次方程的分式方程的继续和发展, 也是以后学习方程和其他数学知识的基础. 比如高中阶段的指数方程、对数方程、三角方程, 实际上是指数、对数、三角的基本概念与一元一次方程和一元二次方程的综合. 至于今后学到的高次方程, 更是本章内容比较全面、系统的推广和提高. 因此, 本章内容的学习, 在方程知识方面起到了承前启后的作用. 此外, 初中数学中一些主要的运算技能、解题方法以及常用的一些数学思想方法, 如“换元法”、“配方法”等, 在本章教材中都有比较多的体现和应用. 又如, 在处理多元方程组和高次方程时, 通过“消元法”、“因式分解法”体现了“消元”和“降次”的思想和方法等. 综上所述可以看出, 本章教材内容在初中代数中占有重要的地位.

本章教材第一单元是一元二次方程, 内容包括一元二次方程的概念、解法和应用题.

本节课讲解一元二次方程的概念.

教材一开始作为“引例”提出一个问题, 经分析列出如下方程:

$$(80-2x)(60-2x)=1500.$$

整理后, 得

$$x^2-70x+825=0.$$

^① 这种限制是很明显. 例如 $x^2=-1$ ($b^2-4ac=0-4 \times 1=-4 < 0$) 这样一个简单的方程, 在实数范围内就没有解. 我们知道, 任何实数的平方不可能是负的. 为了解上述方程, 早在16世纪就有了负数平方根的表达式, 但很长一段时间, 人们认为 $\sqrt{-1}=i$ 是虚单位, 不起作用. 到了19世纪初, 人们才认识了 this “虚单位”, 并被广泛地应用于教学的许多分支.

指出：这是一个方程。但它与我们已经学过的一元一次方程不同。如何不同，这里不谈。只是说，我们学了这一章，就可以解这个方程，从而解决上述问题。

随后转入讲解本节课：一元二次方程的概念。一开始，还是从实际应用题列出一个方程：

$$x^2+5x=150,$$

经过移项化成下面的形式：

$$x^2+5x-150=0.$$

接下来，研究这个方程与我们已经学过的一元一次方程的相同点和不同点。我们看到，这个方程与我们已经学过的一元一次方程比较，相同点是方程的两边都是关于未知数的整式，都含有一个未知数；不同点是这个方程中的未知数的最高次数是2。由这个不同点引出：“这样的整式方程叫做一元二次方程。”

应当指出，这里出了整式方程的概念，主要是区别分式方程、无理方程。因为一些分式方程、无理方程，经变形后可化为一元二次方程。这样的方程只能叫做可化为一元二次方程来解的分式方程、无理方程，而不能叫一元二次方程。

接着教材提出“任何一个关于 x 的一元二次方程，经过整理，都可以化成下面的形式：

$$ax^2+bx+c=0(a\neq 0).$$

这种形式叫做一元二次方程的一般形式。”

正确了解一元二次方程的概念，并能把它化成一般形式是学好一元二次方程有关内容的前提。此外，为使学生熟悉一元二次方程的二次项系数，一次项系数以及常数项，教材中配置了相应的例题和练习。

三、教学过程

新课讲解：

引例可由教师提出并分析其中的数量关系，设出未知数，列出代数式，并根据等量关系列出方程

$$(80-2x)(60-2x)=1500.$$

(这其中应重点复习列方程解应用题的方法、步骤，或讲解或提问应视具体情况而定.)

提问：如何将上列方程整理？整理后，得

$$x^2-70x+825=0.$$

这里不必多讲，只指出：这个方程(什么方程？这里不谈)与我们已经学过的一元一次方程不同。我们学了这一章，就可以解这个方程，从而解决上述问题。

接着书写第4页的问题：

剪一块面积是 150cm^2 的长方形铁片，使它的长比宽多 5cm ，这块铁片应该怎样剪？

引导学生分析题意，设未知数，列出代数式，找出相等关系，列出方程：

$$x(x+5)=150.$$

去括号，得

$$x^2+5x=150.$$

现在来观察这个方程：它的两边都是关于未知数的整式，指出“这样的方程叫做整式方程。”就这一点来说它与一元一次方程没有什么区别，因而，一元一次方程也是整式方程。但一元一次方程未知数的次数是1，而上列方程未知数的最高次数是2，所以上列整式方程叫做一元二次方程。

(这样与一元一次方程对比着讲, 既使整式方程的内含扩大, 以加深学生的印象, 也可使学生深刻了解一元二次方程的意义.)

下列方程都是整式方程吗? 其中哪些是一元一次方程? 哪些是一元二次方程?

1. $3x+2=5x-3$; ($2x=5$)

2. $x^2=4$;

3. $(x-1)(x-2)=x^2+8$; ($3x=-6$)

4. $(x+3)(3x-4)=(x+2)^2$; ($2x^2+x-16=0$)

(上列方程都是整式方程. 其中 1、3 是一元一次方程, 2、4 是一元二次方程.)

上列方程中的 4, 两边展开, 得

$$3x^2+5x-12=x^2+4x+4,$$

移项, 得

$$2x^2+x-16=0.$$

事实上, 方程

$$x^2+5x=150,$$

移项, 得

$$x^2+5x-150=0.$$

这就是说, 任何一个关于 x 的一元二次方程, 经过整理, 都可以化成下面的形式:

$$ax^2+bx+c=0(a \neq 0).$$

这种形式叫做一元二次方程的一般形式. 这里应强调指出, 方程

$$ax^2+bx+c=0,$$

只有当 $a \neq 0$ 时, 才叫一元二次方程. 如果 $a=0$, $b \neq 0$, 就是一元一次方程了. 所以在一般形式中, 必须包含 $a \neq 0$ 这个条件.

随后指出, 在方程中 ax^2 , bx , c 各项的名称, 并举例说明.

课堂练习:

教科书 12.1 节练习; 习题 12.1A 组第 1 题.

四、课外作业

教科书习题 12.1A 组第 2 题. 学有余力的同学可做 B 组题.

第 2 课 一元二次方程的解法(1)

一、目的要求

1. 使学生掌握直接开平方法并会解某些一元二次方程.
2. 使学生学会解 $(x-a)^2=b(b \geq 0)$ 型的方程, 为进一步学习公式法作好准备.

二、内容分析

我们已经从实际问题引出了一元二次方程的概念, 并认识了一元二次方程的一般形式. 同时, 在引例的后面, 明确指出, 学了这一章, 就可解这个(从实际问题中)列出的方程, 从而解决这个(实际)问题. 很明显, 这里所谓的“学了这一章”, 重点是一元二次方程的解法. 掌握了解法, 解出了方程的解, 问题也就解决了. 从本节课开始, 我们就来研究一元二次方程的解法. 教学时, 适当提醒学生, 学习解一元二次方程的方法, 就是为了解决我们已经提

出的或其他大量的实际问题，以激发学生学习的积极性。

一元二次方程的解法重点是公式法。但对于某些一元二次方程，采用其他方法，如因式分解法、直接开平方法等，往往更简便一些。教材中关于解法的处理是先讲公式法，再讲因式分解法。在公式法中，包含了直接开平方法、配方法。直接开平方法、配方法既是为讲公式法作准备，也可以作为某些一元二次方程的解法。从这个意义上讲，作为一元二次方程的解法，本节仍然介绍了四种解法。

本节讲直接开平方法。开始的引例是

$$x^2 - 4 = 0,$$

将其变形，得

$$x^2 = 4.$$

这样，我们将与讲过的平方根的定义相衔接，并应用它浅显地引进——直接开平方法。

我们已经知道，一个字母不但可以表示一个具体的数，还可以表示一个代数式，因此，直接开平方法，还可解

$$(x+3)^2 = 2$$

这样的方程。教材中安排了这样的例题，这样，一则使直接开平方法的应用范围扩大，再则也为进一步讲解配方法作好准备。

三、教学过程

复习提问：

1. 什么叫整式方程？试举两例。

(方程两边都是关于未知数的整式，叫做整式方程。如 $3x+2=x-3$ ； $x^2+3x-4=0$.)

2. 什么样的方程叫做一元一次方程？什么样的方程叫做一元二次方程？

(在整式方程中，只含一个未知数，并且未知数的最高次数是1，这样的方程叫做一元一次方程；在整式方程中，只含一个未知数，并且未知数的最高次数是2，这样的方程叫做一元二次方程.)

3. 说明一元一次方程与一元二次方程的相同点和不同点。

(都是整式方程，并且都含有一个未知数，这是它们的相同点，它们的不同点是未知数的次数，一个是一次，一个是二次)。

4. 一元二次方程的一般形式是什么？其中 a 应具备什么条件？

(一元二次方程的一般形式是

$$ax^2 + bx + c = 0 (a \neq 0),$$

其中 a 应不等于零。因为 $a=0$ ，则上列方程就不是一元二次方程了.)

5. $x^2 - 4 = 0$ 是一元二次方程吗？其中二次项的系数、一次项的系数、常数项各是什么？

(是。二次项系数是1、一次项系数是0、常数项是-4.)

新课讲解：

我们来解方程

$$x^2 - 4 = 0.$$

先移项，得

$$x^2 = 4.$$

(这里，一个数 (x) 的平方得于4，这个数 (x) 叫做4的什么？——这个数 (x) 叫做4的平

方根(或二次方根); 一个正数有几个平方根? ——一个正数有两个平方根, 它们互为相反数.

求一个数的平方根的运算叫做什么? ——叫做开平方.)

上面的

$$x^2=4$$

实际上就是求 4 的平方根.

因此,

$$x=\pm\sqrt{4},$$

即

$$x_1=2, x_2=-2.$$

讲(或提问)到此, 指出: 这种解某些一元二次方程的方法叫做**直接开平方法**.

提问: 用直接开平方法解下列方程:

1. $x^2-144=0$;

2. $x^2-3=0$;

3. $x^2+16=0$;

4. $x^2=0$.

(1. $x_1=12, x_2=-12$;

2. $x_1=\sqrt{3}, x_2=-\sqrt{3}$;

3. 无解——(负数没有平方根);

4. $x=0$ (0 有一个平方根, 它是 0 本身)).

例 解方程

$$(x+3)^2=2.$$

说明与分析: 此例要求解出方程的根, 同时通过此例的学习也为进一步讲解公式法作准备. 实际上, 我们将用此例以及类似的题目推导出一元二次方程的另一解法——配方法.

可以看出, 原方程中 $x+3$ 是 2 的平方根.

解:

$$x+3=\pm\sqrt{2}.$$

即

$$x+3=\sqrt{2}, \text{ 或 } x+3=-\sqrt{2}.$$

$$\therefore x_1=-3+\sqrt{2}, x_2=-3-\sqrt{2}.$$

提问: 解下列方程:

1. $(x+4)^2=3$; 2. $(3x+1)^2=-3$.

(1. 由 $x+4=\pm\sqrt{3}$, 得

$$x_1=-4+\sqrt{3}, x_2=-4-\sqrt{3}.$$

2. 无解.)

课堂练习: 教科书 12.2 节第一个练习第 1~2 题.

课堂小结:

直接开平方法可解下列类型的一元二次方程:

$$x^2=b(b\geq 0);$$

$$(x-a)^2=b(b\geq 0).$$

根据是平方根的定义. 要特别注意, 由于负数没有平方根, 所以, 上列两式中的 $b\geq 0$. 当 $b<0$ 时, 方程无解.

四、课外作业

教科书习题 12.2(1)A 组题第 1~2 题, 学有余力的学生可做 B 组题第 1~2 题.

第3课 一元二次方程的解法(2)

一、目的要求

1. 使学生掌握配方法的推导过程, 能够熟练地进行配方.
2. 使学生会用配方法解数字系数的一元二次方程.

二、内容分析

作为一元二次方程公式解法的一部分, 我们已经学习并掌握了直接开平方法, 并能运用直接开平方法解某些一元二次方程. 教材通过解过的方程

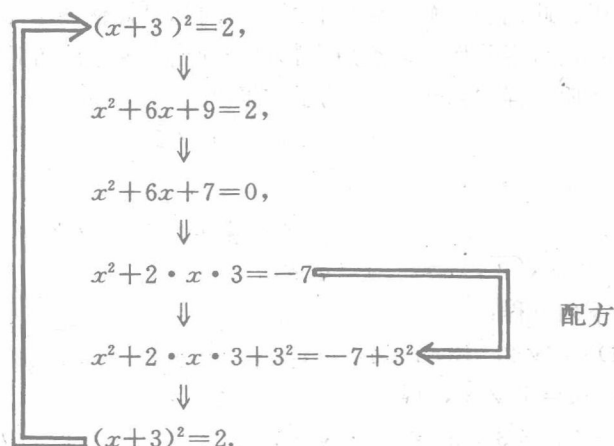
$$(x+3)^2=2$$

来研究一元二次方程的另一解法——配方法. 掌握了配方法, 就可以推导出一元二次方程的求根公式. 从这个意义上讲, 配方法是达到公式法的桥梁; 此外, 作为一种数学方法, 配方法在数学学习中占有重要的地位和作用. 因此, 对本节的教学要给予足够的重视.

教材利用方程

$$(x+3)^2=2$$

来研究配方法. 方法是将其展开, 化成一元二次方程的一般形式, 然后再化回来, 得到上面的形式, 从而找出配方的方法. 教材中有关化法程序如下:



从上面的程序可以看出, 为了使 $x^2+2 \cdot x \cdot 3$ 成为完全平方式, 在方程两边都加上 3^2 (即一次项系数 6 的一半的平方). 这一点, 我们从完全平方的三项式

$$\begin{aligned}(a+b)^2 &= a^2+2ab+b^2 \\ &= a^2+2b \cdot a+b^2\end{aligned}$$

可以得到验证(这里的 b^2 就是 $2b$ 一半的平方). 可以看出解一元二次方程的配方法, 就是“先把方程的常数项移到方程的右边, 再把左边配成一个完全平方式, 如果右边是非负数, 就可以进一步通过直接开平方来求出它的解.”教材的这种概括, 既体现了与前面所讲方法的内在联系, 也指出了“配方”的实际步骤. 作为一种数学方法, “配方”的实际步骤应要求学生熟练运用, 为进一步学习打好基础.

三、教学过程

复习提问：

1. 在 $(x+3)^2=2$ 中, $x+3$ 与 2 的关系是什么?

($x+3$ 是 2 的平方根.)

2. 试将方程的左边展开、移项、合并同类项.

($x^2+6x+9=2$, $x^2+6x+7=0$.)

新课讲解：

现在, 我们来研究方程

$$x^2+6x+7=0$$

的解法.

我们知道, 方程

$$x^2+6x+7=0$$

是由方程

$$(x+3)^2=2$$

变形得到的. 因此, 要解方程

$$x^2+6x+7=0$$

应当如何变形?

这里要求学生做尝试回答: 要解方程

$$x^2+6x+7=0$$

最好将其变形为

$$(x+3)^2=2.$$

这是因为, 我们会用直接开平方法解方程

$$(x+3)^2=2$$

了. 下面重点研究如何将方程

$$x^2+6x+7=0$$

变形为

$$(x+3)^2=2.$$

这里, 不是只研究这一道题解法的问题, 而是注意启发学生找出一般性规律.

将方程

$$x^2+6x+7=0$$

的常数项移到右边, 并将一次项 $6x$ 改写成 $2 \cdot x \cdot 3$, 得

$$x^2+2 \cdot x \cdot 3=-7.$$

由此可以看出, 为使左边成为完全平方式, 只需在方程两边都加上 3^2 , 即

$$x^2+2 \cdot x \cdot 3+3^2=-7+3^2,$$

$$(x+3)^2=2.$$

解这个方程, 得

$$x_1=-3+\sqrt{2}, x_2=-3-\sqrt{2}.$$

随后提出: 这种解一元二次方程的方法叫做**配方法**.

很明显, 掌握这种方法的关键是“配方”. 上述引例, 以及例 1, 二次项系数都是 1, 而

例 2, 二次项的系数不是 1, 这时, 要将方程的两边都除以二次项的系数, 就把该方程的二次项系数变成 1 了. 这样, “配方”就容易了.

在讲解例 1、例 2 前, 可让学生做如下练习.

填空:

1. $x^2+6x+\underline{\quad}=(x+\underline{\quad})^2$; (9, 3)

2. $x^2-5x+\underline{\quad}=(x-\underline{\quad})^2$; ($\frac{25}{4}$, $\frac{5}{2}$)

3. $x^2+\frac{4}{3}x+\underline{\quad}=(x+\underline{\quad})^2$. ($\frac{4}{9}$, $\frac{2}{3}$)

例 1、例 2 的讲解, 一方面是利用“配方法”求出一元二次方程的解, 另一方面是通过求解过程使学生掌握“配方”的方法. 讲解应突出重点, 对容易出错的地方应给予较多的讲解. 如例 2 解方程

$$2x^2+3=7x.$$

在“分析”中指出, 应先把这个方程化成一般形式:

$$2x^2-7x+3=0.$$

其次, 这个方程的二次项系数是 2, 为了便于配方, 可把二次项系数化为 1, 为此, 把方程的各项都除以 2.

$$x^2-\frac{7}{2}x+\frac{3}{2}=0,$$

移项, 得

$$x^2-\frac{7}{2}x=-\frac{3}{2}.$$

下一步应是配方. 这里, 一次项的系数是($-\frac{7}{2}$), 它的一半的平方, 是($-\frac{7}{4}$)². 学生在这里容易出错, 讲解时, 应提醒学生注意.

我们知道, 配方法解一元二次方程是比较麻烦的, 在实际解一元二次方程时, 一般不用配方法, 而用公式法, 但是, 配方法是导出公式法——求根公式的关键, 在以后的学习中, 会常常用到配方法, 所以掌握这个数学方法是重要的.

课堂练习:

教科书 12.2 节第二个练习 1. (4)、(5)、(6), 2.

四、课外作业

教科书习题 12.2(1)A 组第 3~4 题.

用配方法解关于 x 的方程 $ax^2+bx+c=0(a\neq 0)$. 此题为下一课讲解作准备, 可指定一些同学做, 从中了解在公式推导过程中存在的问题, 以备讲解公式法时参考.

第 4 课 一元二次方程的解法(3)

一、目的要求

1. 使学生掌握一元二次方程求根公式的推导.
2. 使学生能够熟练地运用求根公式解一元二次方程.

二、内容分析

我们已经学了一元二次方程的两种解法：直接开平方法，配方法。这两种方法是作为“公式法”的一部分处理的。直接开平方法解一元二次方程有一定的局限性；配方法要求每做一题都要配方一次，使之得到完全平方三项式的形式。这对熟悉并掌握这一重要的数学方法以及用它导出一元二次方程的求根公式是必要的。本节课就在前面讲过内容的基础上，讲解公式法。

教材主要是将一元二次方程

$$ax^2+bx+c=0(a\neq 0)$$

的一般形式进行“配方”，从而求出 x 。

在一般形式的一元二次方程中，因为 $a\neq 0$ ，所以可以把方程的两边都除以二次项的系数 a ，得

$$x^2+\frac{b}{a}x+\frac{c}{a}=0.$$

移项，得

$$x^2+\frac{b}{a}x=-\frac{c}{a}.$$

然后配方，整理，得

$$\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2=\frac{b^2-4ac}{4a^2}.$$

可以看出，这又成了可利用“直接开平方”来解的形式了。教材这样处理说明，公式法的推导过程，前一部分就是配方，后一部分主要是做开平方运算，或者说用直接开平方法求解。这就是说，求根公式的推导是“配方”与“开平方运算”的综合，也可以说，是用配方法求一般形式的一元二次方程的解。教材明确指出：一元二次方程

$$ax^2+bx+c=0(a\neq 0)$$

的根是由方程的系数 a, b, c 确定，这样就可以由方程系数代入求根公式以求得方程的根，这就是公式法的实际内容，务必使学生切实掌握，熟练运用。

本节课主要是讲公式的推导，也可举一、二个例题说明应用。

二、教学过程

复习提问：

1. 用配方法解方程 $x^2-3x+2=0$ 。
2. 用配方法解方程 $ax^2+bx+c=0(a\neq 0)$ 。

复习提问的目的不只是求出方程的解，还在于使学生熟悉并掌握配方法解一元二次方程的过程。特别是第2题，可结合提问、讲解过渡并讲授公式法——求根公式。教学时，可根据学生的具体情况，处理好这一问题，使学生能积极主动地学习，并能切实掌握它。

1.
$$x^2-3x+2=0.$$

移项，得

$$x^2-3x=-2.$$

配方，得

$$x^2-3x+\left(-\frac{3}{2}\right)^2=-2+\left(-\frac{3}{2}\right)^2,$$

$$\left(x-\frac{3}{2}\right)^2=\frac{1}{4}.$$

解这个方程，得

$$x - \frac{3}{2} = \pm \frac{1}{2}.$$

即

$$x_1 = 2, x_2 = 1.$$

新课讲解：

解复习提问 2.

$$ax^2 + bx + c = 0 (a \neq 0),$$

因为 $a \neq 0$ ，所以可以把方程的两边都除以二次项系数 a ，得

$$x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a} = 0.$$

(用配方法解一元二次方程，把方程两边都除以二次项系数，如解方程

$$2x^2 - 7x + 3 = 0,$$

把方程的各项都除以 2，这一点学生是熟悉的。这里的 2 是一个具体的数，不必提，因为 $2 \neq 0, \dots$ 。现在的方程是 $ax^2 + bx + c = 0 (a \neq 0)$ ，在书写过程中，必须有“因为 $a \neq 0$ ，所以 \dots 。”这一点，学生容易忽略，教学时，应予以强调。)

移项，得

$$x^2 + \frac{b}{a}x = -\frac{c}{a}.$$

(这里，应注意“符号”， $\frac{c}{a}$ 移至等号右边，必须改变符号。“符号”是学生容易忽略出错的问题，讲解时应提醒学生注意。)

配方，得

$$x^2 + \frac{b}{a}x + \left(\frac{b}{2a}\right)^2 = -\frac{c}{a} + \left(\frac{b}{2a}\right)^2,$$

即

$$\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = \frac{b^2 - 4ac}{4a^2}.$$

(我们知道，从配方得到这一步，下面应进行开平方运算。开平方运算的要点是，被开方数必须是非负数。这就是说，

$$\frac{b^2 - 4ac}{4a^2} \geq 0.$$

对于这个式子，其中 $4a^2 > 0$ ，因此， $b^2 - 4ac \geq 0$ ，即 $b^2 - 4ac$ 必须是非负数才能进行运算。据此，才有下面一步。)

因为 $a \neq 0$ ，所以 $4a^2 > 0$ ，当 $b^2 - 4ac \geq 0$ 时，得

$$x + \frac{b}{2a} = \pm \sqrt{\frac{b^2 - 4ac}{4a^2}}.$$

(下一步， $\dots \pm \sqrt{\frac{b^2 - 4ac}{4a^2}}$ 应是 $\pm \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2|a|}$ ，但因为式子前面还有符号“ \pm ”，所以无论 $a > 0$ 还是 $a < 0$ ，最终结果是一样的。因此，我们这里不加讨论。若分情况详细讨论，就复杂了。虽然教材中没有单独列出这一步，但教师应该掌握这一点，并对学有余力的学生，可考虑讲清这一点。对大多数学生，不要提出这个问题。)

$$x + \frac{b}{2a} = \pm \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a},$$

所以

$$\begin{aligned} x &= -\frac{b}{2a} \pm \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \\ &= \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}. \end{aligned}$$

这样，我们就得到了一元二次方程

$$ax^2 + bx + c = 0 (a \neq 0)$$

的求根公式

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} (b^2 - 4ac \geq 0).$$

讲到此，可以再说明以下两点：

1. 用公式法(求根公式)解一元二次方程，实际上就是给出 a, b, c 的数值(或表示式)，然后对代数式

$$\frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

进行求值(或化简)运算。要提醒学生注意计算不要出错，特别是 a, b, c 为负值时，一定要带着符号计算。

2. 这里的 $b^2 - 4ac \geq 0$ 是作为公式的一部分处理的。这就是说，在运用求根公式求解前，先求 $b^2 - 4ac$ ，当 $b^2 - 4ac \geq 0$ 时，方程有实数解，可以继续把根求出；当 $b^2 - 4ac < 0$ 时，方程没有实数解，这时，就不必再代入公式了。

例1 解方程 $x^2 - 3x + 2 = 0$ 。

说明：此例系复习提问(用配方法解的方程)1，我们已经解出： $x_1 = 2, x_2 = 1$ 。现在用求根公式求解。

$$\begin{aligned} \text{解：} \because \quad a &= 1, b = -3, c = 2, \\ b^2 - 4ac &= (-3)^2 - 4 \times 1 \times 2 = 1 > 0, \end{aligned}$$

$$\therefore x = \frac{-(-3) \pm 1}{2} = \frac{3 \pm 1}{2}.$$

$$\therefore x_1 = 2, x_2 = 1.$$

此题在解时，要注意 a, b, c 的符号，如 $b = -3$ ，所以代入公式中的 $-b$ ，应为 $-(-3)$ 。此外，按公式

$$\begin{aligned} x &= \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \\ &= \frac{-(-3) \pm \sqrt{(-3)^2 - 4 \times 1 \times 2}}{2 \times 1} = \frac{3 \pm 1}{2}. \end{aligned}$$

.....

因为，我们已计算了 $b^2 - 4ac = 1$ ，所以解题时可利用计算的结果，将其置于根号下： $\sqrt{1} = 1$ 。

例2 解方程 $2x^2 + 7x = 4$ 。

说明：用求根公式解一元二次方程，必须将方程化成一般形式，避免出现符号错误。

解：移项，得