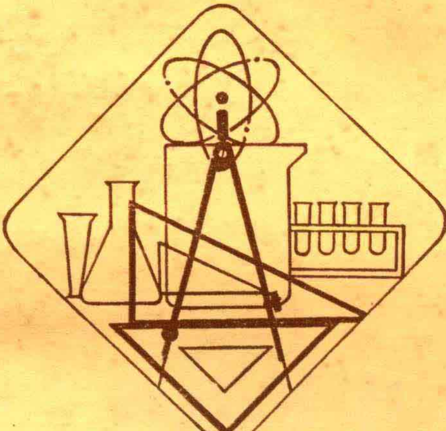
中学数理化学习指导丛书

初一数学辅导与练习

上册



重庆出版社

中学数理化学习指导丛书

初一数学辅导与练习

上　　册

北京市海淀区教师进修学校主编

重　庆　出　版　社

一九八二年·重庆

编　者

北京兰靛厂中学	王学贞
北京铁道学院附中	姚印发
北京师范学院附中	于苏芳
北京海淀区教师进修学校	王增民　朱　英

初一数学辅导与练习　(上册)

重庆出版社出版（重庆李子坝正街102号）
四川省新华书店重庆发行所发行
重庆新华印刷厂印刷

*

开本　787×1092　1/32　印张　3　字数　60　千
1982年6月第一版　　1982年6月第一次印刷
印数：1—445,000

书号：7114·8　　定价：0.23元

内 容 提 要

本书根据初一学生特点，对有关知识进行了深入、细致的叙述；对一些重点概念做了通俗、生动地讲解，并附有练习题，以便及时巩固所学知识。为了帮助读者深入理解教材，提高分析、解题能力，每章配备了一组灵活性较强的综合习题。所编排的自我检查题可供读者检查自己的学习情况之用。

第二章中的“四”是补充内容。

前　　言

长期以来，我们感到：学生迫切需要一种能帮助他们学好功课的课外读物；家长希望有一种能督促和检查自己孩子学习的材料；教师欢迎出版一种能帮助自己辅导学生的书籍。为了解决这种问题，我们组织了一些有教学经验的教师，编写了这套书。

通过教学实践，我们认识到：

（1） 只有把知识的结构分析清楚时，它才易于学生理解、记忆和运用；

（2） 打好基础，是学生学好全部知识的前提。在基础知识之中，重点、难点之处掌握不好，又是有些学生学习不好的原因；

（3） 引导学生对学过哪些主要题型心中有数，同时又掌握各类题型的解题规律，是提高学生解题能力的有效途径；

（4） 在学好基础知识的前提下，提高综合运用知识的能力，以及把知识向深、广两个方面进行适当的引申，对学习较好的学生来说，不但是可以的，而且是应该的；

（5） 知识必须通过不断地复习、检查，才能逐步深化、巩固。

基于以上认识，本书在编写时，在以下几个方面做了一

定努力：

（1） 注重知识系统和结构的分析；

（2） 注重基础知识，尤其是重点、难点部分的详细、通俗的讲解；

（3）注重把习题归类，列出主要题型，配以典型的例题，并说明解题规律；

（4） 注重介绍教师的经验和体会，并适当启发学生对所学知识做更深入地思考；

（5） 在每单元之后，配备知识面尽量全、具有一定综合性、足以检查本单元的学习是否可以“通过”的自我检查题。

本书紧密配合教材，编排顺序与教材一致。

限于编者水平，不免出现错误或不妥之处，我们诚恳地希望读者给予批评指正。

北京市海淀区教师进修学校

1982年元月

目　　录

第一章　有理数

有理数这一章教材是在小学学过的数的基础上，把数的范围扩充到有理数；这是整个代数的基础，特别是有理数的运算，是初等数学的基本运算。

一　数的扩充与有理数的分类

数学是研究现实世界中的空间形式和数量关系的科学。

同学们：先请你们回忆一下，我们在算术里学过的数有哪几种？恩格斯说："数和形的概念不是从其它任何地方，而是从现实世界中得来的。"下边我来帮助你们回忆数的发展及人们认识数的过程：

最初人类并没有数的概念。早在原始社会中，人们主要从事狩猎和捕鱼活动，为了判断捕获物的多少，产生了记数的要求；在没有文字以前，人们用结绳记数，绳结的多少表示事物的多少，或用手指对应事物的多少，或用一些小石子、贝壳之类的东西来记数。

随着生产的逐步发展，人们需要对较多量的事物进行计数，需要用到较大的数，如果还是用绳结、石子来表示就不能适应。那么，这些较大的数，应该怎样进行计数和表示呢？

大概是由于每个人都有十个手指的原因，在世界数学史上，许多国家很早就有了十进制的记数法。我国古代用符号：𝍠、𝍡、𝍢、𝍣、𝍤、𝍥、𝍦、𝍧、𝍨（竖式）或者𝍩、𝍪、𝍫、𝍬、𝍭、𝍮、𝍯、𝍰、𝍱（横式）表示一、二、三、四、五、六、七、八、九。在十三世纪以前，欧洲各国盛行一种罗马数码，用符号Ⅰ（一）、Ⅴ（五）、Ⅹ（十）、C（百）、M（千）来记数；大约在公元六世纪，印度人也开始使用了十进位置制记数法；公元七世纪以后，印度的这种记数法传入阿拉伯和欧洲各国。由于具有书写方便，便于笔算等特点，逐渐演变成现在通用的阿拉伯数字记数法。

上小学时，我们首先接触的是1、2、3……，这样的用来表示物体个数的数，我们把它们叫做自然数。在小学算术里数的概念的第一次扩充是引进“0”，但是从历史上看，“0”作为一个数被引进数的系统，却是比较迟的。在小学算术里，数的概念的第二次扩充是引进分数。从历史上看，人们认识分数和应用分数，却要比认识和运用“0”这个数来得早。为了解决实际生产和生活中的等分问题，如把25只野兽平均分给3个猎人，没有分数就无法平分；从数学的角度来看，也是为了解决在自然数集里除法不是总能进行这一问题；如 $25\div3$ 在自然数集里是除不尽的。因此，引进了分数概念。在小学时，我们还学过小数，而小数和分数是互通的，分数可以化为有限小数或无限循环小数；反之，有限小数和无限循环小数都可以化为分数。所以在归类时，小数可以归到分数这一类里。因此，在小学我们就学过“自然数”、“0”、“分数”这三类数。

在现实世界中，存在着大量具有相反意义的量。例如：

某同学从学校出发向东或向西走5公里，虽然路程相同，但最后到达的位置却不同，“向东5公里”和“向西5公里”的方向是相反的；又如收入100元和支出100元；上升50米和下降50米都是具有相反意义的量。要确切地表示这种具有相反方向的量。仅仅用原来的数(自然数、0和分数)就不够了，还必须把这两个互为相反的方向性质表示出来。另外在数学里，在原有的由自然数、零和分数所组成的集合中，减法运算还要受到被减数大于或等于减数的限制，如8－11这种减法运算在小学里是无法进行的。为了表示相反意义的量和要使减法运算总可以实施，也必须把数集加以扩充，引入新数。

为此，人们使用了正、负号：“＋”、“－”。并且规定：

把带有“＋”号的数叫做正数（“＋”号也可以省略不写）；

把带有“－”号的数叫做负数。

注意：零既不是正数，也不是负数。

这样，在生活和生产实践中，具有两种相反意义的量就可以用正数和负数表示了。例如：把向东的方向规定为正方向，那么向东5公里可以写作＋5公里(或5公里)；向西5公里就可以写作－5公里。在这里，“＋”和“－”写在数字前面表示方向相反的量，这种符号叫做性质符号，表示这种方向的性质。象8－11这样的运算也就可以进行了：$8-11=-3$(我们马上就会学到)。

在引进了负数以后，“数”这一概念，又得到了扩充，所谓数，就包括着这样五种：正整数(自然数)、0、正分

数、负整数、负分数。这些数，统称有理数。由有理数的全体所组成的集合，叫做有理数集。

有理数集可以用两种方法来分类：

1. 按数的整与不整这个性质为标准分类：

$$\text{有理数}\begin{cases}\text{整数}\begin{cases}\text{正整数（自然数）}\\ 0\\ \text{负整数}\end{cases}\\ \text{分数}\begin{cases}\text{正分数}\\ \text{负分数}\end{cases}\end{cases}$$

2. 按数的方向性质为标准分类：

$$\text{有理数}\begin{cases}\text{正有理数}\begin{cases}\text{正整数（自然数）}\\ \text{正分数}\end{cases}\\ 0\\ \text{负有理数}\begin{cases}\text{负整数}\\ \text{负分数}\end{cases}\end{cases}$$

不管是哪种分类，有理数都包括正整数、0、正分数、负整数、负分数这五类基本数。两种分类各有不同的用途，这点，我们以后就会看到，因此这两种分类都应该理解、记住。

对于有理数、有两点说明：

1. 任何一个分数都可以写成$\frac{m}{n}$（m为整数，n为正整数）的形式；每一个整数都可以写成以1为分母、以m为分子的分数。因此，一切有理数都可以写成$\frac{m}{n}$（m为整数，n为正整数）的形式。

2. 对于数“0”的意义的理解：

（1） 小学时，我们首先认识的是表示物体个数的自然数，引进的数“0”就表示没有的意思。

（2） 从历史上看，“0”的引进，首先是为了表示缺位的需要。我们现在所采用的十进位制记数的符号系统，最重要的一个特征是它的位置制，在这种符号系统中，同一个数字符号由于它所在的位置不同而表示着不同的值。例如："333"这个符号里，最前面的一个“3”表示三百，中间的一个“3”表示三十，最后一个“3”表示三个。应用这一种表示法，当某一位上一个单位也没有时，就用“0”来表示这一位是缺位，如270表示个位是缺位，而207表示十位是缺位。在十进制记数法中，0与1、2、3、4、5、6、7、8、9这九个数码组合起来，再借助一些记号（如小数点、正负号、分数线等）可表示任何一个数值的大小，并且任何正整数的右边放置一个零，这个数便增大10倍。任何一个正的纯小数，在小数点后，第一个不是零的数字之前放置一个零，这个数就缩小十倍。

（3） 零具有确定的内容：例如0℃不是表示没有温度，而是表示在标准大气压下纯水结成冰的一个确定的温度。

（4）零具有独特的运算法则：

①在加法中，任何一个数与零相加，仍得这个数。

例如：$3+0=3$；$0+3=3$。

②在减法中，一个数减去零，仍得这个数。零减一个数就等于这个数的相反的数。

例如：$3-0=3$；$0-3=-3$。

③在乘法中，因数中只要有一个为零，其积必为零；反

之，积为零，其因数中至少有一个为零。

例：$0\times0=0$；$0\times3=0$；

④在除法中，零除以不等于零的数，其结果仍为零。

例：$\dfrac{0}{3}=0$

（5） 零是一个整数，也是一个偶数，零与正整数、负整数合起来组成整数集合。

（6） 引进负数后，我们知道："0"是作为具有相反意义的量的基准。例如温度计上，零上的度数用正数表示，零下的度数用负数表示，在它们之间以零度为基准，它是正数和负数的界限，它小于一切正数，大于一切负数。它既不是正数，也不是负数，它是唯一的中性数。

（7） 在数轴上，零点是一个特定的点——原点。原点是数轴的三要素（方向、原点、长度单位）之一。

随着同学们数学知识的不断丰富，还会对零的认识更加深刻的。

因为零的特定地位，所以在考虑问题、讨论问题时千万不要忽略它。

练　习

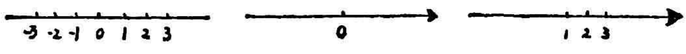
1. 为什么要引进负数而扩充数集？
2. 零是自然数吗？是正数吗？是负数吗？是整数吗？是有理数吗？
3. 自然数一定是正整数吗？一定是整数吗？整数一定是自然数吗？
4. 把正整数集合和负整数集合并在一起，能构成整数集合吗？

5. 正整数集合和自然数集合哪个集合里数多？
6. 正整数集合和负整数集合哪个集合里数多？
7. 正分数集合和负分数集合哪个集合里数多？
8. 整数集合与分数集合并在一起构成什么数集？
9. 正整数集合与正分数集合并在一起构成什么数集？
10. 从负有理数集合中去掉负分数集合，得到什么数集？
11. 除了正整数、负整数、还有什么整数？

二 数轴、相反数、倒数、绝对值

1. 数轴

定义：规定了方向、原点和长度单位用来表示数的直线叫做数轴。方向、原点、长度单位叫做数轴的三要素，这三要素是缺一不可的。如图1所示：



(1)　　(2)　　(3)

它们都不是数轴，你知道为什么吗？

（1） 缺少方向，

（2） 缺少长度单位，

（3） 缺少原点和长度单位。

有了数轴，任何一个有理数都可以用数轴上一个确定的点表示出来：

任一正数，用原点右边的一个点来表示，例如5，用原点右边5个单位的点M来表示，$2\frac{1}{2}$用原点右边$2\frac{1}{2}$个单位的点N来表示。

任一负数，用原点左边的一个点来表示，例如-5用原点左边5个单位的点M′来表示，$-2\frac{1}{2}$用原点左边$2\frac{1}{2}$个单位的点N′来表示。

数“0”是用原点0来表示。

综上所述，每一个有理数都有数轴上唯一确定的点与它对应，但是反过来并不成立，数轴上的每一点并不是都有有理数与它对应。

数轴是非常重要的数学工具，它使数和最简单的图形——直线上的点之间建立了对应关系，它揭示了数和形之间的内在联系，因此它是数形结合的基础。在本章中，有理数的一些概念可以在数轴上直观地反映出来。我们已经看到，正数与负数的对立，就反映为它们的对应点在原点的右边与左边的区别，从而巩固具有相反方向的量的概念。关于数轴的作用，我们还会逐渐看到。

在中学代数中有理数的大小比较法则是借助于数轴上的点的位置关系来说明的。在算术里我们已经知道如何比较两个正数的大小，反映到数轴上，较大的正数所对应的点在较小的正数所对应点的右边。推广到有理数，得到有理数比较大小的法则：

法则：在数轴上表示的两个有理数，右边的数总比左边的数大。

这里要特别注意，两个负数的大小比较问题，最容易出现错误，这时解题的步骤应是：

①先求出这两个负数的绝对值；

②比较这两个绝对值的大小；

③得出结果：绝对值较大的负数反而小，绝对值较小的负数反而大。

2. 相反的数

定义1：只有符号不同的两个数叫做互为相反的数；零的相反数还是零。

借助于数轴，我们又可以直观地给出相反数的定义2，使我们对于相反的数理解得更加透彻。

定义2：在数轴上的原点两旁，离开原点距离相等的两个点所表示的两个数，叫做互为相反的数；零的相反数仍是零。

有了有理数的加法后，我们又可以通过加法给相反的数下定义。

定义3：a与b是有理数，如果$a+b=0$(即$a=-b$)，我们说a与b是互为相反的数。

这三个定义虽然形式上不同，第一、三个定义从代数学的角度、第二个定义是从几何学角度去给互为相反的数下定义的。但就其本质来讲是完全相同的。

在理解互为相反的数时要注意：

（1）“互为”的意思：3与-3是互为相反的数，也就是说-3是3的相反的数，3也是-3的相反的数。相反的数是成对出现的，不能单独存在。

（2）“相反”表示符号相反，讲完绝对值的概念后，互为相反的数又可以理解为“绝对值相等、符号相反的两个数，零的相反的数是零”。

对任一正数a，$-a$是a的相反的数，我们看到一个正数前面添上一个“$-$”号，就变成了它的相反的数。一般地，