

# 系统辨识新论

丁 锋◎著

$$\frac{1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \cdots + \frac{1}{2n-1} - \frac{1}{2n}}{\frac{1}{n+1} + \frac{1}{n+2} + \cdots + \frac{1}{2n}} = 1.$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left( 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \cdots + \frac{1}{n} - \ln n \right) = \gamma = 0.577215 \dots$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left( 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \cdots + (-1)^{n-1} \frac{1}{n} \right) = \ln 2 = 0.693147 \dots$$



科学出版社

# 系统辨识新论

丁 锋 著

科 学 出 版 社

北 京

## 内 容 简 介

“系统辨识”是大学高年级本科生和研究生的一门课程。本书是作者教学和科研创新经验的结晶,汇集了作者及其合作者在系统辨识领域的一些最新研究成果。

本书论述了系统辨识的基本理论和新型辨识方法。全书共分 8 章,内容包括:辨识导引、系统描述的基本模型、辨识精度与辨识基本问题、辅助模型辨识思想与方法、迭代搜索原理与辨识方法、多新息辨识理论与方法、递阶辨识原理与方法、耦合辨识概念与方法。

书中大量 Matlab 仿真例子源程序为初学者快速上手提供了一个学习蓝本。本书可作为高等院校高年级本科生、研究生“系统辨识”课程的教材,也可供自动控制类及相关电类专业教师和科技人员选用。

---

### 图书在版编目(CIP)数据

系统辨识新论/丁锋著. —北京:科学出版社, 2013

ISBN 978-7-03-035924-7

I. 系… II. 丁… III. 系统辨识 IV. N945.14

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2012) 第 258828 号

---

责任编辑:姚庆爽/责任校对:宋玲玲

责任印制:张倩/封面设计:耕者

科学出版社出版

北京东黄城根北街 16 号

邮政编码:100717

<http://www.sciencep.com>

源海印刷有限责任公司印刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

\*

2013 年 1 月第 一 版 开本:787×1092 1/16

2013 年 1 月第一次印刷 印张:29

字数:653 000

定价:98.00 元

(如有印装质量问题,我社负责调换)

## 作者简介



丁锋, 男, 湖北广水人, 2004 年受聘为江南大学“太湖学者”特聘教授, 博士生导师. 1980 年 9 月~1988 年 8 月湖北工业大学本科生、湖北制药厂变配电技术员; 1988 年 9 月~2002 年 6 月清华大学硕士、博士研究生(获优秀博士论文)、讲师、副教授; 2002 年 7 月~2005 年 10 月加拿大阿尔伯塔大学(University of Alberta, 埃德蒙顿)博士后、研究员; 2006 年 3~5 月香港科技大学研究员; 2008 年 5~12 月加拿大卡尔顿大学(Carleton University, 渥太华)访问教授, 2009 年 1~10 月加拿大瑞尔森大学(Ryerson University, 多伦多)研究员. 发表论文 300 余篇, 其中 SCI 收录 99 篇、EI 收录 186 篇, 32 篇 SCI 论文列入 2001 年 1 月 1 日~2011 年 12 月 31 日 ESI 高被引论文全球前 1%.

他提出和创立了辅助模型辨识思想、多新息辨识理论、递阶辨识原理、耦合辨识概念. 在辅助模型辨识、多新息辨识、递阶辨识、耦合辨识领域作出了杰出贡献, 提出了一系列辨识新方法, 研究了一系列参数估计算法的性能. 他在系统辨识方面所取得的最新研究成果代表着系统辨识学科的前沿之一, 尤其在辨识新方法、辨识方法收敛性分析等方面所作的贡献都是具有前瞻性和开创性的研究.

## 序 言 一

《系统辨识新论》一书汇集了作者承担多项国家自然科学基金项目的研究成果,是辨识领域的一部重要著作.该书除介绍了一些经典辨识方法外,还着重介绍了作者提出的一些新的基本辨识方法,首次以专著的形式发表.该书内容包括基本的最小二乘辨识方法、辅助模型辨识方法、多新息 (multi-innovation) 辨识方法、递阶 (hierarchical) 辨识方法、耦合辨识方法等.对一些典型辨识方法,该书深入地分析了算法的机理性质,包括参数估计误差及其收敛性能等,揭示了辨识算法一些比较深层的性质和特征,这对推动系统辨识的发展与应用有着重要的科学意义.

该书提出的一系列辨识方法和辨识算法的研究思想、鞅超收敛定理、辅助模型辨识思想、多新息辨识理论、递阶辨识原理、耦合辨识概念等都是些原创性的学术新思想.反映这些最新、最基础性辨识理论与方法等重要研究成果,都以 Regular Paper 形式发表在《Automatica》、《IEEE Transactions》等国际著名杂志上,并被国内外同行广泛引用,这对丰富辨识学科将起到重要作用.

上述研究成果体现了该书的学术水平及其创新点,在国内外都处于领先地位,出版该专著具有重要的科学意义.该书是作者在清华大学、江南大学给硕士生和博士生开设“系统辨识”等相关课程基础上,结合作者多年在系统建模与系统辨识方面的一些最新研究成果写成的.该书是辨识领域的一本理论专著,与国内外同类书相比,其独到之处表现在:

第一,内容新颖.该书除了介绍系统辨识的一些经典辨识方法外,还重点介绍了作者近年来在辨识领域取得的一系列最新的基础性研究成果,如辅助模型辨识思想与方法、多新息辨识理论与方法、递阶辨识原理与方法,以及新近提出的多变量系统耦合辨识概念与方法等.

第二,思路清晰.该书作者首次把随机系统分为“时间序列模型”、“方程误差类模型”和“输出误差类模型”三大类,使辨识算法的类别变得十分清晰;详细阐述了辨识方法的起源和形成背景,使得算法推导过程详尽而不冗长.

第三,原始创新性.该书不仅传授知识,而且还传授科学研究与创新的新思想和新方法.重要的是,书中还提出了一系列值得学者们深入研究的辨识课题.

第四,实用性强.提供了Matlab仿真例子和程序,使读者易于掌握和应用.

丁锋教授在系统辨识领域发表了大量的SCI论文和大量ESI高被引论文,其学术贡献得到国内外同行的认可,可以说他在辨识方面所做的工作代表着系统辨识学科的前沿之一,

尤其在辅助模型辨识、多新息辨识、递阶辨识、耦合辨识等方面所作的贡献,都具有前瞻性和开创性.



中国工程院院士 孙优贤 教授  
2012年12月于浙江大学

## 序 言 二

《系统辨识新论》一书的问世,对读者是一大喜幸. 尽管国内外出版的系统辨识书不少,但该书在体系结构、素材选择、写作方法、内容组织等方面都具有独到之处,都是作者别具一格、独具匠心的创新与安排.

该书介绍了系统辨识的一些基本理论知识,以及作者多年来在辨识领域取得的系列研究成果,包括发表在控制界国际著名期刊《Automatica》和《IEEE Transactions》等上,且被广泛引用的研究成果. 这些研究成果也得到多项国家自然科学基金项目资助(项目结题成果都被国家自然科学基金委评价为“优秀”). 该专著包含作者对科学研究事业如火的热情和潜心钻研的科学信心,是作者致力于科学创新研究给该领域所带来的一笔精神财富和科学财富,是辨识领域中不可多得的一部研究型理论专著.

《系统辨识新论》这部兼作研究生教材的自传式学术专著涵盖了作者提出的一些新的基本辨识方法,包括辅助模型辨识思想、多新息辨识理论、递阶辨识原理、耦合辨识概念及其辨识方法等内容. 辅助模型辨识思想是以系统可测信息建立一个辅助模型,并用辅助模型的输出代替未知变量,能有效地解决存在不可测变量的系统辨识问题;多新息辨识理论通过引入新息长度(innovation length),将辨识算法中的标量新息扩展为新息向量,向量信息扩展为新息矩阵,充分利用历史数据信息和辨识新息,能加快收敛速度,提高辨识精度;递阶辨识原理针对大系统辨识问题,将原系统分解为若干子辨识模型,分别辨识子模型,并处理关联项,能提高计算效率,解决复杂模型的辨识难题,也可用于状态空间模型辨识;耦合辨识概念主要用于研究结构复杂、子系统间存在参数耦合的线性或非线性多变量系统辨识问题,减小辨识方法的计算量.

该书的作者丁锋教授具有很高的学术水平,在系统建模和辨识领域有很高的学术造诣. 我在丁老师的指导下作了一年访问学者,正是丁老师认真的科学态度和严谨的治学精神,一丝不苟的工作作风以及对待生活的积极态度,深深地感染了我. 他的这种态度和精神体现在书中每一个细节上.

与国内外同类书相比,这部专著具有内容新颖、思路清晰、算法推导过程详细独特特点外,还具有以下独到之处和特色.

(1) 该书将作者提出的一些新的基本辨识方法,如辅助模型辨识方法,多新息辨识方法,递阶辨识方法,耦合辨识方法等,首次以专著的形式发表.

(2) 作者首次把随机系统分为“时间序列模型”、“方程误差类模型”和“输出误差类模型”三大类,使辨识算法的类别变得十分清晰;算法推导过程详尽而不冗长,易于理解和掌握,大量的 Matlab 仿真实验有助于理解辨识方法的性能和证实算法的有效性.

(3) 该书原始创新性在于,不仅传授知识,而且还传授科学研究与创新的新方法. 该书可作为培养高层次创新型人才的教材和科研用书.

(4) 该书除了注重基础知识的介绍和讨论外,还特别提出了一些开放性辨识研究课题,使

读者能清楚了解辨识领域还有哪些研究难题尚未解决,为今后的研究指明了方向。

(5) 书中备有丰富思考题,以巩固对概念、方法的理解。每章后面的思考题有三种类型:一类是与本章内容相关的习题,是正文的一种补充和延伸;另一类是与其他章节内容相关的预备知识;还有一类是需要深入思考的辨识难题,这类问题的解决就是新的科学发现。

该书不仅浓缩系统辨识的一些经典方法,而且汇聚了作者多年在系统建模与系统辨识方面的一些最新研究成果,是作者 96 篇 SCI 论文和 32 篇全球前 1% 高被引 ESI 论文的结晶。该书除了详细介绍一些经典的基本辨识方法外,在内容上有很多创新。例如:

(1) 辅助模型辨识思想渊源于该书作者的硕士学位论文“多变量系统辨识”(1990 年),其本质是用辅助模型输出代替系统未知变量,即“代替”思想,2004 年被首次介绍到国际控制领域,一些辅助模型辨识研究成果发表在国际著名期刊《Automatica》和《IEEE Transactions on Automatic Control》上。

(2) 多新息辨识理论与辨识方法源于该书作者的博士学位论文“时变参数系统辨识及其应用”(1994 年),其本质是扩展系统辨识新息(innovation):标量新息扩展为新息向量,向量新息扩展为新息矩阵,即“扩展”理论,2007 年多新息辨识理论与辨识方法被首次介绍到国际控制领域,研究成果以 Regular Paper 形式发表在国际著名期刊《Automatica》和《IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, Part B: Cybernetics》上。

(3) 递阶辨识原理与辨识方法是该书作者 1996 年给清华大学硕士生、博士生讲授“大系统理论及应用”课程,受大系统递阶控制的“分解-协调原理”的启发提出的,把“分解”的思想引入辨识中,从而提出了递阶辨识原理,开辟了递阶辨识研究分支。

作者提出的递阶辨识方法的精彩之处在于:从一个简单矩阵方程  $Ax = b$  入手,把递阶辨识原理应用于西尔维斯特矩阵方程  $AX + XB = F$  的求解,再到多变量系统的递阶辨识。从中可以看出:作者把一个简单的方法用于解决一个十分困难的问题,方法真是奇妙,一环扣一环,读起来都十分引人入胜,透视着作者的智慧和精妙。

递阶辨识原理不仅能够解决大规模系统的计算量大的问题,而且能解决复杂系统的辨识问题,包括李雅普诺夫矩阵方程和(耦合)西尔维斯特矩阵方程等的递阶迭代求解问题。递阶辨识原理与辨识方法于 2005 年首次介绍到国际控制领域,发表在国际著名期刊《Automatica》和《IEEE Transactions on Automatic Control》等上。

(4) 耦合辨识概念是该书作者 1988 年在清华大学攻读硕士学位时,学习“过程辨识”多变量线性过程的参数估计方法时,受到具有公分母特征值多项式传递函数阵的多变量系统递推最小二乘估计方法,以及子系统辨识方法的启发,经过二十余年的思考,2009 年在加拿大多伦多瑞尔森大学(Ryerson University)作访问学者时,提炼形成的。2010 年第一篇耦合辨识重要研究论文“非均匀采样系统的部分参数耦合随机梯度辨识方法”发表在《IEEE Transactions on Automatic Control》。

辅助模型辨识思想、多新息辨识理论、递阶辨识原理、耦合辨识概念、鞅超收敛定理的提出和建立充分体现了丁老师科学研究的洞察力和敏锐力。这些重要研究成果被国际 SCI (Science Citation Index) 期刊广泛引用,该书作者有 32 篇 SCI 论文列入 2001 年 1 月 1 日~2011 年 12 月 31 日 ESI 全球前 1% 高被引论文,得到领域同行的认可。相信作者这些贡献必将对系统辨识的发展产生深远的影响。



该书所引用的参考文献主要是作者在该领域一系列研究成果. 这些文献对辨识领域的研究现状进行了比较全面的综述, 几乎包罗了该辨识领域的重要成果和反映相关重要问题的原始文献.

读了该书, 完全改变了以前我对“系统辨识”这门学科的看法, 使我对科学研究方法和科学创新方法有了全新的观念. 该著作是从事该领域的研究人员和学者的一本难得的教学用书和科研参考用书.



王冬青 教授

2012年12月于青岛大学

# 前 言

系统辨识是研究建立系统数学模型的理论与方法。系统建模和系统辨识在各个学科中都有广泛的应用。大千世界每一事物都有其运动规律。不同学科领域的研究对象，其运动规律用方程描述，就是数学模型。因此可以说，不同学科的发展过程就是建立它的数学模型的过程。例如，电学中简单的欧姆定律、基尔霍夫电流定律和电压定律。物理学更是如此，如经典力学中的牛顿第二定律、万有引力定律等，狭义相对论中的洛伦兹变换基本方程组。

辨识就是从含有误差的观测数据中提炼系统的数学模型（这种误差具有随机性，简称为噪声）。模型只能表述系统的主要特征，是实际系统输入-输出特性的一种近似。对于一个存在随机干扰噪声的复杂系统，要建立其数学模型，必须有特别的理论和方法支持，这就是“系统辨识理论与方法”。

系统建模与模型辨识（模型参数估计）是一切控制问题的基础。随着系统辨识的应用日益广泛，研究也日益深入，许多研究成果不断问世。然而，还缺乏系统总结这些优秀成果的著作，这就是本书的写作意图。这部研究型理论专著《系统辨识新论》重点介绍了作者在辨识领域取得的一系列最新研究成果，如辅助模型辨识思想、多新息辨识理论、递阶辨识原理、耦合辨识概念与方法等。

本书是作者在清华大学和江南大学为研究生开设的“系统辨识”等相关课程教学经验与科学研究经验的结晶，除注重基础知识和新发现的介绍和讨论外，还致力于传授科学研究与创新的新方法，提出了一些开放性的辨识课题，使读者能清楚地了解辨识领域还有哪些课题尚未解决，为今后的研究给出思路指引。

全书共 8 章。第 1 章为辨识导引，介绍辨识的定义、辨识模型、辨识目的和步骤、辨识方法的类别等，第 2 章为系统描述的基本模型，包括模型变换；第 3 章介绍辨识精度与辨识基本问题，涉及激励条件和辨识算法收敛分析的基本工具，以及一些典型辨识算法的收敛定理；第 4~8 章主要讨论本书作者新提出的辅助模型辨识思想与辨识方法、迭代搜索原理与辨识方法、多新息辨识理论与辨识方法、递阶辨识原理与辨识方法、耦合辨识概念与辨识方法等。随后是参考文献，供阅读正文有关章节查阅和参考。附录介绍了系统噪信比的定义及其计算、主要缩略语英汉对照、有关术语汉英对照，最后是索引和后记阅读完全书，回过头来再阅读第 1~3 章，结合辨识方法重新思考辨识的一些基本问题，收益会更大。

本书作者首次把随机系统分为“时间序列模型”、“方程误差类模型”和“输出误差类模型”三大类，使辨识方法的类别变得清晰；算法推导过程详尽但不冗长，易于理解和掌握，提供的 Matlab 仿真实验有助于理解辨识方法的性能和证实算法的有效性。书中给出的计算机仿真实验例子和 Matlab 源程序都是本书作者亲自完成的。因此，建议读者能亲自完成几个实验，以加深对理论方法的理解。

阅读本书需要线性代数、随机过程、控制理论的基本知识。本书可作为我国自动化等电类专业、控制科学与控制工程学科，培养高层次的创新型人才（硕士和博士研究生）的“系统

辨识”教材和科研用书,也可作为自学者、有关技术人员、工程师的参考书.

作为本科高年级学生或硕士、博士研究生教材,由于学时限制,可讲授一些基础的和主要的内容,其他的留给自学.建议的讲授方式如下:第1章前4节;第2章前3节;第3章重点讲解3.6、3.7节;第4章重点讲解前4节,先阅读完4.3节后,再看4.2节可加深对辅助模型辨识思想的理解;第5章讲授前3节;第6章讲授前5节;第7章讲授前4节、7.6节和7.7节;第8章讲授前4节.思考题可根据讲解内容进行选择,部分较难,不作要求.对辨识的实际工作者来说,可着重辨识方法的掌握,完全可以跳过书中一些理论问题(包括算法收敛性分析的引理和定理证明).

作 者

2012年8月于江南大学

## 主要符号说明

### 数集和数域

$\mathbb{N}$	自然数集: $\mathbb{N} = \{1, 2, 3, \dots\}$ .
$\mathbb{N}_0$	包括 0 的自然数集: $\mathbb{N}_0 = \{0, 1, 2, 3, \dots\}$ .
$\mathbb{Z}$	整数集: $\mathbb{Z} = \{\dots, -2, -1, 0, 1, 2, \dots\}$ .
$\mathbb{Q}$	有理数集或有理数域.
$\mathbb{R}$	实数集或实数域, $\mathbb{R} := \mathbb{R}^1$ .
$\mathbb{R}^n$	$n$ 维实欧几里得 (Euclidean) 空间, $\mathbb{R}^n := \mathbb{R}^{n \times 1}$ , 或 $n$ 维实数列向量集或实系数函数列向量集 (列向量空间).
$\mathbb{R}^{m \times n}$	所有 $m$ 行 $n$ 列矩阵构成的实空间或实系数函数空间.
$\mathbb{R}^{1 \times n}$	$n$ 维实数行向量集或实系数函数行向量集 (行向量空间).
$\mathbb{C}$	复数集或复数域; $\mathbb{F}$ 代表 $\mathbb{R}$ 或 $\mathbb{C}$ .
$\mathbb{C}^{m \times n}$	$m \times n$ 复矩阵集或复系数函数矩阵集; $\mathbb{F}^{m \times n}$ 代表 $\mathbb{R}^{m \times n}$ 或 $\mathbb{C}^{m \times n}$ .
$\mathbb{C}^n$	$n$ 维复数列向量集或复系数函数列向量集, $\mathbb{C}^n := \mathbb{C}^{n \times 1}$ ; $\mathbb{F}^{n \times 1} =: \mathbb{F}^n$ 代表 $\mathbb{R}^n$ 或 $\mathbb{C}^n$ .
$\mathbb{C}^{1 \times n}$	$n$ 维复数行向量集或复系数函数行向量集.
$\mathbb{F}$	代表 $\mathbb{R}$ 或 $\mathbb{C}$ .

### 数向量和数矩阵

$\mathbf{0}$	适当维数的零向量或零矩阵.
$\mathbf{0}_{m \times n}$	$m \times n$ 零矩阵.
$\mathbf{1}$	元均为 1 的适当维数矩阵.
$\mathbf{1}_{m \times n}$	元均为 1 的 $m \times n$ 矩阵.
$\mathbf{1}_n$	元均为 1 的 $n$ 维列向量, $\mathbf{1}_n := \mathbf{1}_{n \times 1}$ .
$\mathbf{I}$	适当维数的单位阵, 其对角元均为 1, 其余元均为零.
$\mathbf{I}_n$	$n$ 阶单位阵 $\mathbf{I}_n \in \mathbb{R}^{n \times n}$ , 其对角元均为 1, 其余元均为零.

### 基本数学符号

$\text{adj}[\mathbf{A}]$	矩阵 $\mathbf{A}$ 的伴随矩阵, $\text{adj}[\mathbf{A}] = \det[\mathbf{A}]\mathbf{A}^{-1}$ .
$\text{col}[\mathbf{X}]$	将矩阵 $\mathbf{X}$ 的列按次序排成的向量. 如

$\mathbf{X} = [\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \dots, \mathbf{x}_n] \in \mathbb{R}^{m \times n}$ ,  $\mathbf{x}_i \in \mathbb{R}^m$ ,  $i = 1, 2, \dots, n$ , 那么

$$\text{col}[\mathbf{X}] := \begin{bmatrix} \mathbf{x}_1 \\ \mathbf{x}_2 \\ \vdots \\ \mathbf{x}_n \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{mn}. \text{ 有的资料上用 } \text{vec}\mathbf{X} \text{ 代替 } \text{col}[\mathbf{X}].$$

const	常数.
cov	$\text{cov}[\mathbf{x}, \mathbf{y}]$ 表示随机向量 $\mathbf{x}$ 和 $\mathbf{y}$ 的协方差阵, 定义为 $\text{cov}[\mathbf{x}] := E[(\mathbf{x} - \bar{\mathbf{x}})(\mathbf{y} - \bar{\mathbf{y}})^T]$ , $\bar{\mathbf{x}} := E[\mathbf{x}]$ .
$D[*]$	$D[x(t)] := \text{var}[x(t)]$ 表示随机变量 (过程) $x(t)$ 的方差.
$\det[\mathbf{X}]$	矩阵 $\mathbf{X}$ 的行列式, 即 $\det[\mathbf{X}] :=  \mathbf{X} $ .
$\text{diag}[* , * , \dots , *]$	对角矩阵.
$\dim \varphi(t)$	表示向量 $\varphi(t)$ 的维数, 如 $\varphi(t) \in \mathbb{R}^n$ , 则 $\dim \varphi(t) = n$ .
$E[*]$	数学期望 (均值).
$E[* \mathcal{F}_t]$	对 $\mathcal{F}_t$ 的条件期望 (条件均值).
$\exp(x)$	指数函数, $\exp(x) = e^x$ .
for all	for all $t \geq 0$ 表示对所有 $t \geq 0$ , 即 $t = 0, 1, 2, \dots$ .
for any	for any $t > 0$ 表示对每一个 $t > 0$ , 即 $t = 1, 2, 3, \dots$ .
for large	for large $t$ 表示对大 $t$ .
for some	for some $t > 0$ 表示对某个 $t > 0$ , 如 $t = 1, 2, 3, \dots$ 中的一个.
$\text{grad}[f(\mathbf{x})]$	标量函数 $f(\mathbf{x})$ 对向量自变量 $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n$ 的梯度 (列向量).
$\text{Im}[s]$	$s$ 的虚部, 若 $s = \sigma + j\omega$ , $\sigma$ 和 $\omega$ 均为实数, 则 $\text{Im}[s] = \omega$ .
$\inf[*]$	下界. 例如, $f(x) = \exp(-x^2)$ , 则 $\inf[f(x)] = 0$ .
$j$	虚数单位, 即 $j = \sqrt{-1}$ .
lim	极限符号.
lim sup	上界极限符号.
$\ln[*]$	以 $e = 2.718281828459 \dots$ 为底的自然对数.
$\max[* , * , \dots , *]$	$(* , * , \dots , *)$ 中最大者.
$\min[* , * , \dots , *]$	$(* , * , \dots , *)$ 中最小者.
$\text{Re}[s]$	$s$ 的实部, 若 $s = \sigma + j\omega$ , $\sigma$ 和 $\omega$ 均为实数, 则 $\text{Re}[s] = \sigma$ .
$\text{sgn}(x)$	符号函数, 即 $\text{sgn}(x) = \begin{cases} 1, & x \geq 0, \\ -1, & x < 0. \end{cases}$
star (*)	Star 积或 * 积或星积 (即块矩阵 * 积, 块矩阵内积). 例如,

$$\mathbf{X} = \begin{bmatrix} \mathbf{X}_1 \\ \mathbf{X}_2 \\ \vdots \\ \mathbf{X}_p \end{bmatrix}, \mathbf{Y} = \begin{bmatrix} \mathbf{Y}_1 \\ \mathbf{Y}_2 \\ \vdots \\ \mathbf{Y}_p \end{bmatrix}, \mathbf{X} * \mathbf{Y} = \begin{bmatrix} \mathbf{X}_1 \\ \mathbf{X}_2 \\ \vdots \\ \mathbf{X}_p \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} \mathbf{Y}_1 \\ \mathbf{Y}_2 \\ \vdots \\ \mathbf{Y}_p \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{X}_1 \mathbf{Y}_1 \\ \mathbf{X}_2 \mathbf{Y}_2 \\ \vdots \\ \mathbf{X}_p \mathbf{Y}_p \end{bmatrix}.$$

sup	上界. 例如, $f(x) = 1 - \exp(-x^2)$ , 则 $\sup[f(x)] = 1$ .
T	上标 T 表示矩阵转置.
tr[ $\mathbf{X}$ ]	矩阵 $\mathbf{X}$ 的迹, 即矩阵 $\mathbf{X}$ 的对角元之和 (也等于 $\mathbf{X}$ 的特征值之和).
var[ $x(t)$ ]	随机过程 (变量) $x(t)$ 的方差, 即 $\text{var}[x(t)] = E\{[x(t) - E(x(t))]\}^2$ .
$x$	$x$   := abs( $x$ ) 表示 $x$ 的绝对值;
$\mathbf{X}$	$\mathbf{X}$   := det[ $\mathbf{X}$ ] 表示方阵 $\mathbf{X}$ 的行列式.

**变量和函数定义**

$A =: X$	$A$ 定义为 $X$ .
$X := A$	$A$ 定义为 $X$ .
$1(t)$	单位阶跃函数: $1(t) = \begin{cases} 1, & t \geq 0, \\ 0, & t < 0. \end{cases}$
$\ \mathbf{X}\ $	矩阵 $\mathbf{X}$ 的范数, 如定义为 $\ \mathbf{X}\ ^2 := \text{tr}[\mathbf{X}\mathbf{X}^T]$ 或 $\ \mathbf{X}\ ^2 := \lambda_{\max}[\mathbf{X}\mathbf{X}^T]$ .
$\mathbf{X}^{-1}$	方阵 $\mathbf{X}$ 的逆矩阵, 定义为 $\mathbf{X}^{-1}\mathbf{X} = \mathbf{X}\mathbf{X}^{-1} = \mathbf{I}$ , 或 $\mathbf{X}^{-1} = \text{adj}[\mathbf{X}]/\text{det}[\mathbf{X}]$ .
$\mathbf{X}^T$	矩阵 $\mathbf{X}$ 的转置.
$\mathbf{X}^*$	(复) 矩阵 $\mathbf{X}$ 的共轭转置.
$z^{-1}$	单位后移算子, 如 $z^{-1}y(t) = y(t-1)$ .
$f(t) = o(g(t))$	表示 $g(t) > 0$ , $\lim_{t \rightarrow \infty} \frac{f(t)}{g(t)} = 0$ .
$f(t) = O(g(t))$	表示 $g(t) \geq 0$ , 存在常数 $\delta_1 > 0$ 和 $t_1$ 满足 $ f(t)  \leq \delta_1 g(t)$ , $t \geq t_1$ .
$\mathbf{P}(t)$	协方差矩阵.
$\delta$	相对参数估计误差 $\delta := \ \hat{\boldsymbol{\theta}}(t) - \boldsymbol{\theta}\ /\ \boldsymbol{\theta}\ $ 或 $\delta := \ \hat{\boldsymbol{\theta}}(t) - \boldsymbol{\theta}(t)\ /\ \boldsymbol{\theta}(t)\ $ .
$\delta_a$	绝对参数估计误差 $\delta_a := \ \hat{\boldsymbol{\theta}}(t) - \boldsymbol{\theta}\ $ 或 $\delta_a := \ \hat{\boldsymbol{\theta}}(t) - \boldsymbol{\theta}(t)\ $ .
$\delta_0$	均方参数估计初值偏差 $\delta_0 := E[\ \hat{\boldsymbol{\theta}}(0) - \boldsymbol{\theta}\ ^2]$ , 或 $\delta_0 := E[\ \hat{\boldsymbol{\theta}}(0) - \boldsymbol{\theta}(0)\ ^2]$ .
$\delta_{ij}$	Kronecker delta 函数, $\delta_{ij} = \begin{cases} 1, & i = j, \\ 0, & i \neq j. \end{cases}$
$\delta_{\text{ns}}$	噪信比, 其定义见附录 A 和例 3.7-1.
$\boldsymbol{\theta}$ 或 $\boldsymbol{\theta}(t)$	时不变或时变参数向量 (或参数矩阵).
$\hat{\boldsymbol{\theta}}(t)$	参数向量 (矩阵) $\boldsymbol{\theta}$ 或 $\boldsymbol{\theta}(t)$ 在时刻 $t$ 的估计.

$\tilde{\theta}(t)$	参数估计误差 $\tilde{\theta}(t) := \hat{\theta}(t) - \theta$ 或 $\bar{\theta}(t) := \hat{\theta}(t) - \theta(t)$ .
$\lambda$	遗忘因子: $0 \leq \lambda \leq 1$ .
$\lambda[\mathbf{X}]$	方阵 $\mathbf{X}$ 的特征值.
$\lambda_i[\mathbf{X}]$	方阵 $\mathbf{X}$ 的第 $i$ 个特征值.
$\lambda_{\max}[\mathbf{X}]$	对称矩阵 $\mathbf{X}$ 的最大特征值.
$\lambda_{\min}[\mathbf{X}]$	对称矩阵 $\mathbf{X}$ 的最小特征值.
$\sigma[\mathbf{X}]$	矩阵 $\mathbf{X}$ 的非零奇异值 (不要求为方阵), 它定义为 $\sigma[\mathbf{X}] := \sqrt{\lambda[\mathbf{X}\mathbf{X}^T]}$ 或 $\sigma[\mathbf{X}] := \sqrt{\lambda[\mathbf{X}^T\mathbf{X}]}$ .
$\sigma_i[\mathbf{X}]$	矩阵 $\mathbf{X}$ 的第 $i$ 个非零奇异值.
$\sigma_v^2(t)$ 或 $\sigma_v^2$	噪声 $\{v(t)\}$ 的方差.
$\otimes$	Kronecker 积或直积, 若 $\mathbf{A} = [a_{ij}] \in \mathbb{R}^{m \times n}$ , $\mathbf{B} = [b_{ij}] \in \mathbb{R}^{p \times q}$ , 则 $\mathbf{A} \otimes \mathbf{B} = [a_{ij}\mathbf{B}] \in \mathbb{R}^{(mp) \times (nq)}$ , 一般 $\mathbf{A} \otimes \mathbf{B} \neq \mathbf{B} \otimes \mathbf{A}$ .
$\star$	Star 积或 $\star$ 积或星积 (即块矩阵 $\star$ 积, 块矩阵内积), 定义见上.
$\circ$	Hadamard 积, 定义为两个矩阵对应元素相乘. 若 $\mathbf{A} = [a_{ij}] \in \mathbb{F}^{m \times n}$ 和 $\mathbf{B} = [b_{ij}] \in \mathbb{F}^{m \times n}$ , 则 $\mathbf{A} \circ \mathbf{B} = [a_{ij}] \circ [b_{ij}] = [a_{ij}b_{ij}] \in \mathbb{F}^{m \times n}$ . Hadamard 积要求两个矩阵的维数相同. 两个矩阵的 Hadamard 积的例子如下:

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \\ a_{31} & a_{32} \end{bmatrix} \circ \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \\ b_{31} & b_{32} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11}b_{11} & a_{12}b_{12} \\ a_{21}b_{21} & a_{22}b_{22} \\ a_{31}b_{31} & a_{32}b_{32} \end{bmatrix}.$$

# 目 录

序言一

序言二

前言

主要符号说明

第 1 章 辨识导引	1
1.1 引言	1
1.2 辨识的定义	3
1.2.1 系统结构和参数	3
1.2.2 机理辨识方法或机理建模方法	3
1.2.3 统计辨识方法或统计建模方法	4
1.2.4 阶跃响应辨识方法	4
1.2.5 辨识的定义与辨识的四要素	5
1.2.6 一些学者的辨识定义	6
1.2.7 关于测量误差问题	7
1.3 数学模型与辨识模型	7
1.3.1 数学模型	7
1.3.2 辨识模型	10
1.4 辨识步骤与辨识目的	14
1.4.1 辨识的基本步骤	14
1.4.2 辨识的目的	18
1.4.3 实验设计	20
1.4.4 数据预处理	27
1.5 辨识方法的类别	30
1.5.1 最小二乘辨识方法	30
1.5.2 梯度辨识方法	31
1.5.3 辅助模型辨识方法	31
1.5.4 多新息辨识方法	32
1.5.5 递阶辨识方法	32
1.5.6 耦合辨识方法	33
1.6 小结	33
1.7 思考题	33
第 2 章 系统描述的基本模型	37
2.1 引言	37



2.2	线性系统模型变换	37
2.2.1	阶跃不变变换	38
2.2.2	双线性变换和欧拉变换	40
2.2.3	脉冲不变 $z-s$ 变换	41
2.2.4	离散模型化为差分方程模型	43
2.3	随机系统模型	46
2.3.1	时间序列模型	46
2.3.2	方程误差类模型	48
2.3.3	输出误差类模型	50
2.3.4	特殊方程误差模型	52
2.3.5	特殊输出误差模型	52
2.3.6	一般随机系统模型	53
2.4	多变量系统	53
2.4.1	多变量时间序列模型	54
2.4.2	多变量方程误差类模型	55
2.4.3	多变量输出误差类模型	56
2.4.4	特殊多变量方程误差类模型	57
2.4.5	特殊多变量输出误差类模型	57
2.4.6	一般多变量随机系统模型	58
2.5	类多变量系统	58
2.5.1	状态空间描述到输入输出表达	58
2.5.2	类多变量方程误差类模型	60
2.5.3	类多变量输出误差类模型	62
2.5.4	类特殊多变量方程误差模型	64
2.5.5	类特殊多变量输出误差模型	64
2.5.6	一般类多变量随机系统模型	65
2.6	多输入多输出系统	65
2.6.1	传递函数阵主模型	67
2.6.2	传递函数阵子模型	68
2.6.3	传递函数阵子子模型	68
2.7	多输入单输出系统模型	69
2.7.1	多输入方程误差类模型	69
2.7.2	多输入输出误差类模型	70
2.7.3	特殊多输入方程误差类模型	72
2.7.4	特殊多输入输出误差类模型	72
2.8	多输出系统	73
2.8.1	多变量系统结构	73
2.8.2	单输入多输出系统模型	74