数学卷

中国科学技术经·典·文·库

自然科学中确定性问题的应用数学

〔美〕林家翘　L.A.西格尔 著

赵国英 朱保如 周忠民 译
谈镐生 校

科学出版社
www.sciencep.com

内 容 简 介

本书主要讲述从自然科学(特别是物理学)中提炼出来的一些数学问题. 重点介绍如何归纳和提出问题, 并论述如何求解和分析所得的结果. 全书分三大部分: 第Ⅰ部分, 概述数学和自然科学的关系, 全面介绍应用数学的含义、内容和方法, 叙述确定性问题的提法和随机过程及其数学表述, 给出了傅里叶分析等常用数学工具; 第Ⅱ部分论述解常微分方程的基本方法; 第Ⅲ部分叙述连续介质场理论.

本书可供大学高年级学生和研究生以及从事工程技术、物理学与应用数学研究的有关人员学习参考.

图书在版编目(CIP)数据

自然科学中确定性问题的应用数学/〔美〕林家翘等著. 赵国英, 朱保如, 周忠民译. 谈镐生校 —北京: 科学出版社, 2010

(中国科学技术经典文库・数学卷)

ISBN 978-7-03-029221-6

Ⅰ. 自… Ⅱ. ①林… ②赵… ③朱… ④周… Ⅲ. 应用数学-研究 Ⅳ. O29

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2010) 第 199183 号

责任编辑: 荣毓敏 赵彦超 / 责任校对: 陈玉凤

责任印制: 钱玉芬 / 封面设计: 王 浩

科学出版社 出版

北京东黄城根北街16号

邮政编码: 100717

http://www.sciencep.com

双青印刷厂 印刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

*

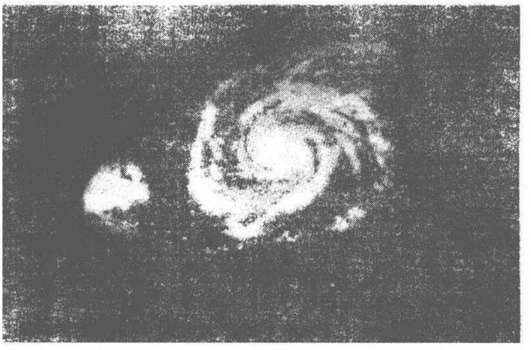
1986年5月第 一 版 开本: B5 (720 × 1000)

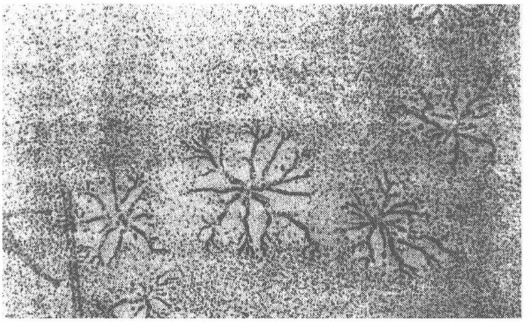
2012年3月第三次印刷 印张: 35

字数: 675 000

定价: 98.00 元

(如有印装质量问题, 我社负责调换)





这是当前应用数学家们正在研究的两个自然现象. 如第 1 章所说明的那样, 这两个例子有力地显示了数学模型的威力. 尽管恒星和阿米巴实际上是物质的离散集合, 但是, 把这些物质看作空间连续分布的模型, 也使我们得益匪浅. [A]螺旋星系及其伴星系(NGC5194/5)(照片承海耳天文台许可). [B]蜂窝状黏菌阿米巴 Polysphondylium violaceum 的集合(照片承剑桥大学动物系 B.Shaffer 许可).

序

这本教科书是一本应用数学的导论, 主要讲述如何去建立、分析并解释用以阐明自然科学中重要问题的那些数学模型. 本书的目的是为数学、(自然) 科学以及工程学方面的大学高年级学生和研究生提供他们所关心的材料. 本书的几种初试版本的试教结果表明, 许多学生确实感到这些材料颇有兴味、值得一学.

以本书为基础的这样一门课程, 无疑应该列入培养应用数学家的主课之中, 而且, 近年来美国数学界已经强调对所有数学系学生讲授一点应用数学的重要性. 这种做法之所以得到推荐, 是由于应用数学的影响日益扩大, 以及对于将来要在大学中任教的数学家来说, 这样做对于他们以后为非数学专业学生授课会大有帮助. 至于科学家和工程师, 他们的理论工作往往与应用数学家的工作无多大差别, 因而他们在探讨本书所述及的问题时, 就会找到一些有用的材料.

把各种有用的数学技巧搜集一起, 并通过求解数学物理中的经典问题来阐明这些技巧, 这样的书籍已不乏其例. 不过, 本书别具一格. 其特点是, 我们先选择一个重要的科学问题, 其求解过程涉及一些有用的数学技巧; 在简短地讨论了所需的科学背景之后, 我们再小心地对有关的数学问题作出表述 (表述数学问题这一步通常是困难的. 实际上很多书籍都没有讲清楚这一步, 不过我们针对建立数学模型过程中存在的难点, 下了应有的工夫). 其后, 我们就有可能引进新的技巧来求解数学问题, 或者把更加简明的教科书中已讲过的技巧加以推广; 在大多数情况下, 我们一定要弄清楚所得的数学结果对于当初引出问题的那个科学过程, 究竟说明了些什么.

大体说来, 我们采用了 "实例研究 (case study)" 法. 这种方法不是没有弊病的. 因为我们不再能够依照严密的逻辑结构去讨论问题; 同时也不能划定这些方法的应用范围. 此外, 由于经常要运用试探式的、不严密的推理, 因而所得结果不是无可置疑的. 但是, 在处理实际问题时, 往往需要用到一些尚不能判定其合理与否的技巧. 因而在处理这类问题时, 就有一种跃跃欲试之感. 而且, 数学家和科学家经常要运用试探式的推理, 往往还要求自己去确定已经用于解决此一问题的方法, 是否也适用于解决另一问题. 这类经验该是每个学生要学会的一部分本领.

本书采用了一个冗长的书名, 这是因为我们想在一开始就把本书的范围划清楚. 一本全面的应用数学引论, 理应包括社会科学和管理科学方面的题材, 但我们只限于自然科学方面. 并且, 与应用数学研究的比例大体相当, 本卷论题主要取自物理科学, 但也有化学与生物学方面的代表性题材. 我们在讨论概率性模型上所用

的篇幅, 要比一本比例得当的书籍少些, 但我们强调了概率性观点与确定性观点之间的关系. 此外, 本书几乎只用到分析法; 虽然多次提到数值法, 但仅仅作了简短讨论.

限制本书论题范围的一个原因, 是作者对于涉猎自己专长之外的领域有所顾虑. 另一原因则是本书已很冗长, 如再扩大论题范围, 势必失之过长, 或流于肤浅. 总之, 有抱负的数学家或科学家, 仍需进一步钻研. 因而, 我们希望本书能够成为他们进一步钻研的基础和动力.

文体与内容

在本书大多数地方, 即使会有唠叨之嫌, 我们也力求作出谨慎而细致的解释; 因为, 虽则采用概述方法也能建立起严格的证明, 但是只有把证明过程讲透之后, 人们对应用数学家的推理方法才能运用自如.

应用数学的本性使我们根本不能采用紧凑的、直线前进的方式去组织材料. 当然, 这会带来一定的短处; 不过, 好在还有弥补这种短处的地方: 就像本书那样, 书中材料具有很大的可塑性. 这特别体现在本卷三部分之间具有很大独立性这一点上, 本卷的三部分是:

第 I 部分: 数学与自然科学相互作用总览.

第 II 部分: 用常微分方程说明的一些基本过程.

第III部分: 连续介质场理论引论.

每部分内部还有相当程度的独立性 —— 我们有意加强其间的独立性, 甚至不惜重复.

本书计划写两卷. 第 I 卷收集了关于应用数学主要领域方面的丰富材料, 可作为这方面的一本比例得当、自成体系的引论书. 第 II 卷 (在 1.1 节中再作简介) 则进一步深入研究一些论题, 特别是流体力学和弹性理论方面的经典领域.

根据目录中的章目、节目以及小标题, 就能看出本卷的清晰轮廓. 读者不一定非要按照书中给定的次序去阅读各章. 例如, 在第 I 部分中, 只有傅里叶级数的两章必须依次阅读; 阅读第 II 部分时, 最好先了解一下第 6 章中讨论的无量纲化和标度法, 不过, 也不是非这样不可的; 读过第 6, 7 两章以后, 方能领悟第 8 章的内容, 但是假若读者仅仅满足于了解一下有关技巧的较简单例子的话, 那么连第 8 章也可略而不读; 第 9 章是第 10 章的一个准备; 第 11 章的三节之间有很大的独立性, 并且它们同前面的材料都没有什么联系.

第III部分也有各种可能的读法. 例如, 假若读者的目标只是为了恰如其分地了解一下表述一维弹性理论、无黏流动以及位势理论中的特定问题的基本方程, 那就可以跳过许多材料. 又如, 假若读者只想浏览一下连续介质力学, 那么读一下第 12 章开始两节就行了 (注: 12.1 节中有几页介绍了许多新观念).

下面是本书写法的某些特点:

(1) 由特殊到一般.

(2) 就大部分例子而言, 我们力图选择这样的实际问题, 这些问题本身就很重要, 而且还能说明一些重要的数学技巧. 根据这一原则, 第 10 章讨论了 Michaelis-Menten 动力学. 因为, 生物化学中要反复引用这一理论, 并且, 全面处理这方面的数学问题, 可作为奇异摄动理论的一个极好示例. 再举一例, 第 12 章中我们讨论了层态流体的稳定性, 这既可作为无黏流体的一个示例, 又可促使读者去研究偏微分方程组的稳定性理论.

(3) 我们对于模拟某些基本科学现象的方程的推导过程, 作了认真考究, 而不是仅仅为了要用这些方程, 作一番似乎有理的论证. 我们举一个例子来具体说明这种精神: 14.1 节, 用四种不同的方法去推导连续介质质量守恒所遵循的微分方程, 而且在该节的练习题中还考究了另外的几种方法. 我们这样做的一个目的是要使读者对上述方程有一个扎实的理解. 另一目的, 是为那些或许有朝一日要想去推导出模拟一种现象的方程 (这种现象以前尚未作过数学处理) 的读者提供帮助.

(4) 在极其简单的物理描述中, 常会引进新的观念. 例如在第 II 部分中, 当描述一个质点从地球表面垂直抛射这一问题时, 首次碰到量纲分析、标度法以及正则摄动理论这些新的观念. 其实, 大多数人都能正确地揣测上述现象的定性特征, 而且在基础课中已经精确地解出了相应的微分方程. 可是, 为了深刻理解这一问题, 尚需作出重大的努力. 这种努力是值得的, 因为它能使读者领会许多概念, 这些概念在处理很难问题时是非常有用的.

(5) 那些常需经过几年时间的推敲才能掌握的各种概念和方法, 我们尽力讲得明白易懂. 第 6 章中关于基本的简化步骤以及标度法的讨论, 就是这种例子.

(6) 在历史评论中, 我们把注意力集中在人类对科学的作用方面, 强调了科学理论的宏伟结构是经过许多人的奋斗逐渐建立起来的. 为了说明自然科学不断前进的特点, 我们也介绍了某些似乎有理的理论, 这些理论有的是不正确的 (如 15.3 节中的牛顿绝对声速), 有的与观察结果不完全符合 (如 1.2 节中的星系模型), 有的已经引人注目但尚未得到公认 (如第 8 章中讨论的生理流动问题).

(7) 我们详细演算了某些冗长的例子, 例如 7.2 节中的摄动理论的计算, 以便给学生作出示范, 要不然, 当我们在练习或考试中, 要求学生解决比之他们在课本中所见到过的难得多的问题时, 他们往往会提出异议.

(8) 书中列出了许多练习题, 用以加深、测试并扩充读者的理解. 值得注意的是那些从较新杂志的论文中提取的练习题, 它们由好几部分组成, 要通过一步接一步的演算才能得出主要结果 (练习 15、2、10 即是一例). 即使学生做不出这类习题中的某一部分, 他也可以承认其结果再往下做. 在结业考试中, 我们把这类练习题当作中心考题, 效果颇好.

预备知识

我们假定本书的读者已经学过物理学方面的大学基础课程, 并且已经熟悉微积分和微分方程. 书中仅有少数练习题需用复变分析的知识. 像方向导数、多重积分的变数更换、线积分和面积分以及发散性定理这类专题, 我们用得相当多. 数学专业的学生往往要选修略去上述某些专题的高等微积分课程, 但是我们发现这些学生在数学上是十分练达的, 他们能很快自修掌握所需的知识 (本书的读者, 如若感到在矢量计算与物理推理方面的知识不够, 读一读下列一书是有益的: H. M. 沙耶所著的《散度、梯度、旋度及其他》(H. M. Schey. Div, Grad, Curl, and Sll Jhat. N.Y.: Norton, 1973)).

本书与其他各种课程之间的关系

溯其历史, 本书是把两门课程合并而成的. 其一是由 G. H. 汉德尔曼 1957 年前后在伦塞勒工学院讲授的《应用数学基础》(这门课的前身是由 A. 席尔德和汉德尔曼在卡内基理工学院, 即现在的卡内基–梅隆大学讲授的). 其二是由林家翘 1960 年前后在麻省理工学院讲授的《应用数学导论》. 本书的作者在他们各自的学院中年复一年地多次讲授过这些课程. 近年来, 本书的初稿本已被用作教材. D. 戴维斯 (Davis) 在伍斯特工学院、D. 德鲁 (Drew) 在纽约大学以及 D. 沃尔卡因德 (Wolkind) 在华盛顿州立大学也用此稿讲授应用数学. 稿本已得到了相当多的改进; 今后, 本书的使用者若有进一步的建议, 作者谨表欢迎 (下略).

林家翘 L.A. 西格尔

惯　例

每一章分为若干节 (例如, 5.2 节即是第 5 章的第 2 节). 方程式是按每一节依次编排的. 图、表则是按每一章依次编号的.

在越节引用方程式时, 则在方程式的编号前加上节码, "方程 (6.3.2)"(或 (6.3.2) 式) 即是指 6.3 节中的第二个方程式. 不过, 若要在第 6 章的第 1 节中援引这一方程式时, 就把章码略去, 记作 "方程式 (3.2)"(或 (3.2) 式). 附录 3.1 中的第四个方程标作 (A3.1.4) 式.

练习题或者它的某一部分前面若有双剑号 †, 则表示在本卷的最后给出了提示或解答.

符号 □ 表示一个定理已证毕.

下卷记作 "II."

本卷书末列出了对于初学应用数学者有用的简明书目. 当要援引其中的一书时, 采用 "Smith(1970)" 的记法.

目　录

第 I 部分　数学与自然科学相互作用总览

第II部分　用常微分方程说明的一些基本过程

第 III 部分 连续介质场理论引论