



高教版考试用书
www.eduexam.com.cn

2012 年 考研数学 经典五套题

● 主编 张 伟

- ▷ 融合新考纲要求 研究分析测试题型、命题难度和规律
- ▷ 吻合新考纲精神 总结归纳出题范围、答题思路 and 模式



高等教育出版社
HIGHER EDUCATION PRESS



2012 年 考研数学 经典五套题

● 主编 张 伟

2012 NIAN KAOYAN SHUXUE
JINGDIAN WU TAO TI



高等教育出版社·北京
HIGHER EDUCATION PRESS BEIJING

图书在版编目(CIP)数据

2012 年考研数学经典五套题/张伟主编.--北京:
高等教育出版社,2011.11
ISBN 978-7-04-034055-6

I. ①2… II. ①张… III. ①高等数学-研究生-入
学考试-习题集 IV. ①O13-44

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2011)第 232278 号

策划编辑 刘 佳 责任编辑 张耀明 雷旭波 封面设计 王凌波 版式设计 范晓红
责任校对 俞声佳 责任印制 韩 刚

出版发行	高等教育出版社	咨询电话	400-810-0598
社 址	北京市西城区德外大街 4 号	网 址	http://www.hep.edu.cn
邮政编码	100120		http://www.hep.com.cn
印 刷	北京汇林印务有限公司	网上订购	http://www.landaco.com
开 本	787mm×1092mm 1/16		http://www.landaco.com.cn
印 张	6.5	版 次	2011 年 11 月第 1 版
字 数	150 千字	印 次	2011 年 12 月第 2 次印刷
购书热线	010-58581118	定 价	12.00 元

本书如有缺页、倒页、脱页等质量问题,请到所购图书销售部门联系调换

版权所有 侵权必究

物 料 号 34055-00

郑重声明

高等教育出版社依法对本书享有专有出版权。任何未经许可的复制、销售行为均违反《中华人民共和国著作权法》,其为人将承担相应的民事责任和行政责任,构成犯罪的,将被依法追究刑事责任。为了维护市场秩序,保护读者的合法权益,避免读者误用盗版书造成不良后果,我社将配合行政执法部门和司法机关对违法犯罪的单位和个人给予严厉打击。社会各界人士如发现上述侵权行为,希望及时举报,本社将奖励举报有功人员。

反盗版举报电话:(010)58581897/58581896/58581879

传 真:(010)82086060

E-mail:dd@hep.com.cn

通信地址:北京市西城区德外大街4号

高等教育出版社打击盗版办公室

邮 编:100120

购书请拨打读者服务部电话:(010)58581114/5/6/7/8

特别提醒:“中国教育考试在线”<http://www.eduexam.com.cn>是高教版考试用书专用网站。网站本着真诚服务广大考生的宗旨,为考生提供名师导航、下载中心、在线练习、在线考试、网上商城、网络课程等多项增值服务。高教版考试用书配有本网站的增值服务卡,该卡为高教版考试用书正版书的专用标识,广大读者可凭此卡上的卡号和密码登录网站获取增值信息,并以此辨别图书真伪。

目 录

2012 年全国硕士研究生入学统一考试数学模拟试卷 I	1
2012 年全国硕士研究生入学统一考试数学模拟试卷 II	9
2012 年全国硕士研究生入学统一考试数学模拟试卷 III	18
2012 年全国硕士研究生入学统一考试数学模拟试卷 IV	27
2012 年全国硕士研究生入学统一考试数学模拟试卷 V	36
2012 年全国硕士研究生入学统一考试数学模拟试卷 I 参考答案	46
2012 年全国硕士研究生入学统一考试数学模拟试卷 II 参考答案	56
2012 年全国硕士研究生入学统一考试数学模拟试卷 III 参考答案	66
2012 年全国硕士研究生入学统一考试数学模拟试卷 IV 参考答案	77
2012 年全国硕士研究生入学统一考试数学模拟试卷 V 参考答案	87

2012 年全国硕士研究生入学统一考试 数学模拟试卷 I

一、选择题:1—8 小题,每小题 4 分,共 32 分. 在每小题给出的四个选项中,只有一项符合题目要求,把所选项前的字母填在题后的括号内.

1. 下列四个条件

(1) $|f(x)|$ 在 $x=a$ 可导;

(2) $f(x)=(x-a)\varphi(x)$, 其中 $\varphi(x)$ 在 $x=a$ 连续;

(3) $\exists \delta > 0$, 使得对 $\forall x \in (a-\delta, a+\delta)$ 有 $|f(x)| \leq L|x-a|^\alpha$, 其中常数 $L > 0, \alpha > 1$;

(4) $\lim_{n \rightarrow \infty} n \left[f\left(a + \frac{1}{n}\right) - f(a) \right]$ 存在, n 为正整数中能推出 $f'(a)$ 存在的条件一共有 ()

A. 0 个

B. 1 个

C. 2 个

D. 3 个

2. (数学一)在抛物线 $4y=x^2$ 上有一点 P , 已知该点的法线与抛物线所围成的弓形面积为最小, 则 P 点的坐标为 ()

A. $P(\pm 2, 1)$

B. $P(\pm 1, 4)$

C. $P\left(\sqrt{2}, \frac{1}{2}\right)$

D. $P\left(-\sqrt{2}, \frac{1}{2}\right)$

(数学三)设函数 $f(x) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2x^n - 3x^{-n}}{x^n + x^{-n}} \sin \frac{1}{x}$, 则函数 $f(x)$ 有 ()

A. 两个第一类间断点

B. 三个第一类间断点

C. 两个第一类间断点与一个第二类间断点

D. 一个第一类间断点与一个第二类间断点

3. (数学一)将函数 $f(x) = \begin{cases} 1, & 0 \leq x < 1, \\ x+1, & 1 \leq x < \pi \end{cases}$ 在 $[0, \pi]$ 上展开为余弦级数, 则其和函数在 $x =$

$0, 1, \pi$ 处的函数值分别为 ()

A. $0, \frac{3}{2}, \frac{\pi}{2} + 1$

B. $0, 2, 0$

C. $1, 2, \pi + 1$

D. $1, \frac{3}{2}, \pi + 1$

(数学三)当 n 为大于零的偶数时, 对于方程 $x^n + px + q = 0$ 有下列结论 ()

A. 方程没有实根

B. 方程有且仅有一个实根

C. 方程有不多于两个的实根

D. 方程至少有两个实根

4. 下列论述正确的是 ()

A. 若 $\sum_{n=1}^{\infty} u_n$ 收敛, 则 $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} u_n$ 收敛

B. 若 $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} u_n$ ($u_n > 0$) 条件收敛, 则 $\sum_{n=1}^{\infty} u_n$ 发散

C. 若 $\sum_{n=1}^{\infty} (u_{2n+1} + u_{2n})$ 收敛, 则 $\sum_{n=1}^{\infty} u_n$ 收敛

D. 若 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{u_{n+1}}{u_n} < 1$, 则 $\sum_{n=1}^{\infty} u_n$ 收敛

5. 已知 3 阶矩阵 A 的 3 个特征值是 $-3, 0, 3$, 则下列结论中错误的是 ()

A. 一定存在一个 3 维向量不可以由 A 的列向量组线性表示

B. 线性方程组 $A^* x = 0$ 的基础解系有且仅有两个线性无关解

C. A 的主对角线元素之和为 0

D. 特征值 -3 和特征值 3 所对应的特征向量必相互正交

6. n 阶对称矩阵 A 与 B 合同的充分必要条件是 ()

A. A, B 均与 n 阶单位矩阵合同

B. A, B 有相同的正惯性指数, 且 A 与 B 相似

C. A, B 有相同的负惯性指数, 且 A 与 B 等价

D. A^2 与 B^2 合同

7. 设随机变量 $X \sim N(1, 2^2)$, 其分布函数和概率密度分别为 $F(x)$ 和 $f(x)$, 则对任意实数 x , 下列结论中成立的是 ()

A. $F(x) = 1 - F(-x)$

B. $f(x) = f(-x)$

C. $F\left(\frac{1-x}{2}\right) = 1 - F\left(\frac{1+x}{2}\right)$

D. $F(1-x) = 1 - F(1+x)$

8. 设 $X_1, X_2, \dots, X_n$ 是总体 $N(0, \sigma^2)$ 的样本, 则可以作为 σ^2 的无偏估计量的是 ()

A. $\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i^2$

B. $\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n X_i^2$

C. $\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i$

D. $\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n X_i$

二、填空题: 9—14 小题, 每小题 4 分, 共 24 分. 把答案填在题中横线上.

9. 设 $f(x)$ 是满足 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{1 - \cos x} = -1$ 的连续函数, 且当 $x \rightarrow 0$ 时, $\int_0^{\sin^2 x} f(t) dt$ 是关于 x 的 n 阶无穷小量, 则 $n =$ _____.

10. (数学一) $\frac{d^n}{dx^n} (x^{n-1} \ln x) =$ _____.

(数学三) 设 $y = y(x)$ 满足 $\Delta y = \frac{1-x}{\sqrt{2x-x^2}} \Delta x + o(\Delta x)$, 且 $y(0) = 0$, 则 $\int_0^1 y(x) dx =$ _____.

11. 设 $f(x, y)$ 可微, $f(x, x^2) = 1$, $f'_x(x, y)|_{y=x^2} = x$, 则 $x \neq 0$ 时 $f'_y(x, x^2) =$ _____.

12. (数学一) 以 $y = C_1 e^{-x} + C_2 e^{2x} + \sin x$ 为通解的二阶常系数非齐次线性微分方程为 _____.

(数学三) 交换二次积分的次序 $\int_{-1}^0 dy \int_2^{1-y} f(x, y) dx =$ _____.

13. 设 3 阶非奇异矩阵 A 的特征值为 1, ~~a~~3, a , 若 A_{ij} 为 A 的代数余子式, 且 $A_{11} + A_{22} + A_{33} = -3$, 则 $a =$ _____.

14. 假设一设备启动后无故障运行时间服从参数为 0.5 的指数分布, 设备启动后或者因故障停机, 或者工作 2 小时后自动停机, 则该设备每次启动后实际运转的平均时间为 _____ 小时.

三、解答题: 15—23 小题, 共 94 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

15. (本题满分 9 分)

$$\text{求 } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^4 \sin \frac{1}{x} + e^{x^3} - 1}{\ln(1 + \sin x - \tan x)}.$$

16. (本题满分 9 分)

计算不定积分 $\int \frac{x \ln(1 + \sqrt{1 + x^2})}{\sqrt{1 + x^2}} dx.$

17. (数学一)(本题满分 11 分)

设平面曲线 L 为 $y = \sin x$ 及 $y = 0$ 在 $0 \leq x \leq \pi$ 围成区域的边界, 取逆时针方向. $\boldsymbol{n}$ 为 L 的外法线向量, $f(x, y) = e^x(y - \sin y)$. 求 $\oint_L \frac{\partial f}{\partial \boldsymbol{n}} ds$.

(数学三)(本题满分 11 分, 第(1)小题 5 分, 第(2)小题 6 分)

(1) 设 $z = \int_0^{x^2y} f(t, e^t) dt$, 其中 f 具有一阶连续偏导数, 求 dz 及 $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}$;

(2) 设 $f(t)$ 为连续的奇函数, D 为 $\{(x, y) \mid |x| \leq 1, |y| \leq 1\}$, 求 $\iint_D f(x-y) dx dy$.

18. (数学一)(本题满分 11 分)

$$\text{设 } f(x) = \begin{cases} \frac{1 - \cos x}{x^2}, & x \neq 0, \\ \frac{1}{2}, & x = 0, \end{cases} \quad \text{试将 } f'(x) \text{ 展开为 } x \text{ 的幂级数.}$$

(数学三)(本题满分 11 分,第(1)小题 5 分,第(2)小题 6 分)

某厂生产两种产品,总收入 R 与两种产品的产量 x, y 的函数关系是

$$R(x, y) = 120x + 140y - 2x^2 - 2xy - y^2,$$

总成本 C 与两种产品的产量 x, y 的函数关系是

$$C(x, y) = 700 + 20x + 60y.$$

(1) 在产量 x, y 不受限的情况下,该厂应如何规定这两种产品的产量方可获得最大利润? 最大利润为多少?

(2) 在限定产量 x, y 之和等于 30 的情况下,应如何安排生产才能获得最大利润? 最大利润是多少?

19. (本题满分 10 分)

已知函数 $f(x), g(x)$ 在闭区间 $[0, 1]$ 上可导, 且 $f(0) = g(0), f(1) > g(1), f'(0) < g'(0)$, 证明: 存在 $\xi \in (0, 1)$, 使得 $f(\xi) = g(\xi)$.

20. (本题满分 11 分, 第(1)小题 4 分, 第(2)小题 3 分, 第(3)小题 4 分)

设 A 为 3 阶矩阵, $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ 为 3 维线性无关的列向量, 且

$$A\alpha_1 = \alpha_1 + 2\alpha_2 - a\alpha_3, A\alpha_2 = -\alpha_1 + a\alpha_2 - \alpha_3, A\alpha_3 = -a\alpha_1 - 2\alpha_2 + \alpha_3.$$

(1) 求矩阵 B , 使 $A(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3) = (\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3)B$;

(2) 判断 A 能否相似对角化;

(3) 若 A 不能相似对角化, 求 A 的特征值与特征向量.

21. (本题满分 11 分,第(1)小题 5 分,第(2)小题 6 分)

设 A, B 均为 n 阶矩阵.

(1) 证明:若 A 或者 B 可逆,则 AB 与 BA 必相似;

(2) 如果没有 A 或者 B 可逆的条件, AB 与 BA 是否必相似? 如果相似请给予证明,如果不一定相似请举出反例.

22. (本题满分 11 分,第(1)小题 5 分,第(2)小题 6 分)

已知总体 X 的密度函数为

$$f(x) = \frac{1}{2} e^{-|x-\theta|}, -\infty < x < +\infty, \theta \text{ 为未知参数,}$$

$X_1, X_2, \dots, X_n$ 为来自总体 X 的简单随机样本.

(1) 求 θ 的矩估计量 $\hat{\theta}_1$;

(2) 求 θ 的最大似然估计量 $\hat{\theta}_2$.

23. (本题满分 11 分,第(1)小题 3 分,第(2)、(3)小题各 4 分)

设二维随机变量 (X, Y) 的联合密度 $f(x, y) = \begin{cases} ay, & 0 < x < 1, x^2 < y < x, \\ 0, & \text{其他.} \end{cases}$

求:(1) 常数 a 的值;

(2) $P\left(X < \frac{1}{2}\right)$ 的值;

(3) $P\left(Y < \frac{3}{8} \mid X = \frac{1}{2}\right)$.

数学模拟试卷 II

题目要求，把所选项前的字母填在题后的括号内。

1. (数学一) 设 $f(x)$ 有 n 阶导数且有 $2n$ 个不同的极值点, 则方程 $f^{(n)}(x) = 0$ 至少有 ()

- A. $n-1$ 个实根 B. n 个实根
C. $n+1$ 个实根 D. $n+2$ 个实根

(数学三) 当 $x \rightarrow 1$ 时, 函数 $f(x) = \frac{x^2 - 1}{x - 1} e^{\frac{1}{x-1}}$ 的极限值为 ()

- A. 2 B. 0 C. ∞ D. 不存在但也不是 ∞

2. (数学一) 在 $x = x_0$ 的某个领域内有定义, 则“ $\lim_{x \rightarrow x_0} f'(x)$ 存在且等于 A ”是“ $f'(x_0)$ 存在且等于 A ”的 ()

- A. 充分条件非必要条件
B. 必要条件非充分条件
C. 充分必要条件
D. 既非充分又非必要条件

(数学三) 设 $y=f(x)$ 连续, 且 $f'(x)$ 的图像如右图所示, 则 ()

- A. $y=f(x)$ 有 3 个极值点, 1 个极大值点, 1 个拐点
B. $y=f(x)$ 有 2 个极小值点, 2 个极大值点, 无拐点
C. $y=f(x)$ 有 2 个极小值点, 2 个极大值点, 1 个拐点
D. $y=f(x)$ 有 1 个极小值点, 2 个极大值点, 1 个拐点

3. (数学一) 已知函数 $f(x, y)$ 在点 $(0, 0)$ 的某个邻域内连续, 且

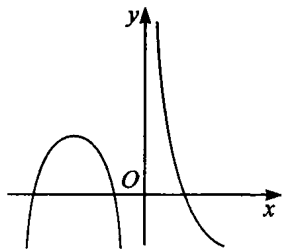
$$\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ y \rightarrow 0}} \frac{f(x, y) - (x^2 + y^2)}{x^2 + y^2} = 1, \text{ 则}$$

- A. 点 $(0,0)$ 不是 $f(x,y)$ 的极值点
B. 点 $(0,0)$ 是 $f(x,y)$ 的极大值点
C. 点 $(0,0)$ 是 $f(x,y)$ 的极小值点
D. 无法判断点 $(0,0)$ 是否为 $f(x,y)$ 的极值点

(数学三) 设幂级数 $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(x-a)^n}{\ln(n+2)}$ 在点 $x=-2$ 处条件收敛, 则幂级数 $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(x-a)^n}{(n+2)^2}$ 在点 $x=$ _____ 处收敛.

- A. 绝对收敛 B. 条件收敛
C. 发散 D. 不能确定

4. (数学一) 设二阶线性齐次微分方程 $y'' + by' + c^2y = 0$ (c, b 为常数) 的每个解 $y(x)$ 在区间 $(0, +\infty)$ 内有界, 则实数 c, b 满足的条件是 ()



A. $b \geq 0, c \neq 0$

B. $b \leq 0, b^2 \geq 4c^2$

C. $b \geq 0, b^2 \neq 4c^2$

D. $b^2 \geq 4c^2$

(数学三) 设常数 $k > 0$, 函数 $f(x) = \ln x - \frac{x}{e} + k$ 在 $(0, +\infty)$ 内零点的个数为 ()

A. 3

B. 2

C. 1

D. 0

5. 设 A 为 $m \times n$ 实矩阵, 满足 $r(A) = m$, 有 5 个命题:

(1) $|AA^T| \neq 0$.

(2) AA^T 必与 m 阶单位矩阵等价.

(3) AA^T 必可以相似对角化.

(4) AA^T 必与 m 阶单位矩阵合同.

(5) AA^T 必为 m 阶正定矩阵.

以上命题中, 正确的个数为 ()

A. 2

B. 3

C. 4

D. 5

6. 设 A 是 $m \times n$ 矩阵, 则下列 4 个命题

(1) 若非齐次线性方程组 $Ax = b$ 有唯一解, 则齐次线性方程组 $Ax = 0$ 只有零解;

(2) 若 $r(A) = n$, 则齐次线性方程组 $AA^T x = 0$ 必有非零解;

(3) 若齐次线性方程组 $AA^T x = 0$ 只有零解, 则非齐次线性方程组 $AA^T x = b$ 必有唯一解

(4) 若齐次线性方程组 $A^T x = 0$ 只有零解, 则非齐次线性方程组 $Ax = b$ 必有无穷多解

中, 正确的是 ()

A. (1) (3)

B. (1) (4)

C. (2) (3)

D. (2) (4)

7. 设随机变量 X 的概率密度为 $f(x)$, 则随机变量 $|X|$ 的概率密度 $f_1(x)$ 为 ()

A. $f_1(x) = \frac{f(x) + f(-x)}{2}$

B. $f_1(x) = f(x) + f(-x)$

C. $f_1(x) = \begin{cases} \frac{f(x) + f(-x)}{2}, & x > 0 \\ 0, & x \leq 0 \end{cases}$

D. $f_1(x) = \begin{cases} f(x) + f(-x), & x > 0 \\ 0, & x \leq 0 \end{cases}$

8. 设随机事件 A, B, C 两两独立, 且 $A_1 \subset A, B_1 \subset B, C_1 \subset C$, 则 ()

A. A 与 BC 独立

B. A_1 与 B_1 独立

C. B_1 与 C_1 可能不独立

D. B 与 C 互斥

二、填空题: 9—14 小题, 每小题 4 分, 共 24 分. 把答案填在题中横线上.

9. (数学一) 由 $x^2 + y^2 \leq 2x$ 与 $y \geq x$ 确定的平面图形绕直线 $x = 2$ 旋转而成的旋转体的体积 $V = \underline{\hspace{2cm}}$.

(数学三) 序列 $\{n^{\frac{1}{n}}\} (n = 1, 2, \dots)$ 中最大的项为 $\underline{\hspace{2cm}}$.

10. 若 $f(x) - \cos^2 x = \int_0^{\frac{\pi}{4}} f(2x) dx$, 则 $\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(x) dx = \underline{\hspace{2cm}}$.

11. 设 f, g 均可微, $z = f(xy, \ln x + g(xy))$, 则 $x \frac{\partial z}{\partial x} - y \frac{\partial z}{\partial y} = \underline{\hspace{2cm}}$.

12. (数学一) 曲面 $\Sigma: x^2 - y^2 - z + 1 = 0$ 在点 $(1, 1, 1)$ 的切平面 π 被柱面 $x^2 + \frac{y^2}{4} = 1$ 所截下的部

分的面积为_____.

(数学三) 设 $f(u, v)$ 是可微函数, 且

$$\pi f(x, y) = \cos(x^2 + y^2) - \iint_D f(u, v) \cos(u^2 + v^2) du dv + e^x \sin^3 x,$$

其中 D 为上半圆域 $0 \leq y \leq \sqrt{1-x^2}$, 则 $f(x, y) =$ _____.

13. 设 3 阶矩阵 $A = \begin{bmatrix} 1 & a & b \\ c & -2 & d \\ e & f & 4 \end{bmatrix}$ 只有一个线性无关的特征向量, 则 $|A + 2E| =$ _____.

14. 已知二维随机变量 $(X, Y) \sim N\left(\mu, \mu; \frac{\sigma^2}{2}, \frac{\sigma^2}{2}; 0\right)$, 则 $E \max\{X, Y\} =$ _____.

三、解答题: 15—23 小题, 共 94 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

15. (数学一) (本题满分 9 分)

设 $f(x, y)$ 是定义在区域 $0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1$ 上的二元函数, $f(0, 0) = 0$, 且在点 $(0, 0)$ 处可微,

求极限 $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\int_0^{x^2} dt \int_t^{\sqrt{t}} f(t, u) du}{1 - e^{-\frac{x^4}{4}}}.$

(数学三)(本题满分9分,第(1)小题4分,第(2)小题5分)

(1) 已知 $f(x)$ 的一个原函数为 e^{x^2} , 试求 $\int_1^e \frac{\ln x f'(\ln x)}{x} dx$;

(2) 设 $f(x)$ 连续, 且 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x} = 1$, 令

$$F(x) = \begin{cases} f(x), & x > 0, \\ 0, & x = 0, \\ \frac{\ln(1+x^2)}{x}, & x < 0, \end{cases}$$

求 $F'(0)$.

16. (数学一)(本题满分9分)

求级数 $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^n [(n-2)! + n]}{(n-1)!}$ 的和.