

高等院校教材

画法几何

 同济大学出版社
TONGJI UNIVERSITY PRESS

© 顾文逵 缪三国 编著

画 法 几 何

顾文逵 缪三国 编著



同济大学出版社
TONGJI UNIVERSITY PRESS

内 容 提 要

本书主要内容有点、直线、平面、直线与平面及平面与平面间的相对位置、投影变换、曲线和曲面、立体、平面和立体截交、直线和立体相交及两曲面体的相交、立体表面的展开、轴测投影共十二章。

本书适用于高等院校理工科有关专业作教材使用,也可供电视大学、网络学院、函授大学等院校理工科有关专业作为教材使用。

与本教材配套使用的有《画法几何习题集》(顾文逵、缪三国编著),由同济大学出版社同时出版。

图书在版编目(CIP)数据

画法几何/顾文逵,缪三国编著. —上海:同济大学出版社,2012.4

ISBN 978-7-5608-4741-2

I. ①画… II. ①顾…②缪… III. ①画法几何—高等学校—教材 IV. ①0185.2

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2011)第 255906 号

画法几何

顾文逵 缪三国 编著

责任编辑 缪临平 责任校对 徐春莲 封面设计 潘向葵

出版发行 同济大学出版社 www.tongjipress.com.cn

(地址:上海市四平路 1239 号 邮编:200092 电话:021-65985622)

经 销 全国各地新华书店

印 刷 常熟市大宏印刷有限公司

开 本 787mm×1092mm 1/16

印 张 10.75

印 数 1—3100

字 数 265000

版 次 2012 年 4 月第 1 版 2012 年 4 月第 1 次印刷

书 号 ISBN 978-7-5608-4741-2

定 价 25.00 元

本书若有印装质量问题,请向本社发行部调换 版权所有 侵权必究

前 言

画法几何是研究在平面上用图形表示空间几何形体和运用几何作图来解决空间几何问题的一门学科。它不仅能为工程制图提供图示和图解的理论,而且通过学习,还可以培养和发展学生的空间想象能力和逻辑思维能力,因此,它是工科学生所必须掌握的一门技术基础课。

人们在工作和生活中遇到的各种各样的事物,都可以成为学习画法几何理论联系实际的对象,这样才能使课程内容变得生动易懂而不感到抽象。为了培养学生在学本课程时理论联系实际的习惯和能力,我们认为在教学过程中,应该指导学生学会学习的方法。也就是说,在教师的指导下,学生能主动地领会所学知识并应用它来解决问题。

本书根据教育部制定的关于“画法几何及机械制图”课程教学基本要求的精神,并结合作者长期从事画法几何及制图教学的经验,按少而精的原则编写。书中除保留画法几何原有的体系外,在内容上已将目前各校舍弃不用的部分予以删除。在内容安排上,则根据由浅入深、循序渐进和前后呼应、紧密联系的原则,以有利于教学。为了考虑不同专业,如装潢设计、锅炉制造等专业的需要,书中又编入了表面展开和轴测投影等章节,以便不同专业的师生选用。

本书中每章末还提供了一些复习思考题,供教师和学生参考,并在书末的附录中作出参考解答。教师在采用本教材授课时,可以多提出问题,以引导学生讨论;最好是能启发和鼓励学生也多提问题,并在提出问题和讨论问题中解决问题,如此才能向研究性学习迈进一大步。

本书由顾文逵和缪三国共同编写,其中,缪三国编写第一章至第六章,顾文逵编写第七章至第十二章,全书由顾文逵统稿并审定。由于编者的水平有限,书中难免有不妥之处,敬请读者批评指正。

编著者
2012年2月

目 录

前言

第一章 绪论	1
第一节 本课程的研究对象与学习任务	1
第二节 投影法的基本概念及其分类	1
第三节 正投影的基本特性	2
第二章 点	4
第一节 点的投影	4
第二节 两投影面体系的建立	4
第三节 三投影面体系的建立及其必要性	6
第四节 点的坐标与投影的关系	7
第五节 两点的相对位置	8
第三章 直线	11
第一节 直线的投影	11
第二节 特殊位置直线的投影及其特性	12
第三节 一般位置直线的投影及其特性	13
第四节 点在直线上	16
第五节 两直线的相对位置	17
第六节 直角一边平行于某一投影面时的投影	19
第四章 平面	22
第一节 平面的表示方法	22
第二节 平面对投影面的相对位置及其分类	23
第三节 特殊位置平面的投影及其特性	24
第四节 一般位置平面的投影及其特性	26
第五节 平面上的点和线	29
第六节 平面内的特殊位置直线	31
第五章 直线与平面及平面与平面间的相对位置	37
第一节 平行问题	37
第二节 相交问题	38



第三节 垂直问题	44
第六章 投影变换	48
第一节 变换投影面法	48
第二节 旋转法	56
第七章 曲线和曲面	67
第一节 曲线	67
第二节 曲面	71
第八章 立体	78
第一节 平面立体的投影及其表面取点线	78
第二节 曲面立体的投影及其表面取点线	80
第九章 平面和立体截交	85
第一节 概述	85
第二节 平面和平面体截交	85
第三节 平面和曲面体截交	87
第十章 直线和立体相交及两曲面体的相交	100
第一节 直线和立体相交	100
第二节 两曲面体的相交	102
第十一章 立体表面的展开	121
第一节 概述	121
第二节 平面体的展开	121
第三节 曲面体的展开图	124
第四节 变形接头的展开	132
第五节 相贯体的展开	134
第十二章 轴测投影	136
第一节 概述	136
第二节 正等测图	138
第三节 斜二测图	147
附录 复习思考题的参考解答	152

第一章 绪 论

第一节 本课程的研究对象与学习任务

画法几何的研究对象主要有两项：①研究空间几何元素如点、直线、平面、立体等在平面上的表示方法即图示法；②研究在平面上图解空间几何问题的方法即图解法。在学习图示法与图解法的过程中，能培养学生的空间想象能力、空间思维能力与空间分析能力。这对工程技术人员来说是极为重要和必不可少的一种能力。同时，画法几何中所提供的投影法和投影规律等又是工程制图最重要的表达基础。因为这些投影方法和原理均可直接用于工程制图，所以，它与工程制图的关系十分密切，有着文法与语言间的因果关系。因而，画法几何与工程制图，被列为高等院校理工科中一门极为重要的基础技术课。

第二节 投影法的基本概念及其分类

物体在光线的照射下，会在地面或墙壁上产生它的影子，这一过程实际上即为投影过程。将它抽象提高即可得知形成投影需有三大要素，①空间几何元素；②光线或投影线；③投影面。由此三者所形成的投影方法则称为投影法。常用的投影方法有两大类，即中心投影法与平行投影法，兹简述如下。

一、中心投影法

假设投射线从一光源 S 出发，则空间形体如 $\triangle ABC$ 在由光源 S 出发的一系列光线如 SA , SB , SC 的照射下，在它们与 H 平面的相交处即可在 H 平面上得出其投影 $\triangle abc$ ，这样就形成了中心投影法。其中，光源 S 称为投射中心，由 S 出发的一系列光线如 SA , SB , SC 等称为投射线， $\triangle ABC$ 为空间形体，平面 H 称为投影面，而 $\triangle abc$ 即为 $\triangle ABC$ 在 H 面上的中心投影。

由图 1-1 可见，随着投射中心 S ，投影面 H 与空间形体 $\triangle ABC$ 的相对位置不同， $\triangle ABC$ 在 H 面上的投影 $\triangle abc$ 的形状、大小也各异。由于中心投影不能反映

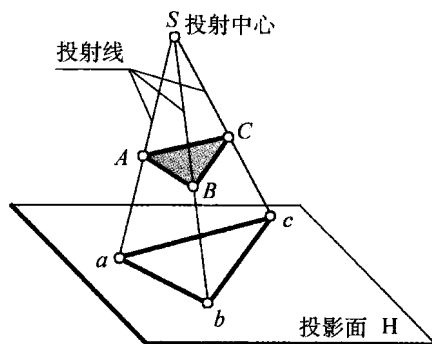


图 1-1 中心投影法

$\triangle ABC$ 的实形,其度量性差,作图也繁,因此,在机械制图中并不采用而仅用于建筑制图。

二、平行投影法

如将中心投影法中的投射中心 S 移至距投影面 H 无穷远处,则投射线 SA, SB, SC 等将交于无穷远处亦即可看作相互平行,这种投射线都相互平行的方法,就称为平行投影法。

显然,平行投影法又可分成平行正投影与平行斜投影两大类。在平行正投影中,投射线与投影面垂直,如图 1-2a)所示;而在平行斜投影中,则投射线与投影面倾斜,如图 1-2b)所示。

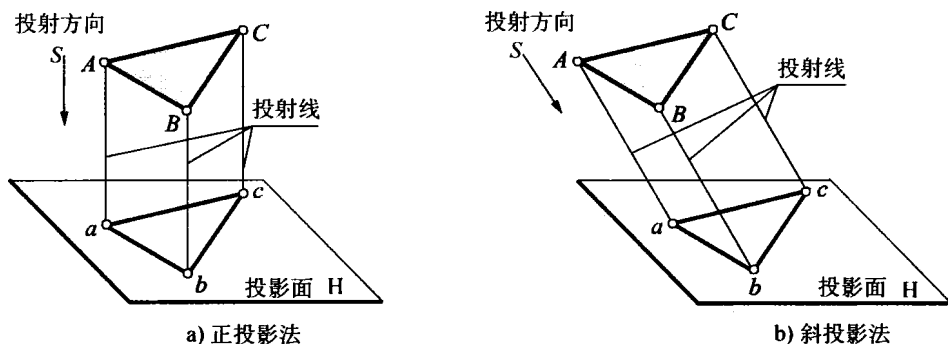


图 1-2 平行投影法

在机械制图中绝大多数的图示方法均按平行正投影的法则绘制,由于其应用广泛可简称为正投影法。本书除轴测投影一章中的部分内容外,其他均按正投影法绘制。

第三节 正投影的基本特性

一、直线的投影

直线的投影在一般情况下仍是一直线,只有当直线与投射线的方向平行时,其投影才成为点。而且空间点如位于一直线上,则该点的投影亦必位于该直线的同面投影上。如图 1-3 所示, D 点如位于 BC 上,则其投影 d 也必位于 BC 的投影 bc 上。

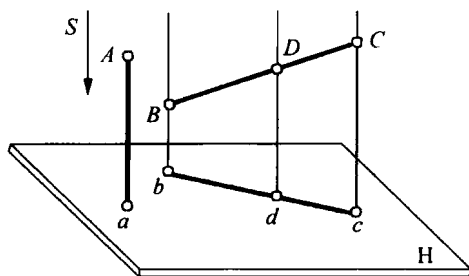


图 1-3 直线的投影

二、直线上两线段之比等于其投影长度之比

如图 1-3 所示, D 点将 BC 分成 BD 和 DC 两段,它们在 H 面上的投影分别为 bd 及 dc 。因为 $Bb \parallel Dd \parallel Cc$,所以 $BD : DC = bd : dc$ 。

三、空间两平行线的投影

空间两平行线的投影仍相互平行,且两平行线



段的长度之比等于它们的投影长度之比。如图1-4所示,设把两平行线 AB 和 CD 分别延长到与投影面 H 相交于 K 点及 M 点,则 $\triangle KBb$ 与 $\triangle MDd$ 相似,因 $KB : Kb = MD : Md$, 且 $KB : Kb = AB : ab$, $MD : Md = CD : cd$, 故 $AB : CD = ab : cd$ 。又因 $\triangle KBb \parallel \triangle MDd$, 它们和第三平面 H 的交线 $Kb \parallel Md$, 所以, 如 $AB \parallel CD$, 则必然 $ab \parallel cd$ 。

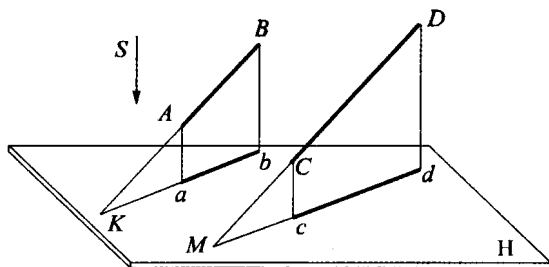


图 1-4 两平行线的投影

四、直线或平面垂直于投影面时的投影

当直线或平面垂直于投影面时,亦即与投射线的方向平行时,则它们的投影分别积聚成点或直线,如图1-5所示。而当直线或平面平行于投影面时,则它们的投影分别反映该直线的实长及该平面的实形,如图1-6所示。

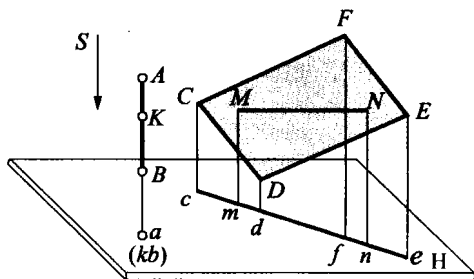


图 1-5 垂直于投影面的直线和平面的投影

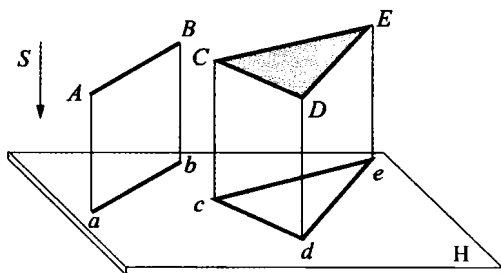


图 1-6 平行于投影面的直线和平面的投影

五、直线倾斜于投影面时的投影

在正投影中,当直线倾斜于投影面时,其投影必小于实长;而当平面倾斜于投影面时,其投影也必小于实形,如图1-7所示。

在图1-7中,因斜边大于底边,故 $AB > ab$ 。

$\square CDEF$ 与 $\square cdef$ 成类似形,且 $\square cdef$ 的面积小于 $\square CDEF$ 的面积。

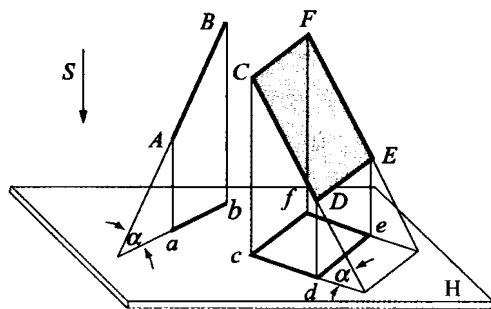


图 1-7 倾斜于投影面的直线和平面的正投影

复习思考题

1. 常用的投影方法有哪几类? 各用于什么场合?
2. 正投影的基本特性有哪些?

第二章 点

第一节 点的投影

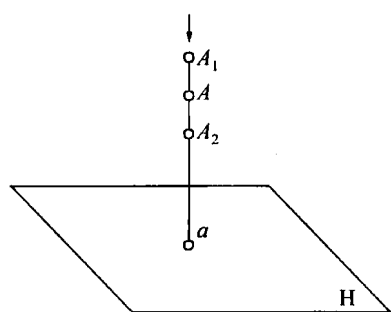


图 2-1 点在一投影面上的投影

一点在一个投影面上的投影,不能确定它在空间的位置。如图 2-1 所示,自空间一点 A 向 H 面作垂线即可得到点 A 在 H 面上的正投影 a ,但在此垂线上可有无穷多个点如 A_1, A_2 等,它们的投影均和点 A 的投影 a 重合。由此得出结论:根据点 A 的一个投影不能确定它在空间的位置,即不能解决点 A 在空间的定位问题。因此,有必要建立两投影面体系。

第二节 两投影面体系的建立

设在空间有两个相互垂直的平面并把它们作为投影面,其中,直立的称为正投影面并以字母 V 表示;而水平的则称为水平面以字母 H 表示。这样 V 面、 H 面两平面就把整个空间分成四个部分,每一部分称为分角,其顺序如图 2-2 所示。其中,第一分角以大写罗马字 I 表示,第二分角以 II 表示,依次类推。 V 面、 H 面两投影面的交线则称为投影轴,并以 OX 表示。这样,我们就在空间建立了由 V 面、 H 面所组成的两投影面体系。

建立了两面体系后,点在空间的位置就可分处于各个分角内。但根据我国制图国家标准的规定,我国所采用的是第一分角画法,亦即设想把空间形体都放在第一分角内再向投影面投影,所以本书也主要介绍第一分角的画法。

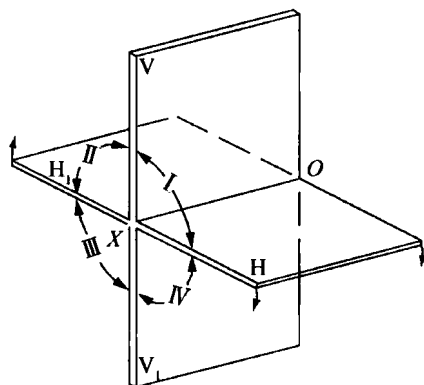


图 2-2 两投影面体系的建立

一、点在两投影面体系中的投影

我们设想把空间四个分角中的第一分角取出来,亦即取出 V 面的上半部和 H 面的前半



部,即可研究点在两面体系中的投影规律。

图 2-3a)表示了点 A 相对于 V 面、 H 面两投影面投影的轴测图。自点 A 向 V 面作垂线,其垂足就是点 A 的正面投影,规定以点的小写字母加一撇即 a' 表示。同理,自点 A 向 H 面作垂线所得的垂足即为点 A 的水平投影,规定以点的小写字母不带一撇表示即 a ,这样点 A 在第一分角内就有两个投影 a' 和 a 。 Aa' 和 a 三点处于同一垂直于 OX 轴的平面内,故如已知点 A 的两投影 a' 和 a ,则点 A 在空间的位置就可以通过它们分别向 V 面和 H 面作垂线而能唯一确定。因此,用点的两面投影是可以确定该空间点的一种有效手段。

由于 a' 和 a 分处于两个相互垂直的平面上,为了要把它们画在同一纸面上,就必须将投影面旋转。规定 V 面不动, H 面则绕投影轴 OX 向下旋转至与 V 面的下半部重合即可得出图 2-3b)。在旋转过程中,点 A 距 V 面的距离 y_A 和点 A 距 H 面的距离 z_A 均保持不变,由于 $a'Aa$ 平面既垂直于 V 面,又垂直于 H 面,故此平面也必垂直于投影轴 OX ,所以在投影面旋转以后 $a'a$ 的连线也必垂直于 OX 轴;由此可得图 2-3b),又因投影面是无穷大的,我们可以将它们的边框去掉,这样我们所得的图 2-3c)即是我们所需的点的两面投影图。规定 OX 轴和 $a'a$ 间的投影连线均用细实线表示,投影连线和 OX 轴的交点则可标以 a_x 。

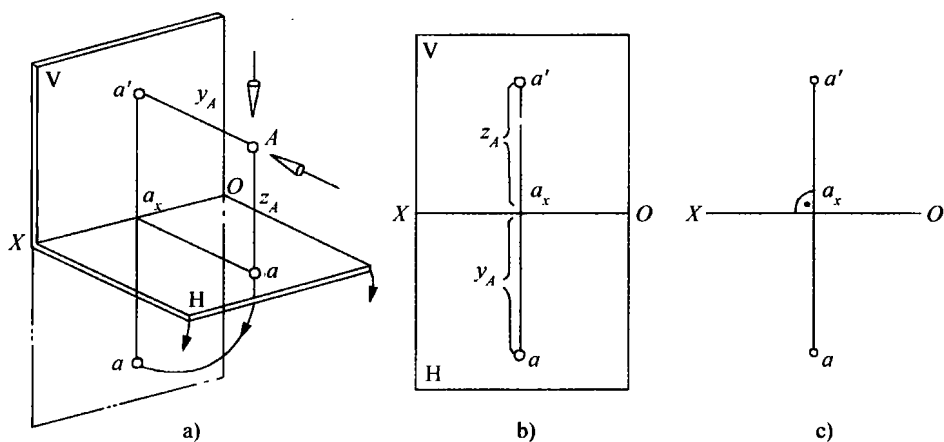


图 2-3 点在两投影面体系中的投影

当然,位于第一分角内的点除位于分角中间之外,还可位于投影面和投影轴上。空间点如位于投影面上,则必有一个投影和它本身重合;而空间点如位于投影轴上,则它的两投影均必和它本身重合,如图 2-4a)所示,图 2-4b)则为相应的投影图,应注意的是在投影图上规定不写表示空间点的大写字母。

二、点在两面体系中的投影规律

由图 2-3 我们可得出点在两面体系投影中的重要规律:①点的正面投影和水平投影的连线垂直于 OX 轴,如 $a'a$ 垂直于 OX 轴;②空间点到 V 面的距离等于该点的水平投影到 OX 轴之距即 aa_x ,而空间点到 H 面的距离等于该点的正面投影到 OX 轴之距即 $a'a_x$ 。

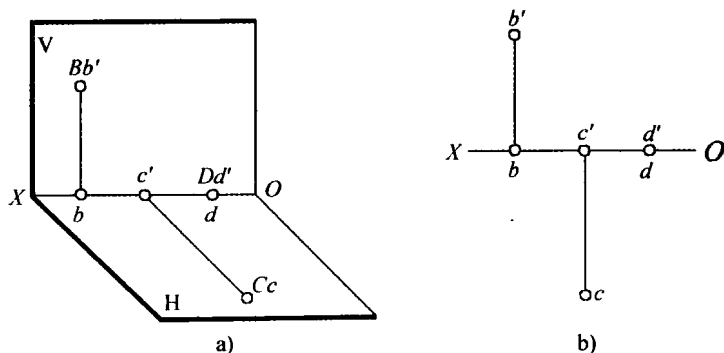


图 2-4 位于投影面和投影轴上的点的投影

第三节 三投影面体系的建立及其必要性

由上可知,点在两面体系中的两投影已能确定它在空间的位置,但点只是最简单的几何元素,对于复杂的形体仅用它的两投影往往还很难表达清楚,而需三个或更多的投影来表达,因此有必要建立空间的三投影面体系。

设在原来两面体系的基础上再增加一个与它们均垂直的侧立投影面 W,如图 2-5 所示。这样就形成了空间的三投影面体系,在空间相互垂直的三个投影面 V 面、H 面和 W 面,将整个空间分成 8 个部分,每个部分的名称仍为分角,其顺序如图 2-5 所示。V 面、H 面、W 面三投影面分别交于三条交线,仍称投影轴,其中 V 面、H 面的交线为 XX 轴,V 面、W 面的交线则为 ZZ 轴,W 面、H 面的交线称为 YY 轴,而三轴的交点则称为原点,并以 O 表示。

根据我国制图标准的规定采用第一分角画法,故在三面体系中,我们也把 V 面上部、H 面前部和 W 面前部的空间即第一分角取出来,研究各几何形体的投影及其规律。

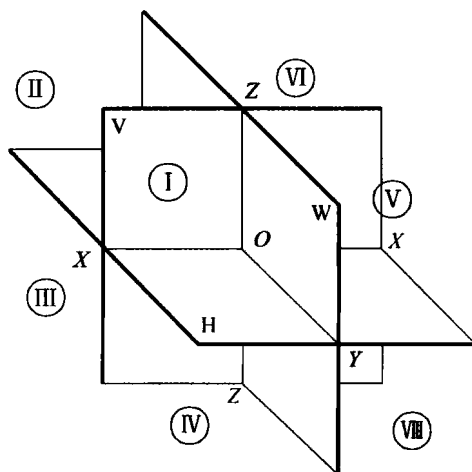


图 2-5 三投影面体系的建立

一、点在三投影面体系中的投影

图 2-6a) 表示的是点 A 相对于 V 面、 H 面、 W 面三投影面的投影的轴测图。

自点 A 向 V 面作垂线, 得到的是点 A 正面投影 a' , 自点 A 向 H 面作垂线得到的是点 A 的水平投影 a , 自点 A 向 W 面作垂线所得的垂足就是点 A 的侧面投影, 规定以小写字母加两撇即 a'' 表示。

这样在三面体系内, 空间点 A 可有三个投影即 a' 、 a 和 a'' , 如前述相同, 因为 a' 、 a 和 a'' 分别处于空间的三个不同的平面上, 为了在同一纸面上能把它们一起画出来, 还必须将投影面进行旋转, 规定 H 面仍绕 OX 轴向下旋转, W 面则绕 OZ 轴向右旋转, 而 V 面仍保持不动, 旋转以后的投影图如图 2-6b) 所示。需注意的是 OY 轴在空间只有一根, 但 W 面旋转时它也要跟着旋转, 为了便于识别可以在投影图中分别记上 Y_H 和 Y_W 。同样, 因为投影面可以无穷扩展, 故去除其边框后即可得出点 A 的三面投影图, 如图 2-6c) 所示。

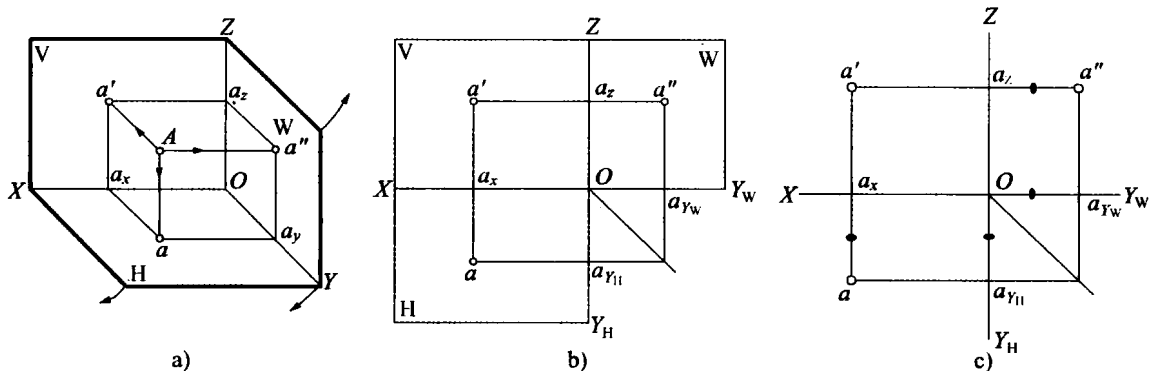


图 2-6 点在三投影面体系中的投影

二、点在三面体系中的投影规律

由图 2-6 我们可得出点在三面体系投影中的重要规律: ①点的正面投影 a' 和水平投影 a 的连线垂直于 OX 轴, 即 $a'a$ 垂直于 OX 轴; ②点的正面投影 a' 和侧面投影 a'' 的连线垂直于 OZ 轴, 即 $a'a''$ 垂直于 OZ 轴; ③点的水平投影 a 到 OX 轴之距离等于点的侧面投影 a'' 到 OZ 轴的距离, 即 $aa_x = a''a_z$, 为保证此两线段相等, 作图时可借助于一条过 O 点的 45° 辅助线(或过 O 点作 $1/4$ 圆弧)作出, 如图 2-6c) 所示。

第四节 点的坐标与投影的关系

确定点在空间的位置除利用其投影外, 还可以通过坐标的方法。

如果把空间的三个投影面作为坐标面, 把投影轴看作坐标轴, 把三根投影轴的交点作为坐标原点, 则就成为一直角坐标体系。

由图 2-7 可见,点的投影与坐标间存在着如下的关系:点 A 的 V 面投影位于 V 面上,故它到 V 面的距离为零,亦即其 y 坐标为零,故投影 a' 的三坐标应为 $a'(x, 0, z)$;点 A 的 H 面投影位于 H 面上,故它到 H 面的距离为零,亦即其 z 坐标为零,故投影 a 的三坐标应为 $a(x, y, 0)$;点 A 的 W 面投影位于 W 面上,故它到 W 面的距离为零,亦即其 x 坐标为零,故投影 a'' 的三坐标应为 $a''(0, y, z)$ 。

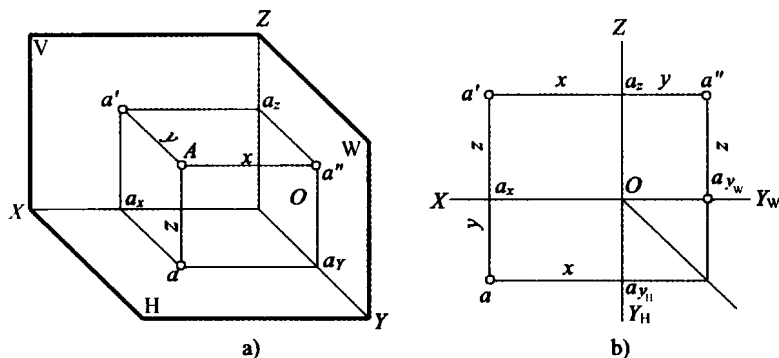


图 2-7 点的投影与坐标

由此可见,点的任意两个投影就包含了三个坐标值,所以,已知点的两投影或其三个坐标值,均可定出它在空间的位置。

需注意的是坐标是向量,有正、负之分。在画法几何中是按右手定则来确定坐标的正方向的,即从原点 O 出发 X 轴向左、 Y 轴向前、 Z 轴向上为坐标的正方向。亦即第一分角的坐标均为正值。这样,在投影图中可见 $x = aa_{y_H} = a_x O = a' a_z$; $y = aa_x = a_{y_H} O = a_{y_W} O = a'' a_z$; $z = a' a_x = a_z O = a'' a_{y_W}$ 。

第五节 两点的相对位置

如图 2-8 所示,两点间的相对位置可用一点相对于另一点的相对坐标,即它们间的坐标差来确定。

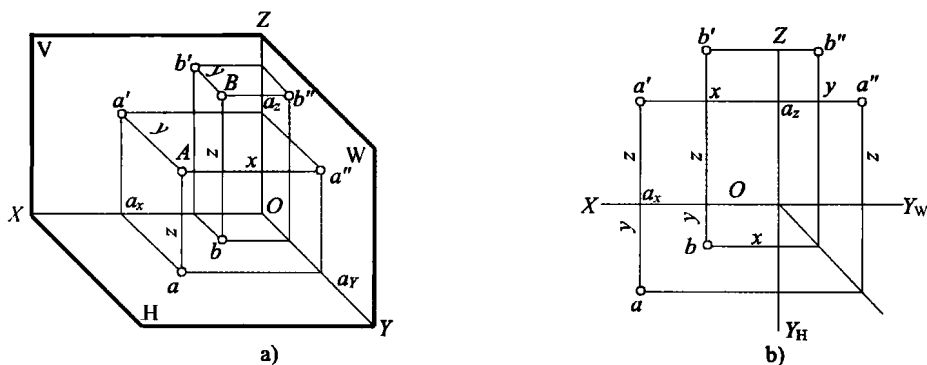


图 2-8 两点的相对位置



例如:点 B 相对于点 A ,则在 x 方向的相对坐标为 $(x_b - x_a)$ 为负值,表示点 B 在点 A 之右距 W 面较近,即点 B 在点 A 右方;在 y 方向的相对坐标为 $(y_b - y_a)$ 亦为负值,表示点 B 在点 A 之后距 V 面较近,即点 B 在点 A 后方;在 z 方向的相对坐标为 $(z_b - z_a)$ 为正值,表示点 B 在点 A 之上距 H 面较远,即点 B 在点 A 上方。

[例 2-1] 已知点 A 的三坐标为 $A(20, 10, 15)$,作出它的三面投影。

[作法] (1) 先画出三面体系,在投影图上只需画出投影轴 OX , OY_H , OY_W 及 OZ ,如图 2-9a)所示。

(2) 根据 $x = 20$ 可在原点 O 的左方 20 mm 处定出点 a_x 的位置, $a'a$ 的连线必过 a_x 且垂直于 OX 轴。

(3) 根据 $y = 10$,可从 a_x 往下量 10 mm 得出点 A 的水平投影 a ,并从 a_x 往上量 15 mm,可定出点 A 正面投影 a' 的位置,如图 2-9b)所示。再根据点的三投影面的规律,作 45° 的辅助线后即可得出点 A 的侧面投影 a'' ,作法如图 2-9c)所示。

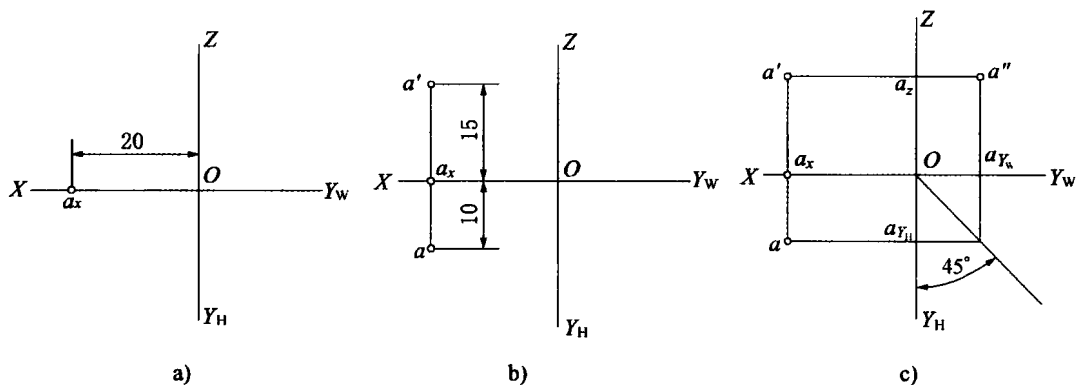


图 2-9 由点的坐标作出其投影图

[例 2-2] 已知点 B 的正面投影 b' 及侧面投影 b'' ; 点 C 的水平投影 c 及侧面投影 c'' , 分别求作它们的第三面投影。

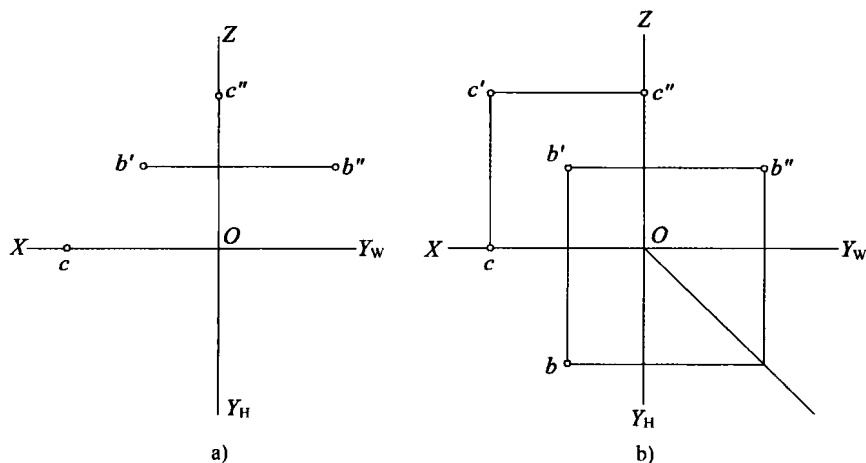


图 2-10 由点的两投影求第三投影



[作法] (1) 因为 $b'b$ 垂直于 OX 轴, 再根据 b 到 OX 轴之距等于 b'' 到 OZ 轴之距的规律, 借助于 45° 直线返回, 即可得出点 B 的水平投影 b 。

(2) 在三面体系中, 如点的两个投影分别位于两根轴上的话, 则此点在空间必位于一投影面上。根据投影图分析可知点 C 位于 V 面上, 所以其水平投影 c 位于 OX 轴上, 其侧面投影 c'' 位于 OZ 轴上。

(3) 从 c'' 作投影线垂直于 OZ , 从 c 作投影线垂直于 OX , 则此两垂线的交点必为 o' 。

复习思考题

1. 点在两投影面体系中有何规律? 在三投影面体系中又有何规律?
2. 点的投影和坐标间存在着何种关系?
3. 位于投影面上的点及位于投影轴上的点, 它们在投影图上分别有何特性?
4. 辨别两点间的相对位置可用什么方法?

第三章 直 线

第一节 直线的投影

一、直线的投影可由该线上的两点的投影所确定

将直线上的两点向 V 面、H 面分别投影,可得出该两点在 V 面和 H 面上的两投影。然后,再把两点的 V 面投影和两点的 H 面投影分别相连即得该直线的两面投影,如图3-1a)和3-1b)所示。

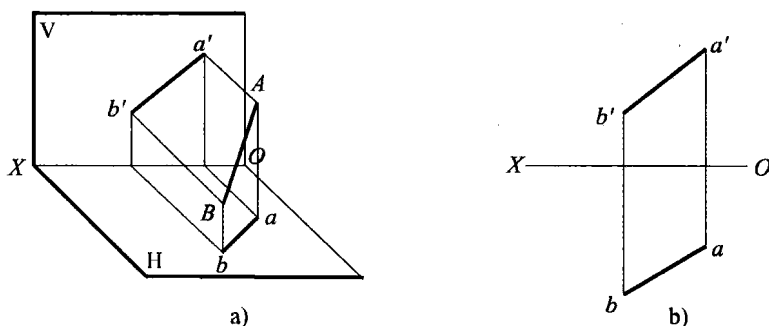


图 3-1 由两点的投影确定直线的投影

二、直线相对于投影面的位置

空间直线相对于投影面的位置只有三种:

- (1) 直线平行于三面体系中的任一投影面,称为该投影面的平行线。
 - (2) 直线垂直于三面体系中的任一投影面,称为该投影面的垂直线。
- } 又称特殊位置直线。

- (3) 直线与三个投影面均倾斜的称为一般位置直线。

下面我们将分别介绍这些直线的投影特性。