

一本为学生而写的书



新教案

xin jiao an

名师随堂丛书

MINGSHISUITANGCONGSHU

主编 / 蒋海啸

● 初二数学

(修订版)



广西师范大学出版社



一·本·为·学·生·而·写·的·书



XINJIAOAN · XINJIAOAN · XINJIAOAN · XINJIAOAN

新

教案

初二数学



主

编

编

者

蒋海啸

何炯芳 贺双桂



广西师范大学出版社

桂林·

名师随堂丛书

新教案·初二数学

主编 蒋海啸

编者 何炯芳 贺双桂

责任编辑:王德玫

封面设计:杨琳

广西师范大学出版社出版发行

(广西桂林市中华路36号 邮政编码:541001)

全国各地新华书店经销

广西师范大学出版社印刷厂印刷

*

开本:890×1240 1/32

印张:7.5

字数:316千字

2001年6月第3版

2001年6月第1次印刷

印数:75 001~145 000册

ISBN 7-5633-2621-9/G·1904

定价:8.40元

前言



“新教案”套书是依据 2000 年 3 月颁发的中学各学科教学大纲、最新出版的教材和考试说明编写的。

本套书以提高教学质量、培养学生能力、全面推进素质教育为目的,聘请优秀教师和教研人员精心策划、撰写。它着眼于帮助教师准确把握新教材的精神和特点,着力于引导学生准确把握老师的教学意图,更好地为学生形成健全的人格、掌握知识、提高能力创造条件。

本套书含语文、数学、英语、物理、化学 5 个学科,高中部分还包括政治、历史、地理、生物等学科,按年级分册、分单元(章节)同步编写。

本套书有如下特点:① 以新教材为依据,扼要系统地总结了学科的知识体系,突出了综合能力 and 创新精神的培养;② 以例代讲和以例带讲,并给以详尽的分析解答,或侧重于思路,或侧重于方法,或侧重于技巧,或兼而有之,旨在为学生提供掌握知识、发展智力、提高能力、减轻负担、省时省力的同步学习捷径,为教师提供备课资料;③ 每章(或单元)、每节(或课)都配有既与教材同步,又侧重于实际运用所学所讲内容的过关训练题,并附有期末考试模拟题,做到讲练结合,精讲精练。

本套书各册设立的[知识结构]扼要介绍学习的主要内容。[基础知识通览(或梳理)]简要介绍主干知识和基本技能。[重点·难点·易错点例析]通过对例题的解析,帮助读者掌握重点,突破难点,熟悉考点,剖析常见错误的原因,提供避错防错方法。[知识综合与应用]侧重开发、迁移思维,培养能力,训练学生运用所学知识解决综合问题的能力。

本套书贴近教学,集科学性、可读性、权威性于一体,简明而深刻,系统而实用,构建了跨世纪中学教学的全新方略。我们真诚向读者推

荐:本套书是教师备课和提高教学质量的助手,更是中学生学习课本的指南、解决疑难问题的钥匙、自学成才的良师益友。

由于本套书在编写体例和要求上进行了创新,而可供参考的资料有限,缺点错误恐难避免,敬请读者不吝赐教,使之日臻完善。

编 者

2001年6月

目 录



每章节包括如下内容:

知识体系、考试命题热点分析、基础知识通览、重点·
难点·考点例析、基础知识过关训练、易错点分析、迁移思
维点拨、综合题引导、考点测试、学习方法简介.

代数部分

第八章 因式分解	(1)
第一单元 提公因式法	(2)
第二单元 运用公式法	(6)
第三单元 分组分解法	(10)
易错点分析	(15)
迁移思维点拨	(16)
综合题引导	(17)
考点测试(八)	(18)
学习方法简介	(21)
第九章 分式	(22)
第一单元 分式	(23)
第二单元 分式的基本性质	(26)
第三单元 分式的乘除法	(30)
第四单元 分式的加减法	(35)
第五单元 含有字母系数的一元一次方程	(40)
第六单元 探究性活动: $a=bc$ 型数量关系	(44)

第七单元 可化为一元一次方程的分式方程及其应用	(48)
易错点分析	(52)
迁移思维点拨	(54)
综合题引导	(54)
考点测试(九)	(56)
学习方法简介	(58)
第十章 数的开方	(59)
第一单元 数的开方	(60)
第二单元 立方根	(64)
第三单元 实数	(68)
易错点分析	(71)
迁移思维点拨	(73)
综合题引导	(73)
考点测试(十)	(74)
学习方法简介	(76)
第十一章 二次根式	(77)
第一单元 二次根式	(78)
第二单元 二次根式的乘法	(81)
第三单元 二次根式的除法	(85)
第四单元 最简二次根式	(90)
第五单元 二次根式的加减法	(93)
第六单元 二次根式的混合运算	(97)
第七单元 二次根式 $\sqrt{a^2}$ 的化简	(103)
易错点分析	(106)
迁移思维点拨	(109)
综合题引导	(110)
考点测试(十一)	(110)
学习方法简介	(113)

几何部分

第三章 三角形	(114)
第一单元 三角形的概念和性质	(116)

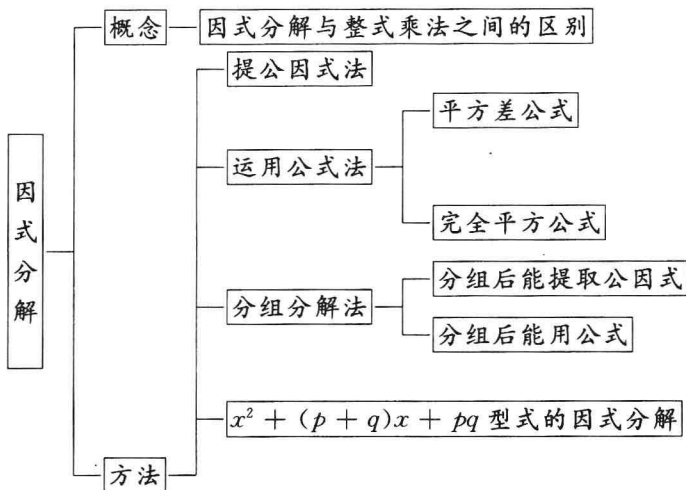
第二单元 全等三角形	(120)
第三单元 特殊三角形	(126)
第四单元 轴对称和基本作图	(130)
第五单元 勾股定理	(135)
易错点分析	(140)
迁移思维点拨	(141)
综合题引导	(144)
考点测试(三)	(146)
学习方法简介	(150)
第四章 四边形	(152)
第一单元 四边形	(153)
第二单元 平行四边形	(157)
第三单元 特殊的平行四边形	(162)
第四单元 梯形	(168)
易错点分析	(173)
迁移思维点拨	(175)
综合题引导	(176)
考点测试(四)	(178)
学习方法简介	(182)
第五章 相似形	(184)
第一单元 比例线段	(185)
第二单元 相似三角形的判定	(191)
第三单元 相似三角形的性质	(197)
易错点分析	(202)
迁移思维点拨	(203)
综合题引导	(205)
考点测试(五)	(207)
学习方法简介	(211)
上学期期末冲刺——全真模拟试题	(212)
下学期期末冲刺——全真模拟试题	(215)
参考答案	(218)

代数部分

第八章 因式分解



本章知识体系



考试命题热点分析

本章的考试要求是了解因式分解的意义及其与整式乘法的区别和联系,掌握提公因式法、运用公式法、分组分解法和十字相乘法这四种分解因式的基本方法,会用这些方法进行多项式的因式分解.

本章的考点比较单一,就是多项式的因式分解,但它的方法灵活多变,而且在分式的约分、通分运算中,在根式的运算中,在解方程或不等式中,以及其他各类数学

问题中都经常用到,可以说它是解决各类数学问题的一种“工具”。

综观近几年全国各地的中考试题,不难发现,本章考题的高频点在于:先提取公因式后用公式;用十字相乘法或分组分解法等,单独运用提公因式法或单独运用公式法的题型较少见。虽然因式分解考题的分数多在2~4分,但由于大纲对本章内容有较具体而明确的要求,使考题难度得以适当把握,因此,客观上讲此类题属“送分题”。

第一单元 提公因式法



基础知识通览

表 8-1

项目	内 容	备 注
因式分解	把一个多项式化成几个整式的积的形式,叫做把这个多项式因式分解	因式分解与整式乘法是两种互逆的变形,利用这种关系可检验因式分解的结果是否正确
公因式	多项式中各项都含有的公共因式,叫做这个多项式的公因式	公因式包括各项系数的最大公约数以及各相同字母的最低次幂的积
提公因式法	把多项式中的公因式提到括号外,这种因式分解方法,叫做提取公因式法	1. 提公因式法可表示为 $ma+mb+mc=m(a+b+c)$ 2. 公因式提出后,用它去除各项,把所得的商放在括号内

重点·难点·考点例析

【例 1】 下列因式分解中,正确的是()。

(A) $-8m^3+12m^2-4m=-4m(2m^2+3m-1)$

(B) $m^2+5m-mn-5n=(m-5)(m-n)$

(C) $5m^2-6mn-8n^2=(m-2n)(5m+4n)$

(D) $0.009m^2-\frac{16}{49}n^2=\left(0.03m+\frac{4}{7}n\right)\left(0.03m-\frac{4}{7}n\right)$

【分析】 根据因式分解与整式乘法互为逆变形的关系,可通过计算各式的右边来检验因式分解的结果是否正确.

【解】 应选(C).

【说明】 因式分解与整式乘法是互逆变形,学习时要注意运用逆向思维处理有关问题.

【例 2】 把 $na+nb+nc$ 分解因式.

【分析】 易知该式中三个项的公因式是 n .

【解】 $na+nb+nc$
 $=n(a+b+c).$

【说明】 提取公因式法是因式分解诸法中最简的一种,但要注意运用适当、提取彻底.

【例 3】 把 $-3x^2+6x-12$ 分解因式.

【分析】 该式中各项都含有公因数 3,而且首项系数为负,这种情形,宜提取 -3 为公因式.

【解】 $-3x^2+6x-12$
 $=(-3) \cdot x^2 - (-3) \cdot 2x + (-3) \cdot 4$
 $=-3(x^2-2x+4).$

【例 4】 把 $15m^3-10m^2$ 分解因式.

【解】 $15m^3-10m^2$
 $=5m^2 \cdot 3m - 5m^2 \cdot 2$
 $=5m^2(3m-2).$

【说明】 此题分解时若仅提取 $5m$ 作为公因式,则另一个因式为 $3m^2-2m$,还有公因式 m ,这就是提取不彻底.

【例 5】 把 $2a(b+c)-3(b+c)$ 分解因式.

(1998 年天津市)

【分析】 不难发现,式中两大项之间有公因式 $(b+c)$.

【解】 $2a(b+c)-3(b+c)$
 $=(b+c)(2a-3).$

【说明】 此例提取的公因式 $b+c$,其本身是一个二项式,以后还会有更复杂的公因式.

【例 6】 把 $4q(1-p)^3+2(p-1)^2$ 分解因式.

(1998 年四川省)

【分析 1】 因为 $(p-1)^2=(1-p)^2$,所以原式有公因式 $2(1-p)^2$.但要注意把 $2(1-p)^2$ 提出后,此项还有 1,不能漏掉.

【解法 1】 $4q(1-p)^3+2(p-1)^2$

$$=2(1-p)^2[2q(1-p)+1]$$

$$=2(1-p)^2(2q-2pq+1).$$

【分析 2】 因为 $(1-p)^3 = [-(p-1)]^3 = -(p-1)^3$, 所以原式的公因式也可看做 $2(p-1)^2$.

$$\begin{aligned} \text{【解法 2】} & 4q(1-p)^3 + 2(p-1)^2 \\ &= -4q(p-1)^3 + 2(p-1)^2 \\ &= 2(p-1)^2[-2q(p-1)+1] \\ &= 2(p-1)^2(2q-2pq+1). \end{aligned} \quad (*)$$

【说明】 在因式分解到 (*) 后, 应把整式化成规范形式, 即 $2q(1-p)+1$ 或 $-2q(p-1)+1$, 要化成 $2q-2pq+1$.

【例 7】 把 $(b-a)(x-y+z)-(a-b)(2x+y-z)-(a-b)(y-2x)$ 分解因式.

【分析】 如果取 $a-b$ 为公因式, 原式中每个括号外将都带有负号, 应尽量避免负号过多的情形出现, 宜取 $b-a$ 为公因式.

$$\begin{aligned} \text{【解】} & (b-a)(x-y+z)-(a-b)(2x+y-z)-(a-b)(y-2x) \\ &= (b-a)(x-y+z)+(b-a)(2x+y-z)+(b-a)(y-2x) \\ &= (b-a)(x-y+z+2x+y-z+y-2x) \\ &= (b-a)(x+y). \end{aligned}$$

【说明】 因式分解中往往要通过多项式的变号处理找到适当的公因式, 这样可以减少出错.

【例 8】 把 $8x(2x+y)^3-12x^2(2x+y)^2$ 分解因式.

【分析】 两大项的公因式, 应取数字系数的最大公约数 4, 与字母组合相同因式的最低次幂 $x(2x+y)^2$ 之积, 即 $4x(2x+y)^2$ 为公因式.

$$\begin{aligned} \text{【解】} & 8x(2x+y)^3-12x^2(2x+y)^2 \\ &= 4x(2x+y)^2 \cdot 2(2x+y)-4x(2x+y)^2 \cdot 3x \\ &= 4x(2x+y)^2[2(2x+y)-3x] \\ &= 4x(2x+y)^2(x+2y). \end{aligned}$$

【说明】 当公因式中含有多项式时, 应把这个多项式看成一个整体, 与所含相同字母一样对待.

基础知识过关训练一

一、填空题

1. 已知 $(x+1)(x^2+2x+3)=x^3+3x^2+5x+3$, 那么, 将 x^3+3x^2+5x+3 因式分解得_____.

2. 如果将 x^2+6x+m 因式分解得 $(x+2)(x+4)$, 则 $m=$ _____.

3. 多项式 $56x^3yz+14x^2y^2z-21xy^2z^2$ 各项的公因式是_____.

4. $x^2y(a+b)$ 与 $xy^2(a+b)^2$ 的公因式是_____.

二、选择题

1. 下列因式分解,正确的是().

(A) $-m^2-n^2=(m+n)(m-n)$

(B) $x^2+2xy+4y^2=(x+2y)^2$

(C) $x^2-2xy-3y^2=(x+y)(x-3y)$

(D) $a^3+b^3=(a+b)(a^2+ab+b^2)$

2. 把 $-3x^2-6xy-3x$ 因式分解,得().

(A) $-3x(x+2y)$ (B) $-3x(x+2y)+1$

(C) $-3x(x+2y+1)$ (D) $-3x(x+2y-1)$

三、把下列各式分解因式

1. $a^3b^2-ab^3c$.

2. $20a^3b^2+12ab^3c-18abc^3$.

3. $-10ax+5bx-15cx$.

4. $-\frac{1}{2}m^2n+\frac{3}{4}mn^2-\frac{3}{2}m^2n^2$.

5. $x(x-y)+y(y-x)$.

6. $b(m-n)^2-(n-m)^3$.

7. $-x^3y^2(a-b)^2(3-2y)-x^2y^3(b-a)^2(3-2x)$.

8. $2(x-2y)(a-2b+3c)-4(y-x)(2b-a-3c)$.

9. $(a-b)^4+a(a-b)^3+b(a-b)^3$.

10. $-3m(b-a)^2+6mn(a-b)^2+(b-a)^3$.

四、利用因式分解进行计算

$121 \times 2.207 + 119 \times 2.207 + 134 \times 2.207 + 626 \times 2.207$.

第二单元 运用公式法



基础知识通览

表 8-2

项目	内 容	备 注
平方差公式	1. 公式 $a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$. 2. 特点: (1) 两项式. (2) 是平方差或能化成平方差的形式. (3) 结果是两数和与两数差的积	1. 各项有公因式时, 应先提取公因式, 后用公式 2. 要熟记 1~20 的平方数
完全平方公式	1. 公式 $a^2 \pm 2ab + b^2 = (a \pm b)^2$ 2. 特点: (1) 三项式. (2) 前后项为平方或能化为平方形式, 中间项为首、尾两项积的 2 倍. (3) 右边是和或差的平方	3. 完全平方公式有两个, 是加是减看中间项的符号

重点·难点·考点例析

【例 1】把 $a^2 - 4b^2$ 因式分解.

(1996 年浙江省)

【分析】容易看出这里的 $4b^2 = (2b)^2$.

【解】 $a^2 - 4b^2$

$$= a^2 - (2b)^2$$

$$= (a+2b)(a-2b).$$

【说明】运用平方差公式因式分解时, 必须注意字母前的数字系数, 如 $4b^2$ 应先变成 $(2b)^2$ 形式.

【例 2】把 $16(x+y)^2 - 9(x-y)^2$ 分解因式.

【分析】由于 $16(x+y)^2 = 4^2(x+y)^2 = [4(x+y)]^2$, $9(x-y)^2 = 3^2(x-y)^2 = [3(x-y)]^2$, 这样, 就可以将 $4(x+y)$ 看做是平方差公式中的 a , 将 $3(x-y)$ 看做 b , 然后运用平方差公式进行因式分解.

【解】 $16(x+y)^2 - 9(x-y)^2$

$$\begin{aligned}
&= [4(x+y)]^2 - [3(x-y)]^2 \\
&= [4(x+y) + 3(x-y)][4(x+y) - 3(x-y)] \\
&= (7x+y)(x+7y).
\end{aligned}$$

【说明】 分解因式后,对各个因式都要化简.此外注意,括号前为负号时,去括号后,括号内各项都要变号.

【例 3】 下列多项式中,能运用平方差公式进行因式分解的是().

- (A) x^2+2x+3 (B) $-x^2-y^2$
(C) $-169+a^4$ (D) $9x^2-7y$

【分析】 同时满足以下三个条件的多项式,可运用平方差公式进行因式分解:①二项式或可看做二项式的多项式;②两项的符号相反;③每项都能写成某数或某式的平方形式.通过观察可知,(A)不符合①;(B)不符合②;(D)不符合③;(C)中的 $169=13^2, a^4=(a^2)^2$,故(C)同时满足上述三个条件.

【解】 应选(C).

【例 4】 把 $a-ab^2$ 分解因式.

(1999 年湖南省)

【分析】 从表面上看, a 与 ab^2 都不能写成平方形式,因而不能直接用平方差公式进行因式分解;但 a 与 ab^2 有公因式 a ,提出公因式 a 后,另一个因式是 $1-b^2$,可运用平方差公式继续分解.

$$\begin{aligned}
\text{【解】 } a-ab^2 &= a(1-b^2) \\
&= a(1-b^2) \\
&= a(1+b)(1-b).
\end{aligned}$$

【说明】 如果多项式的各项含有公因式,那么先提出这个公因式,再进一步分解因式.

【例 5】 分解因式 x^4-1 的结果正确的是().

- (A) $(x^2-1)(x^2+1)$ (B) $(x-1)(x+1)(x^2+1)$
(C) $(x+1)^2(x-1)^2$ (D) $(x-1)(x+1)^3$

(1998 年河北省)

【分析】 因 $x^4=(x^2)^2, 1=1^2$,故原式可因式分解为 $(x^2+1)(x^2-1)$,因式 x^2-1 还可继续分解成 $(x+1)(x-1)$.

【解】 应选(B).

【说明】 分解因式必须进行到每一个多项式因式都不能再分解为止.

【例 6】 下列各因式分解中,正确的是().

- (A) $x^2+4x+16=(x+4)^2$ (B) $x^2+6x+9=(x-3)^2$
(C) $x^2-2x+1=(x-1)^2$ (D) $x^2+4x+4=(x+2)^2$

【分析】 (A)式左边中的 $16=4^2$,但 $4x \neq 2 \cdot x \cdot 4$; (B)式左边虽然是完全平方

式,但左、右两边不符合完全平方公式;只有(C)式、(D)式正确.

【解】 应选(C)、(D).

【说明】 根据完全平方公式的意义和特点,判断一个三项式是否为完全平方式的方法是:首平方,尾平方,首尾积的二倍居中央.分解因式时则根据“中央的符号”写出两数和(或差)的平方.

【例 7】 把 $-x^2+4xy-4y^2$ 分解因式.

【分析】 注意到首、尾两项同为“-”号,将“-”号提出括号外后,括号内就有两项能写成平方和的形式了.

$$\begin{aligned}\text{【解】} \quad & -x^2+4xy-4y^2 \\ & =-(x^2-4xy+4y^2) \\ & =-(x-2y)^2.\end{aligned}$$

【说明】 运用公式法因式分解时,变号处理是常用的技巧.

【例 8】 把 $a-2a^2+a^3$ 分解因式.

(1998 年广西区)

【分析】 原式中各项都含有公因式 a ,应先提公因式后再用完全平方公式.

$$\begin{aligned}\text{【解】} \quad & a-2a^2+a^3 \\ & =a(1-2a+a^2) \\ & =a(1^2-2\cdot 1\cdot a+a^2) \\ & =a(1-a)^2.\end{aligned}$$

【说明】 数字“1”在不同的运算或变形中,往往有不同形态,有时写成 1^2 或 1^3 ,有时写成乘以 1 或除以 1,等等.要注意加以总结归纳,灵活运用.

【例 9】 把 $9(x+y)^2+6(x+y)+1$ 分解因式.

【分析】 易知 $9(x+y)^2=[3(x+y)]^2$, $6(x+y)=2\cdot 3(x+y)\cdot 1$, $1=1^2$,故可直接用完全平方公式分解因式.

$$\begin{aligned}\text{【解】} \quad & 9(x+y)^2+6(x+y)+1 \\ & =[3(x+y)]^2+2\cdot 3(x+y)\cdot 1+1^2 \\ & =[3(x+y)+1]^2 \\ & =(3x+3y+1)^2.\end{aligned}$$

【说明】 多项式作为一个项时,应考虑整体处理.

基础知识过关训练二

一、填空题

1. 把下列各式改写成平方式:

(1) $0.04a^6=(\quad)^2$;

(2) $64(a-b)^2=[\quad]^2$;

(3) $\frac{144}{169}a^2b^4 = (\quad)^2$;

(4) $1\frac{19}{81}a^4b^6 = (\quad)^2$.

2. $a^2 - 9b^2 = \underline{\hspace{2cm}}$.

3. $(a-b)^2 - 0.01 = \underline{\hspace{2cm}}$.

4. $(x+1)^2 + (\quad) + 4a^2 = (x+2a+1)^2$.

5. $a^2x + 2ax^3 + x^5 = x(\quad)^2$.

二、选择题

1. 下列多项式中,在有理数范围内不能用平方差公式分解因式的是().

(A) $x^2 - \frac{1}{36}$

(B) $-\frac{25}{121} + \frac{9}{16}y^4$

(C) $-0.036m^2 + 0.4n^2$

(D) $4(x+y)^2 - 9(x-y)^2$

2. 分解因式 $-1 + 0.04x^2$ 等于().

(A) $(-1 + 0.2x)^2$

(B) $(0.02x+1)(0.02x-1)$

(C) $(-1 + 0.2x)(-1 - 0.2x)$

(D) $(0.2x+1)(0.2x-1)$

3. 如果 $4x^2 + kx + 25$ 是一个完全平方式,那么 k 的值是().

(A) 20

(B) -20

(C) ± 20

(D) 40

4. 下列因式分解的方法中,错误的是().

(A) $a^2 + 5ab - a$ 可用提公因式法

(B) $-1 + x^4$ 可用平方差公式

(C) $x^2 + xy + \frac{1}{4}y^2$ 可用完全平方公式

(D) $-x^2 + 2xy + y^2$ 可用完全平方公式

三、把下列各式因式分解

1. $-81 + a^2$.

2. $4x^2 - \frac{1}{9}y^2$.

3. $-x^6 + 16x^2$.

4. $16(x-y)^2 - 9x^2$.

5. $8(x+y)^2 - 2(x-y)^2$.

6. $x^2 - 8x + 16$.

7. $4a^2 + 12ab + 9b^2$.

8. $2x^2 - 2x + \frac{1}{2}$.

9. $(a-b)^2 - 10(a-b)c + 25c^2$.

10. $(a-b)(a^2 - ab + b^2) - ab(a-b)$.