龙门品牌 学子至爱

龍門書局 1930-2010

名誉主编 雷洁琼
丛书主编 希 扬

升级版

三点一测

当选“改革开放30年最具影响力的300本书”

优秀畅销书奖

九年级数学

人教版

分册主编 熊国启 张佑胜

重点难点提示
知识点全解
综合应用检测

上

科学出版社 龍門書局

责任编辑：韩博　董锌
封面设计：嘉华永盛

升级版

三点一测

拓成才之路

人教版课标本
七年级数学　（上、下）
七年级语文　（上、下）
新目标七年级英语（上、下）
七年级政治　（上、下）
七年级历史　（上、下）
七年级地理　（上、下）
七年级生物　（上、下）
八年级数学　（上、下）
八年级物理　（上、下）
八年级语文　（上、下）
新目标八年级英语（上、下）
八年级政治　（上、下）
八年级历史　（上、下）
八年级地理　（上、下）
八年级生物　（上、下）
九年级数学　（上、下）
九年级物理　（上、下）
九年级化学　（上、下）
九年级语文　（上、下）
新目标九年级英语（上、下）
九年级政治
九年级历史　（上、下）

北京师大版课标本
七年级数学（上、下）
七年级语文（上、下）
七年级生物（上、下）
八年级数学（上、下）
八年级物理（上、下）
八年级语文（上、下）
八年级生物（上、下）
九年级数学（上、下）
九年级物理（上、下）
九年级语文（上、下）

华东师大版课标本
七年级数学（上、下）
八年级数学（上、下）
九年级数学（上、下）

上海科技版课标本
七年级数学（上、下）
八年级数学（上、下）
八年级物理（上、下）
九年级物理（上、下）
九年级数学（上、下）

科学－粤教版课标本
九年级化学（上、下）

江苏版课标本
七年级语文（上、下）
八年级语文（上、下）
九年级语文（上、下）
七年级数学（上、下）
八年级数学（上、下）
八年级物理（上、下）
九年级数学（上、下）
九年级物理（上、下）

教育科学版课标本
八年级物理（上、下）
九年级物理（上、下）

语文版课标本
七年级语文（上、下）
八年级语文（上、下）
九年级语文（上、下）

译林版课标本
七年级英语（上、下）
八年级英语（上、下）
九年级英语（上、下）

上海教育版课标本
九年级化学（上、下）

河北教育版课标本
七年级数学（上、下）
七年级英语（上、下）
八年级数学（上、下）
八年级英语（上、下）
九年级数学（上、下）
九年级英语（上、下）

湖南版课标本
七年级数学（上、下）
八年级数学（上、下）
九年级数学（上、下）

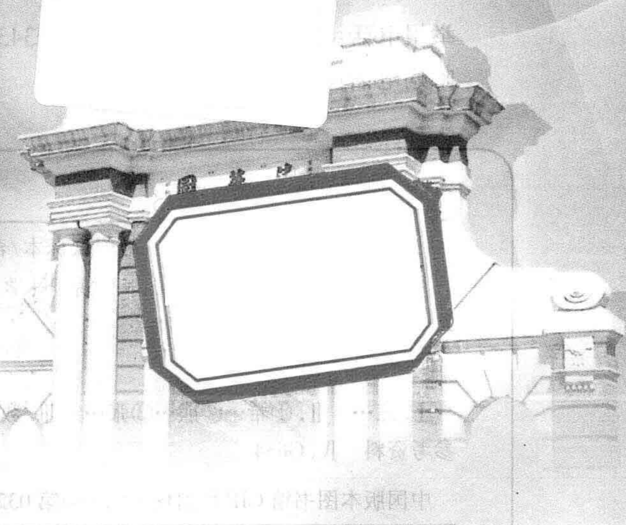
山东教育版课标本
九年级化学（上、下）

外研版课标本：衔接小学英语
七年级英语（上、下）
八年级英语（上、下）
九年级英语（上、下）

广东教育版课标本
七年级思想品德（上、下）
八年级思想品德（上、下）
九年级思想品德

ISBN 978-7-5088-0981-6
定价：21.00元

☆ 与人教版最新教材同步 ☆



升级版

三点一测

九年级数学（上）

分册主编：熊国启　张佑胜
编　　者：黄新元　熊国启　张佑胜
孙海涛　万小华　程　强
孙全喜　熊国珍　熊双喜
严立新　陈新荣　张方孝
审　　订：包善贤

科学出版社　龍門書局
北　京

【版权所有 侵权必究】

举报电话:010-64030229;010-64034315;13501151303

邮购电话:010-64034160

图书在版编目(CIP)数据

三点一测.九年级数学.上:人教版课标本/希扬丛书主编;熊国启,张佑胜分册主编.—修订版.—北京:科学出版社 龙门书局,2009

ISBN 978-7-5088-0981-6

Ⅰ.三… Ⅱ.①希…②熊…③张… Ⅲ.数学课-初中-教学参考资料 Ⅳ.G634

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2006)第 032785 号

责任编辑:韩 博 董 铮/封面设计:东方上林工作室

科学出版社
龍門書局 出版

北京东黄城根北街 16 号

邮政编码:100717

www.longmenbooks.com

中国科学院印刷厂 印刷

科学出版社总发行 各地书店经销

*

2006 年 4 月第 一 版 开本:A5(890×1240)

2010 年 3 月第四次修订版 印张:10 3/4

2010 年 3 月第十一次印刷 字数:425 000

定 价:21.00 元

(如有印装质量问题,我社负责调换)

编者的话

亲爱的同学们，在日常的学习中，你是否碰到过这样的情形：

课堂上用心听讲的你，因为小小的走神忽略了老师一句重要的讲解；

尽管听清了老师的每一句话，但是仍有不能理解的地方，却又不好意思上前询问；

明明全都听明白了，也把公式全都记住了，可是解题的时候却突然不知道该用什么、怎么用了；

…………

别担心，《三点一测》来了，她将为你排忧解难！

翻开这本书：

就可以找到详细的知识点讲解，弥补你的漏听错解；

就可以找到每个知识点需要注意的地方和易错点的提醒，帮助你深入理解所学；

就可以找到与知识点相对应的各种形式的例题，基础的、综合的、探究的，让解题更加有法可循；

还可以找到各地名师为你精选出来的习题，进一步巩固所学，让你在各种检测中得心应手。

《三点一测》丛书自面世以来，历经十三个春秋，无数次荣登全国各地图书销售排行榜榜首，累计销量突破三百万套。当年使用过《三点一测》的学子们，现在很多已经成为硕士、博士，是国家的栋梁之材。

如今，《三点一测》丛书的编者们积十三年青少年教育辅导之底蕴，本着"教育为振兴中华之本"的精神，潜心研究青少年学习所需，倾力推出了**升级版《三点一测》**。

升级版《三点一测》充分体现了**探究式学习理念**，同时力求在教辅书中体现**工具书的性质**：随用随查——解决你对课堂所学存有的疑问。

升级版《三点一测》体现了**金字塔式学法策略**，即"夯实基础＋掌握技巧＋拓展能力"，将所需要掌握的知识，系统地、完整地呈现在你的眼前。

升级版《三点一测》的**全新版式**，带给你层次分明的版式设计，重点突出的内容讲解——阅读也可以很舒适。

亲爱的同学们，学习的过程虽然是一个艰苦的过程，但对自己未知领域的探索永远充满着极大的诱惑力和无限的乐趣。《三点一测》愿做你攀登知识高峰的阶梯，遨游无垠学海的龙舟，给你的学习以最大的智力支持！

"宝剑锋从磨砺出，梅花香自苦寒来"，希望同学们通过自身的努力，不断奋进，取得成功！

成功路上，《三点一测》伴你同行！

听力录音免费下载办法：登陆 www.longmenbooks.com，弹出界面后，点击"下载中心"，即可找到相关下载。

编　者

此为试读，需要完整PDF请访问：www.ertongbook.com

三点一测 使用指南

温故而知新。将与本节相关的之前所学过的知识进行梳理，方便掌握新知。

夯实基础。通过对本节知识点的最详细分析和例题讲述，建立掌握本节内容的最坚实基础。

方法技巧，一点就通。针对方法技巧的拓展和归纳，掌握解题技巧，提高认知手段。

21.1 二次根式

重点难点提示

- **重点** 1. 二次根式的定义.
  2. 与二次根式相关的函数中自变量的取值范围的确定.
- **难点** $(\sqrt{a})^2$ 与 $\sqrt{a^2}$ 的联系和区别.

探究指导

知识回顾

1. 平方根

如果一个数的平方等于 a，那么这个数就叫做 a 的平方根.

2. 平方根的表示方法

正数 a 有两个平方根，它们互为相反数，可分别表示为 $\pm\sqrt{a}$；零的平方根是零；负数没有平方根.

3. 算术平方根

正数 a 的正平方根，也叫做 a 的算术平方根，记为 $\sqrt{a}$；零的算术平方根是零.

数学宫殿 万丈高楼平地起，打牢基础是关键

【例1】 计算：$(\sqrt{-a})^2+\sqrt{a^2}$

分析 题目中有 $\sqrt{-a}$ 出现，表明 $-a$ 为非负数，$\therefore a\leqslant 0$，此时 $\sqrt{a^2}=-a$.

解 $(\sqrt{-a})^2+\sqrt{a^2}=-a+(-a)=-2a$

特别提醒 这里虽然没有明确指出 a 的取值范围，但通过题目中“$\sqrt{-a}$”形式的出现，可以判断出 $a\leqslant 0$，利用隐含在题目中的这一条件，进一步又可以对 $\sqrt{a^2}$ 实施化简.

聪明屋 技巧帮助解题，解题熟练技巧

6. 求函数的最大(小)值

利用 $\sqrt{a}(a\geqslant 0)$ 是一个非负数，可以求一些含有二次根式的代数式的最大(小)值.

【例7】 求代数式 $2-\sqrt{5-x}$ 的最大值.

分析 这里 2 是一个常数，$2-\sqrt{5-x}$ 的值随 x 的变化可以取不同的值. 由于 $\sqrt{5-x}$ 是一个非负数.

$\therefore -\sqrt{5-x}\leqslant 0$，$2-\sqrt{5-x}\leqslant 2$，这样，便可求得 $2-\sqrt{5-x}$ 的最大值.

解 $\because \sqrt{5-x}\geqslant 0$，$\therefore -\sqrt{5-x}\leqslant 0$，$2-\sqrt{5-x}\leqslant 2$.

因此，当 $x=5$ 时，$2-\sqrt{5-x}$ 有最大值，最大值是 2.

点评　利用 $\sqrt{a}$ 为一个非负数可以确定一些含有二次根式的代数式的取值范围，从而求出其最大或最小值.

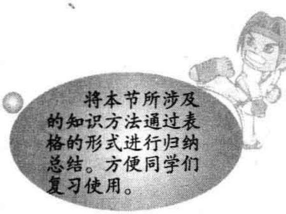
典题练习

1－1　(1)求函数 $y=12+\sqrt{2x-1}$ 的最小值.

(2)求函数 $y=5-\sqrt{4-x}$ 的最大值.

知识方法归纳

概念、规律	关键词
1. 式子 $\sqrt{a}(a\geqslant0)$ 叫做二次根式	$a\geqslant0$
2. $\sqrt{a}(a\geqslant0)$ 表示 a 的算术平方根，因此 $\sqrt{a}$ 是非负数	$\sqrt{a}\geqslant0(a\geqslant0)$
3. $(\sqrt{a})^2$ 与 $\sqrt{a^2}$ 有区别	$(\sqrt{a})^2=a(a\geqslant0)$　$\sqrt{a^2}=\lvert a\rvert$



快乐套餐

练一练，你会了吗？

1. (2007·成都)在函数 $y=\dfrac{\sqrt{x+2}}{3x}$ 中，自变量 x 的取值范围是　(　　)

A. $x\geqslant-2$ 且 $x\neq0$　　B. $x\leqslant-2$ 且 $x\neq0$

C. $x\neq0$　　D. $x\leqslant-2$

试一试，经历这些活动

2. 如图 21-1-2 所示，已知实数 a、b、c 在数轴上有三个对应点，化简 $|a|-\sqrt{(a+c)^2}+\sqrt{(a-b)^2}$.

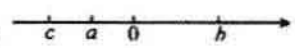


图 21-1-2

想一想，如何探究？

3. 如图 21-1-3 所示，已知一个正方体的表面积为 12.

(1)求正方体的棱长.

(2)一只蚂蚁从正方体表面 A 处爬到 C_1 处，求蚂蚁爬行的最短的路线长.

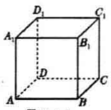
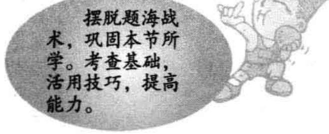
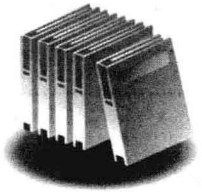


图 21-1-3



编委会

蔡伟	仓思春	陈椈	陈百林	陈劳红
陈刘送	陈澍	陈旭东	陈志谦	陈梅娟
董金水	杜桂珍	段永洪	范小秋	冯为胜
高海波	高永利	葛宇雄	郭建江	郭练兵
郭敏	郭亚	郭玉蓉	何航	何其芳
侯国杰	胡春来	黄进	黄选桂	黄志萍
江苑琼	金宝华	李海涛	李丽霞	李能知
李甄	林德民	林洪	林国昌	林剑波
刘必正	刘坤	刘丽清	刘姝	龙仕艳
罗佳	罗娟	倪加银	钱旭东	商振铎
邵长思	宋芳	孙北平	孙谦	苏碧英
王保生	王加福	王奇	王勤	王清霖
王亚军	王一灿	王应标	王子章	吴志远
吴向华	谢严	昕彤	徐琳珠	许天枢
薛辉	徐元旦	闫召建	杨剑平	杨汝新
杨栓榕	杨哲	殷志忠	虞苏	曾建华
张景元	张铁志	张志明	张益弘	赵建辉
赵军	周剑波	周菁	朱庆云	邹惠颖
朱丹丹				



目录 CONTENTS

第二十一章 二次根式

本章综述

1. 课程标准要求

(1)理解二次根式及其相关概念.

(2)会用积和商的算术平方根的性质对二次根式进行化简.

(3)能用二次根式的加、减、乘、除运算法则进行相关计算.

(4)能够用含二次根式的代数式表示实际问题中的数量关系.

2. 学科及中考中的地位

本章学习的内容是前面已学习过的“平方根”、“实数”等内容的继续,为以后学习一元二次方程及其他知识打下基础. 通过对本章内容的学习、可以把有理数的四则运算法则的实用领域扩展到整个实数范围,使得实数范围的四则运算形成了一个相对完整的体系. 在中考试卷中,本章内容多以确定含有二次根式的函数自变量的取值范围,以及与一元二次方程、几何问题、实际应用问题综合等形式出现.

21.1 二次根式

重点难点提示

◆ 重点 1. 二次根式的定义.

2. 与二次根式相关的函数中自变量的取值范围的确定.

◆ 难点 $(\sqrt{a})^2$ 与 $\sqrt{a^2}$ 的联系和区别.

探究指导

万丈高楼平地起,打牢基础是关键

1. 二次根式的概念

一般地,我们把形如 $\sqrt{a}(a\geqslant 0)$ 的式子叫做二次根式,“$\sqrt{\ }$”称为二次根号,a 为被开方数.

结合下表加深对“二次根式”理解

此为试读,需要完整PDF请访问: www.ertongbook.com

形式	被开方数	二次根式的值
$\sqrt{a}(a\geqslant 0)$	$a\geqslant 0$	$\sqrt{a}\geqslant 0$
带有根号“$\sqrt{\ }$”	非负数	非负数

【例 1】 下列各式中哪些是二次根式,请作出判断.

$\sqrt{-3}$,2,$\sqrt{4}$,$\sqrt{2}$,$\sqrt{x^2+1}$,$\sqrt{a}$,$\sqrt{-m}(m\leqslant 0)$,$\sqrt[3]{-8}$

分析 $\sqrt{-3}$中被开方数$-3<0$,因此$\sqrt{-3}$不是二次根式;2不带有“$\sqrt{\ }$”,不是二次根式;$\sqrt{4}$,$\sqrt{2}$是二次根式;$\sqrt{x^2+1}$中的x^2+1恒为正数,所以$\sqrt{x^2+1}$是二次根式;$\sqrt{a}$中的a的范围没有明确,它可能是二次根式,也可能不是二次根式;$\sqrt{-m}(m\leqslant 0)$带有“$\sqrt{\ }$”且被开方数为非负数,因此$\sqrt{-m}(m\leqslant 0)$是二次根式;$\sqrt[3]{-8}$中的“$\sqrt[3]{\ }$”不同于二次根号,因此$\sqrt[3]{-8}$不是二次根式.

解 是二次根式的有$\sqrt{4}$,$\sqrt{2}$,$\sqrt{x^2+1}$,$\sqrt{-m}(m\leqslant 0)$.

特别提醒 虽然$\sqrt{4}=2$,但不能说2是二次根式,当然也不能说$\sqrt{4}$不是二次根式;$\sqrt{a}$中如果没有明确$a\geqslant 0$,也不能够肯定它是二次根式.判断一个式子是否为二次根式,应看其原始形式是否符合二次根式定义中涉及的两个特征,不能受其化简后的结果的影响.

2. $\sqrt{a}(a\geqslant 0)$是一个非负数

当$a>0$时,$\sqrt{a}$表示a的算术平方根,因此$\sqrt{a}>0$;当$a=0$时,$\sqrt{a}$表示0的算术平方根,因此$\sqrt{a}=0$,所以$\sqrt{a}(a\geqslant 0)$总是一个非负数.

【例 2】 如果代数式$\sqrt{-m}+\frac{1}{\sqrt{mn}}$有意义,那么,在直角坐标系中点$P(n,\sqrt{-n})$的位置在 ( )

A. 第一象限 B. 第二象限 C. 第三象限 D. 第四象限

分析 由于$\sqrt{-m}$有意义,所以$-m\geqslant 0$,即$m\leqslant 0$,又因为$\frac{1}{\sqrt{mn}}$有意义,所以$mn>0$,综上所述可知$m<0$,$n<0$.进一步,可知$\sqrt{-n}$为正数,点$P(n,\sqrt{-n})$在第二象限.

答案 B

点评 此题涉及两个基本问题:第一,被开方数为非负数,即$-m\geqslant 0$,$mn>0$;第二,当n为负数时,$\sqrt{-n}$为正数.

3. 求含有二次根式的函数的自变量的取值范围

【例 3】 (2008·黑龙江)函数$y=\frac{\sqrt{3-x}}{x-1}$中自变量x的取值范围是 ( )

A. $x\geqslant 1$ B. $x\neq 1$ C. $x\leqslant 3$且$x\neq 1$ D. $x\leqslant 3$

分析 要使$y=\frac{\sqrt{3-x}}{x-1}$有意义,必须满足$3-x\geqslant 0$且$x\neq 1$,所以,$x\leqslant 3$且$x\neq 1$.

答案 C

解题规律 此类问题一般可以从两个方面来寻找确定自变量取值范围的关系式：①二次根号下面的被开方数为非负数；②分母不能为零.

4. $\sqrt{a}$的平方

根据算术平方根的意义，$\sqrt{a}(a\geqslant 0)$是一个平方等于 a 的非负数，因此，可以得到一个重要公式：

$$\boxed{(\sqrt{a})^2=a(a\geqslant 0)}$$

【例 4】 计算：

(1)$\left(\sqrt{\frac{5}{2}}\right)^2$

(2)$(-3\sqrt{2})^2$

(3)$(\sqrt{x+1})^2(x\geqslant -1)$

分析 (1)、(3)可直接利用公式$(\sqrt{a})^2=a(a\geqslant 0)$写出结果；(2)可以先利用$(ab)^2=a^2b^2$ 把它写成$(-3)^2\times(\sqrt{2})^2$，再进行化简求值.

解 (1)$\left(\sqrt{\frac{5}{2}}\right)^2=\frac{5}{2}$

(2)$(-3\sqrt{2})^2=(-3)^2\times(\sqrt{2})^2=9\times 2=18$

(3)$(\sqrt{x+1})^2=x+1(x\geqslant -1)$

归纳 一个非负实数的算术平方根的平方，仍得这个非负实数.

5. a^2 的算术平方根

根据算术平方根的意义，$\sqrt{a^2}$表示 a^2 的算术平方根，而当 $a\geqslant 0$ 时，a^2 的算术平方根为 a，因此，可以得到下列公式：

$$\boxed{\sqrt{a^2}=a(a\geqslant 0)}$$

【例 5】 计算：

(1)$\sqrt{25}$　　(2)$\sqrt{(-7)^2}$

(3)$\sqrt{(1-\sqrt{2})^2}$　　(4)$\sqrt{(\pi-3.14)^2}$

分析 将上述根式的被开方数转化成一个非负实数的平方的形式，再直接套用公式即可求出结果.

解 (1)$\sqrt{25}=\sqrt{5^2}=5$

(2)$\sqrt{(-7)^2}=\sqrt{49}=\sqrt{7^2}=7$

(3)$\sqrt{(1-\sqrt{2})^2}=\sqrt{(\sqrt{2}-1)^2}=\sqrt{2}-1$

(4)$\sqrt{(\pi-3.14)^2}=\pi-3.14(\because \pi>3.14)$

提醒 只有把一个二次根式的被开方数写成了一个非负实数的平方的形式时，才能直接引用公式$\sqrt{a^2}=a(a\geqslant 0)$.

聪明屋 技巧帮助解题,解题熟练技巧

6. $(\sqrt{a})^2$ 与 $\sqrt{a^2}$ 的联系与区别

联系		1. 呈现方式相近,都有平方和开平方运算.
		2. 当 $a\geqslant0$ 时,两者的运算结果相同,即 $(\sqrt{a})^2=a$ $\sqrt{a^2}=a$ $a\geqslant0$
区别	运算次序	$(\sqrt{a})^2$ 是先开方,再平方;$\sqrt{a^2}$ 是先平方再开平方
	a 的取值范围	$(\sqrt{a})^2$ 中的 a 是非负数 $a\geqslant0$;$\sqrt{a^2}$ 中的 a 可以是任意实数
	运算结果	$(\sqrt{a})^2=a$ $\sqrt{a^2}=\lvert a\rvert=\begin{cases}a & a\geqslant a\\ -a & a<0\end{cases}$

点石成金

呈现方式相近

运算次序相反

取值范围有别

运算结果不同

【例6】 计算:$(\sqrt{-a})^2+\sqrt{a^2}$

分析 题目中有 $\sqrt{-a}$ 出现,表明 $-a$ 为非负数,$\therefore a\leqslant0$,此时 $\sqrt{a^2}=-a$.

解 $(\sqrt{-a})^2+\sqrt{a^2}=-a+(-a)=-2a$

特别提醒 这里虽然没有明确指出 a 的取值范围,但通过题目中"$\sqrt{-a}$"形式的出现,可以判断出 $a\leqslant0$,利用隐含在题目中的这一条件,进一步又可以对 $\sqrt{a^2}$ 实施化简.

【例7】 已知 a 为实数,求代数式 $\sqrt{(a-1)^2}+\sqrt{(a-9)^2}+\sqrt{-a^2}$ 的值.

分析 由 $\sqrt{-a^2}$ 中的 $-a^2\geqslant0$,可以看出 a 只能为0。

解 要使 $\sqrt{-a^2}$ 有意义,必须使得 $-a^2\geqslant0$ $\therefore a=0$

$\therefore \sqrt{(a-1)^2}+\sqrt{(a-9)^2}+\sqrt{-a^2}=\sqrt{(-1)^2}+\sqrt{(-9)^2}+0=4$

7. 求函数的最大(小)值

利用 $\sqrt{a}(a\geqslant0)$ 是一个非负数,可以求一些含有二次根式的代数式的最大(小)值.

【例8】 求代数式 $2-\sqrt{5-x}$ 的最大值.

分析 这里2是一个常数,$2-\sqrt{5-x}$ 的值随 x 的变化可以取不同的值. 由于 $\sqrt{5-x}$ 是一个非负数.

$\therefore -\sqrt{5-x}\leqslant0$,$2-\sqrt{5-x}\leqslant2$,这样,便可求得 $2-\sqrt{5-x}$ 的最大值.

解 $\because \sqrt{5-x}\geqslant0$,$\therefore -\sqrt{5-x}\leqslant0$,$2-\sqrt{5-x}\leqslant2$.

因此,当 $x=5$ 时,$2-\sqrt{5-x}$ 有最大值,最大值是2.

点评 利用 $\sqrt{a}$ 为一个非负数可以确定一些含有二次根式的代数式的取值范围,从而求出其最大或最小值.

8. 怎样把非负数写成平方的形式

把公式$(\sqrt{a})^2=a(a\geqslant0)$反过来写，即为$a=(\sqrt{a})^2(a\geqslant0)$. 利用它可以将一个非负数写成一个实数的平方的形式，例如，$5=(\sqrt{5})^2$，$\frac{1}{2}=\left(\sqrt{\frac{1}{2}}\right)^2$.

【例 9】 在实数范围内因式分解.

(1)x^2-2　　(2) $x^2-2\sqrt{5}x+5$

分析　(1)因为$2=(\sqrt{2})^2$，所以$x^2-2=x^2-(\sqrt{2})^2$，这样便可以用平方差公式进行因式分解；(2)由于$5=(\sqrt{5})^2$，所以$x^2-2\sqrt{5}x+5$，可以写成一个完全平方式.

解　(1)$x^2-2=x^2-(\sqrt{2})^2=(x+\sqrt{2})(x-\sqrt{2})$

(2) $x^2-2\sqrt{5}x+5=x^2-2\sqrt{5}x+(\sqrt{5})^2=(x-\sqrt{5})^2$

点评　许多以前不能进行因式分解的题目，由于有了公式$a=(\sqrt{a})^2(a\geqslant0)$的出现，现在就可以因式分解了，因而，多项式因式分解的范围可以延伸到实数范围进行.

9. 若干个非负之和为零的问题

【例 10】 (2008·北京)若$|x+2|+\sqrt{y-3}=0$　则 xy 的值为

A. -8　　B. -6　　C. 5　　D. 6

分析　$\because |x+2|\geqslant0$　$\sqrt{y-3}\geqslant0$　而$|x+2|+\sqrt{y-3}=0$

$\therefore |x+2|=0$　$\sqrt{y-3}=0$　$\therefore x=-2$　$y=3$

$xy=-6$

答案　B

【例 11】 已知$x+y+13-4\sqrt{x}-6\sqrt{y}=0$，求实数$x$、$y$的值.

分析　条件中含有两个未知数x、y，可以考虑把其左边配成两个数的平方和的形式.

解　由$x+y+13-4\sqrt{x}-6\sqrt{y}=0$，

可得$(x-4\sqrt{x}+4)+(y-6\sqrt{y}+9)=0$. $\therefore(\sqrt{x}-2)^2+(\sqrt{y}-3)^2=0$.

由于$\sqrt{x}-2\geqslant0$，$\sqrt{y}-3\geqslant0$，$\therefore\sqrt{x}-2=0$，$\sqrt{y}-3=0$，$x=4$，$y=9$.

解题技巧　首先，要把x和y分别看成是$(\sqrt{x})^2$和$(\sqrt{y})^2$；其次，要将13拆成4和9的和.

10. 与二次根式相关的两类非负数问题

(1)只有非负数才有算术平方根. 因此，二次根式的被开方数一定是一个非负数.

【例 12】 已知实数a满足$|2008-a|+\sqrt{a-2009}=a$，那么$a-2008^2$的值是(　　)

A. 2007　　B. 2008　　C. 2009　　D. 2010

分析　因为$\sqrt{a-2009}$中的被开方数必须是非负数，所以$a\geqslant2009$，这样便可以去掉条件中的绝对值符号，把条件简化为$a-2008+\sqrt{a-2009}=a$.

所以$\sqrt{a-2009}=2008$，$a=2008^2+2009$，故$a-2008^2=2009$.

答案　C

点评　此题看似复杂，但我们可以从$a-2009$为非负数找到切入点，消去绝对值符号，从而使问题很快得以解决.

(2)二次根式$\sqrt{a}$中,共涉及两个非负数问题:第一,a 是非负数;第二,$\sqrt{a}$也是一个非负数.

【例 13】 若实数 a、b、c 满足 $\sqrt{b-2a+3}+|a+b-2|=\sqrt{c-3}+\sqrt{3-c}$,则 $abc=$____.

分析 $\because c-3\geqslant 0,3-c\geqslant 0.\therefore c=3,\sqrt{c-3}+\sqrt{3-c}=0.$

条件即可简化为 $\sqrt{b-2a+3}+|a+b-2|=0$,

又$\because \sqrt{b-2a+3}\geqslant 0,|a+b-2|\geqslant 0$,

$\therefore\begin{cases}b-2a+3=0\\a+b-2=0\end{cases},\therefore\begin{cases}a=\dfrac{5}{3}\\b=\dfrac{1}{3}\end{cases}.$

这样便有 $abc=\dfrac{5}{3}\times\dfrac{1}{3}\times 3=\dfrac{5}{3}$.

答案 $\dfrac{5}{3}$

解题规律 若干个非负实数的和为零,那么,这些非负数只能同时为零.

11. $\sqrt{a}$为整数的条件

当 a 为一个整数的平方时,$\sqrt{a}$的值就是一个整数.

【例 14】 $\sqrt{12-n}$为一个整数,求自然数 n 的值.

分析 利用 n 为自然数及 $12-n\geqslant 0$,可以先确定 n 的取值范围.另外,如果 $\sqrt{12-n}$为一个整数,那么 $12-n$ 一定是一个整数的平方.

解 根据题意,有 $12-n\geqslant 0$,且 $n\geqslant 0$,$\therefore 0\leqslant n\leqslant 12,0\leqslant 12-n\leqslant 12$,

又$\because 12-n$ 是一个完全平方数,$\therefore 12-n$ 只能是 9、4、1 或 0.

当 $12-n=9$ 时,$n=3$;

当 $12-n=4$ 时,$n=8$;

当 $12-n=1$ 时,$n=11$;

当 $12-n=0$ 时,$n=12$.

综上所述,n 的值为:3 或 8 或 11 或 12.

解题规律 根据二次根式的意义,确定 $12-n$ 的取值范围,利用 n 为自然数及以 $12-n$为一个完全平方数来逐步缩小这个范围,最终确定 n 的值.

12. 思维误区

在对式子$\sqrt{a^2}$进行化简时,忽视了被开数底数 a 的取值范围.

【例 15】 一次系数 $y=mx+n$ 的图象如图 21-1-1 所示

化简 $\sqrt{(m-2)^2}+\sqrt{(n+1)^2}$

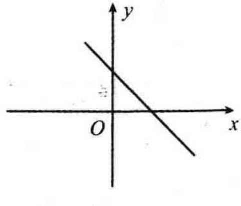


图 21-1-1

错解 $\sqrt{(m-2)^2}+\sqrt{(n+1)^2}$

$=(m-2)+(n+1)$

$=m+n-1$

错因分析 忽视了 $m<0$ $n>0$ 这一条件.

正确解法 由一次函数图象的位置可知 $m<0$ $n>0$

$\therefore m-2<0 \quad n+1>0$

于是 $\sqrt{(m-2)^2}+\sqrt{(n+1)^2}$

$=|m-2|+|n+1|$

$=(2-m)+(n+1)$

$=-m+n+3$

开动脑筋，一起探究

13. 二次根式与几何问题的综合运用

许多几何计算问题，都有可能涉及二次根式中的相关知识.

【例16】 如图21-1-2所示，已知直线 $l_1: y=-x+3$ 与 x 轴 y 轴分别相交于 A、B 两点，直线 $l_2: y=x-1$ 与 x 轴 y 轴分别相交于 C、D 两点，直线 l_1 与 l_2 交于点 E.

(1)写出 A、C、E 三点的坐标；

(2)通过观察猜一猜 $\triangle ACE$ 的形状，并给予证明；

(3)想一想，以 AE 为轴，将 $\triangle ACE$ 旋转一周，得到的是什么图形？算一算，这个图形的体积.

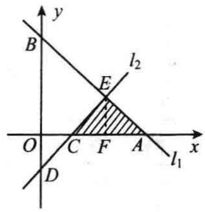


图 21-1-2

分析 (1)在 $y=-x+3$ 中，令 $x=0$，得 $y=3$，令 $y=0$，得 $x=3$，这样，便可得到 A、B 的坐标分别为 $(3,0)$、$(0,3)$；同样地可以求得 C、D 的坐标分别为 $C(1,0)$、$D(0,-1)$，通过解方程组可求 E 点的坐标；(2)由(1)可以看出 $OB=OA=3$，$OC=OD=1$，所以 $\triangle AOB$ 和 $\triangle COD$ 都是等腰直角三角形，进一步，可得到 $\triangle ACE$ 也是等腰直角三角形；(3)以 AE 为轴的旋转体是一个圆锥体，利用圆锥的体积计算公式，可以求出它的体积.

解 (1)A 点和 C 点的坐标分别为：$A(3,0)$，$C(1,0)$.

解方程组 $\begin{cases} y=x-1 \\ y=-x+3 \end{cases}$，

得 $\begin{cases} x=2 \\ y=1 \end{cases}$，

所以点 E 的坐标为 $(2,1)$.

(2)因为 $OB=OA=3$，所以 $\triangle AOB$ 是等腰直角三角形，$\angle BAO=45^\circ$，同样地可发现 $\triangle DOC$ 也是等腰直角三角形，$\angle OCD=\angle ACE=45^\circ$，从而有 $\triangle ACE$ 是等腰直角三角形.

(3)以 AE 为轴将 $\triangle ACE$ 旋转一周，得到的图形是一个圆锥体，这个圆锥体的高为 AE，底面是以 E 为圆心、CE 为半径的一个圆，又因为 $\triangle ACE$ 的各顶点的坐标分别为 $A(3,0)$、$C(1,0)$、$E(2,1)$，

由勾股定理可得 $AE=CE=\sqrt{1^2+1^2}=\sqrt{2}$，

圆锥体的体积为：$V=\frac{1}{3}\times\pi\cdot(\sqrt{2})^2\cdot\sqrt{2}=\frac{2}{3}\sqrt{2}\pi$.

解题规律 发现 $\triangle AEC$ 为直角三角形是本题的关键，有了这一发现，我们就可以知道以 AE 为轴的旋转体是一个圆锥体.

此为试读，需要完整PDF请访问：www.ertongbook.com