动态模糊数据分析理论与方法

李凡长　杨季文　张 莉　路 梅　等著

Methodology for Dynamic Fuzzy Data Analysis

科 学 出 版 社

动态模糊数据分析理论与方法

Methodology for Dynamic Fuzzy Data Analysis

李凡长　杨季文
张　莉　路　梅　等　著

科学出版社
北京

内 容 简 要

动态模糊数据是数据分析领域最难的一类数据。目前关于此类数据的处理方法还不是很成熟。关于这方面的工作，我们进行了近 20 年的研究，取得了一些成果，现整理成本书。全书共 7 章，第 1 章为动态模糊逻辑，第 2 章为动态模糊逻辑程序设计语言的操作语义模型，第 3 章为动态模糊逻辑程序设计语言的代数语义模型，第 4 章为基于动态模糊集的概念学习，第 5 章为基于动态模糊集的半监督多任务学习，第 6 章为动态模糊层次关系学习，第 7 章为基于 DFL 的软件 Agent 普适技术。

本书可作为高等院校计算机、自动化、数学、管理科学、认知科学、金融管理及数据分析等学科的高年级本科生及研究生一学期 52 学时的教材，也可作为相关高校教师、科技人员的参考书。

图书在版编目（CIP）数据

动态模糊数据分析理论与方法/李凡长等著. —北京：科学出版社，2013. 3
ISBN 978-7-03-036835-5

Ⅰ. ①动… Ⅱ. ①李… Ⅲ. ①数据处理 Ⅳ. ①TP274

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2013)第 039659 号

责任编辑：贾瑞娜 张丽花／责任校对：李 影
责任印制：闫 磊／封面设计：陈 敬

科学出版社 出版
北京东黄城根北街 16 号
邮政编码：100717
http://www.sciencep.com

安泰印刷厂 印刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

*

2013 年 3 月第 一 版 开本：787×1092 1/16
2013 年 3 月第一次印刷 印张：19
字数：474 000

定价：78.00 元

（如有印装质量问题，我社负责调换）

前　　言

数据分析在现代科技中发挥着越来越重要的作用。许多科学问题的研究已从传统方法转向了数据分析技术。如 2011 年 2 月出版的《科学》(*Science*) 杂志刊登专题 ——《数据处理》(*Dealing with Data*)。专题导言文章《挑战与机遇》(*Challenges and Opportunities*) 介绍，数据的搜集、维护和使用已成为科学研究的主要方面。为此《科学》联合《科学 —— 信号传导》(*Science Signaling*)、《科学 —— 转化医学》(*Science Translational Medicine*) 和《科学 —— 癌症》(*Science Careers*) 推出专题，围绕数据的海量问题展开讨论。对许多学科而言，海量数据意味着更严峻的挑战，更好地组织和使用这些数据会有助于我们将巨大机遇变为现实。同期专题"聚集数据管理"明确指出"科学就是数据，数据就是科学"、"数据中蕴藏着金矿"，并从基因组学、天文学、生态学及临床医学到高能物理等数据的涌现事实，进一步指出数据的管理成为一个越来越严重的挑战，科学家们该怎么办?

因此，每位科技工作者应该发挥各自的优势，围绕核心科学问题，采取"局部突破到全局突破"的工作方式来努力攻克这个科学难题。

但是，我们应该清楚认识到，面对这样的挑战问题除了在数据管理方面研究，更重要的是对数据的分析和处理。而在数据的分析和处理中，数据的表示和利用学习方法进行处理是其最基本的核心问题。

基于此，我们小组主要围绕"数据"中的"动态模糊数据"进行了近 20 年的研究，提出了一套处理动态模糊数据的理论框架，主要包括: ① 在集合论方面，提出了动态模糊集合的一系列相关内容，如动态模糊集合的基本概念、动态模糊关系、动态模糊测度及动态模糊概论空间等; ② 在逻辑方面，提出了一阶动态模糊逻辑和二阶动态模糊逻辑等; ③ 在处理技术方面，提出了动态模糊机器学习方法、动态模糊逻辑程序设计的操作语义表示模型和代数语义表示模型; ④ 在系统处理方面，提出了软件 Agent 普适设计技术。

为了进一步将这些内容在更广的范围内和同行们交流，以上述②、③和④项内容为基础，整理成《动态模糊数据分析理论与方法》一书。本书的主要内容曾发表在国内外重要期刊和会议上，部分内容已获省部级科技奖 2、3 等奖 2 项。全书分为 7 章 4 部分，第 1 章是全书的基础部分，主要为动态模糊数据提供了形式化表示理论基础; 第 2、3 章是相互关联的内容，主要提供了动态模糊数据的程序表示方法; 第 4、5、6 章是既独立又联系的内容，主要从技术层面提供了动态模糊数据的机器学习处理技术; 第 7 章主要从软件处理方面，给出了动态模糊数据的系统处理方法。

第 1 章动态模糊逻辑，主要介绍一阶动态模糊逻辑、二阶动态模糊逻辑、二阶动态模糊逻辑演算推理系统模型和二阶动态模糊逻辑的应用等。

第 2 章动态模糊逻辑程序设计语言的操作语义模型，本章试图做这方面的努力，以操作语义和 λ 演算为设计工具，定义了动态模糊逻辑 (DFL) 程序设计语言的操作语义模型。其特色表现在如下几方面: ① 变形传统的 λ 演算，使它的每一项都用特殊 $D=[0,1]\times[\leftarrow,\rightarrow]$

的元素来标识，以便对动态模糊数据进行描述。② Dijkstra 提出的监督命令程序结构的特点是在程序中引入了不确定性，我们通过对这种程序结构进行变形来描述动态模糊数据。具体地，DFL 程序设计语言的操作语义模型用一个形如 ⟨DFSC,DFO,DFSS⟩ 的三元组来描述，其中 DFSC 表示动态模糊语法范畴，DFO 表示动态模糊算子，DFSS 表示动态模糊语义。该模型通过动态模糊算子即可很方便地描述处理数据的动态模糊性。③ 为了保证本章定义的操作语义模型的正确性和可靠性，采用 Hoare 逻辑和基本指称语义对其进行验证。Hoare 逻辑证明系统是由一系列推理规则组成的，为了适于验证 DFL 程序设计语言的语句结构，我们对常见的 Hoare 逻辑推理规则的形式进行了适当的改变。任何语言实现的基础是语言的定义，一旦建立了可以处理动态模糊数据的程序设计语言基础，那么所有的可能将成为现实。定义一种程序设计语言是一项很复杂的工作，虽然我们已初步通过一个操作语义模型定义了可以处理动态模糊数据的 DFL 程序设计语言，但所做的研究工作还远远不够，无论从理论角度还是现实角度都有待于进一步深入完善。

第 3 章动态模糊逻辑程序设计语言的代数语义模型，在第 2 章的基础上，本章进一步扩充和完善，并根据范畴的原理给出了该语言的范畴描述。同时根据代数语义的原理，给出该语言的代数语义模型及拓展语义模型，具体内容包括：① 给出了 DFL 程序设计语言的范畴描述；② 给出了 DFL 程序设计语言的代数语义模型；③ 给出了 DFL 程序设计语言的拓展语义模型；④ 给出了具体的实例以说明如何把具有动态模糊性的事实转化为动态模糊类型的数据，并具体给出了处理方法。

第 4 章基于动态模糊集的概念学习，本章主要研究了基于动态模糊集 (DFS) 的概念学习模型机制。根据 DFS 数据建模理论，提出了 DF 概念表示模型，通过在动态模糊数据实例集和动态模糊属性集之间建立映射关系 (构成 DFGalois 联络)，给出了 DF 概念的形式化表示方法。

第 5 章基于动态模糊集的半监督多任务学习，半监督多任务学习主要从两方面进行考虑：一方面主要利用大量无标记数据中的信息辅助学习当前任务，另一方面利用相关任务的有用信息进行整体学习。而动态模糊集理论则是处理动态模糊问题的有效理论工具之一，二者的有机结合便构成了本章所研究的模型 —— 基于动态模糊集的半监督多任务学习。其主要内容包括：① 分析了半监督学习、多任务学习及半监督多任务学习的研究现状，并对当前主要的半监督多任务学习算法进行了简单的归类；② 结合动态模糊集理论，在对样本数据进行分类时引入隶属度这一动态模糊理论工具，提出了基于动态模糊集的半监督多任务学习模型；③ 提出了动态模糊半监督多任务匹配算法和动态模糊半监督多任务自适应学习算法，并分别进行了简单实验对比，验证了各自的可行性与有效性。

第 6 章动态模糊层次关系学习，关系学习是目前机器学习领域备受关注的一个学习范式，它结合机器学习和知识表示，获取关系数据中的特定信息，之后再用获得的知识进行推理、预测和分类等。关系学习难以处理不确定性信息，如专家系统由于主观性导致数据有偏见，或数据本身存在缺失或模糊性。动态模糊理论能有效地表示这类数据，此外，对数据的处理方法也较一般方法更易于理解。本章将动态模糊理论引入关系学习，对数据的层次关系进行研究，取得的主要研究成果包括：① 基于动态模糊逻辑和动态模糊矩阵理论，给出了动态模糊逻辑关系学习算法和动态模糊矩阵层次关系学习算法，并结合实例进行了分析，验证了算法的有效性；② 在动态模糊集和动态模糊产生式的基础上，结合了决策树中的 C4.5 算

法，给出了动态模糊树层次关系学习算法，并结合现实数据源进行了实例分析；③ 基于动态模糊图理论，提出了动态模糊有向无环图的层次分析，给出了动态模糊图层次关系学习算法，并与 J48 算法进行了实例比较分析；④ 结合 DFGHR 算法和 DFLR 算法，对有数据缺失的化学分子数据集进行图构造和规则抽取，并与一般方法比较，验证了本章算法更具有一般性。

第 7 章基于动态模糊逻辑 (DFL) 的软件 Agent 普适技术，人类的生活总是随着技术的发展而变化，技术的变迁改变了技术在人们生活中所处的地位。技术的发展改变的不仅是技术本身，更重要的是改变了人类和技术的关系。与计算技术的发展相适应的计算模式，在 20 世纪 80 年代经历了从主机计算到桌面计算的革新，极大地推动了计算机技术的发展。时光飞逝，计算技术经过近 20 年的飞速发展，迫切需要一种全新的普适计算模式。根据普适计算的定义可以看出，“随时随地” 和 “透明” 是普适计算的本质要求，然而这两个本质要求同时都具有动态性和模糊性这两个特性。而软件 Agent 的自治能力、学习进化能力和社会性等特性也都说明了它同时具有动态性和模糊性，是一个具有动态模糊性的实体。因此，我们引入动态模糊逻辑来描述软件 Agent 普适技术的理论框架。本章研究的软件 Agent 技术利用动态模糊逻辑工具构建了普适计算环境。软件 Agent 的状态是其在生命周期内重要的组成部分，为了让它更好地服务于整个普适计算环境，合理地提出评估软件 Agent 状态的普适评估模型和算法是极其重要的。在普适计算环境中，任何可用于表征实体状态的信息都可以描述用户及与用户应用相关的环境实体，这些信息就是本章的研究重点。通过对上下文知识的描述，提出了基于 DFL 的软件 Agent 上下文感知模型，并且给出其中各个模块的实现方法。在此基础上进一步给出了基于 DFL 的软件 Agent 上下文任务分配算法。最后给出实例验证了理论框架的可行性。

本书可作为高等院校计算机、自动化、数学、管理科学、认知科学、金融管理及数据分析等学科的高年级本科生及研究生一学期 52 学时的教材，也可作为相关高校教师、科技人员的参考书。

本书总体设计、修改和定稿由李凡长完成，参加撰写的有杨季文、张莉、路梅、赵小芳、寒小芬、刘学刚、宁春、戴美银、靳葛、张愈等，对以上作者付出的艰苦劳动表示感谢！本书也引用了大量参考文献，在此也对所有参考文献的作者表示深切感谢！感谢国家自然科学基金 (61033013，60775045，60970067)，江苏省自然科学基金 (SBK201222725，BK2011284)，苏州大学科技创新团队 (SDT2012B02)，苏州大学国家自然科学基金预研项目 (SDY2011B09)，苏州大学 “东吴学者计划”(14317360，58320007)，江苏省 “计算机科学与技术”、“软件工程” 重点学科，以及江苏省青蓝工程对本书的支持。同时也感谢科学出版社相关领导和编辑们的关心支持。

最后，祝愿本书能为读者带来快乐和启发！由于这方面的工作属于初次尝试，加之作者经历和经验知识有限，如有不当之处请各位读者批评指正。

联系方式，E-mail：lfzh@suda.edu.cn，电话：13962116494。

李凡长

2012 年 9 月 10 日

目　　录

第 1 章　动态模糊逻辑

本章内容主要包括：一阶动态模糊逻辑、二阶动态模糊逻辑系统、二阶动态模糊逻辑演算推理系统模型及二阶动态模糊逻辑的应用等。

1.1　一阶动态模糊逻辑

本节主要给出一阶动态模糊逻辑 (First-Order Dynamic Fuzzy Logic) 的基本理论知识，首先介绍动态模糊集合，详细内容可参见文献 [3]~[26]，[30]。

1. *动态模糊集*

定义 1.1.1　设在论域 U 上定义一个映射：$(\overleftarrow{A},\overrightarrow{A}):(\overleftarrow{U},\overrightarrow{U})\to[0,1]\times[\leftarrow,\rightarrow](\overleftarrow{u},\overrightarrow{u})\mapsto(\overleftarrow{A}(\overleftarrow{u}),\overrightarrow{A}(\overrightarrow{u}))$ 记为 $(\overleftarrow{A},\overrightarrow{A})=\overleftarrow{A}$ 或 $\overrightarrow{A}$，则称 $(\overleftarrow{A},\overrightarrow{A})$ 为 $(\overleftarrow{U},\overrightarrow{U})$ 上的动态模糊集 (Dynamic Fuzzy Sets，DFS)，称 $(\overleftarrow{A}(\overleftarrow{u}),\overrightarrow{A}(\overrightarrow{u}))$ 为隶属函数 (Membership Function) 对 $(\overleftarrow{A},\overrightarrow{A})$ 的隶属度 (Membership Degree)。

两个 DF 子集间的运算，完全可以理解为是对其隶属度函数做相应运算，有下面的定义。

定义 1.1.2　设 $(\overleftarrow{A},\overrightarrow{A})$ 和 $(\overleftarrow{B},\overrightarrow{B})\in\mathcal{DF}(U)$，分别称运算 $(\overleftarrow{A},\overrightarrow{A})\cup(\overleftarrow{B},\overrightarrow{B})$ 和 $(\overleftarrow{A},\overrightarrow{A})\cap(\overleftarrow{B},\overrightarrow{B})$ 为 $(\overleftarrow{A},\overrightarrow{A})$ 和 $(\overleftarrow{B},\overrightarrow{B})$ 的并集和交集，$(\overleftarrow{A},\overrightarrow{A})^{c}$ 为 $(\overleftarrow{A},\overrightarrow{A})$ 的补集。它们的隶属函数为

$$
\begin{aligned}
((\overleftarrow{A},\overrightarrow{A})\cup(\overleftarrow{B},\overrightarrow{B}))(u) =&(\overleftarrow{A},\overrightarrow{A})(u)\vee(\overleftarrow{B},\overrightarrow{B})(u)\\
\triangleq&\max((\overleftarrow{A},\overrightarrow{A})(u),(\overleftarrow{B},\overrightarrow{B})(u))\\
((\overleftarrow{A},\overrightarrow{A})\cap(\overleftarrow{B},\overrightarrow{B}))(u) =&(\overleftarrow{A},\overrightarrow{A})(u)\wedge(\overleftarrow{B},\overrightarrow{B})(u)\\
\triangleq&\min((\overleftarrow{A},\overrightarrow{A})(u),(\overleftarrow{B},\overrightarrow{B})(u))\\
(\overleftarrow{A},\overrightarrow{A})^{c}(u) =&1-(\overleftarrow{A},\overrightarrow{A})(u)\\
\triangleq&((\overleftarrow{1}-\overleftarrow{A}(\overleftarrow{u}),\overrightarrow{1}-\overrightarrow{A}(\overrightarrow{u}))
\end{aligned}
$$

定理 1.1.1　$(\mathcal{DF}(U),\cup,\cap,c)$ 具有如下性质。

1) 幂等律 (Idempotent Law)

$(\overleftarrow{A},\overrightarrow{A})\cup(\overleftarrow{A},\overrightarrow{A})=(\overleftarrow{A},\overrightarrow{A})$

$(\overleftarrow{A},\overrightarrow{A})\cap(\overleftarrow{A},\overrightarrow{A})=(\overleftarrow{A},\overrightarrow{A})$

2) 交换律 (Law of Commutation)

$(\overleftarrow{A},\overrightarrow{A})\cup(\overleftarrow{B},\overrightarrow{B})=(\overleftarrow{B},\overrightarrow{B})\cup(\overleftarrow{A},\overrightarrow{A})$

$(\overleftarrow{A},\overrightarrow{A})\cap(\overleftarrow{B},\overrightarrow{B})=(\overleftarrow{B},\overrightarrow{B})\cap(\overleftarrow{A},\overrightarrow{A})$

3) 结合律 (Law of Association)

$((\overleftarrow{A},\overrightarrow{A})\cup(\overleftarrow{B},\overrightarrow{B}))\cup(\overleftarrow{C},\overrightarrow{C})=(\overleftarrow{A},\overrightarrow{A})\cup((\overleftarrow{B},\overrightarrow{B})\cup(\overleftarrow{C},\overrightarrow{C}))$

$((\overleftarrow{A},\overrightarrow{A})\cap(\overleftarrow{B},\overrightarrow{B}))\cap(\overleftarrow{C},\overrightarrow{C})=(\overleftarrow{A},\overrightarrow{A})\cap((\overleftarrow{B},\overrightarrow{B})\cap(\overleftarrow{C},\overrightarrow{C}))$

4) 吸收律 (Absorption Law)

$((\overleftarrow{A},\overrightarrow{A})\cup(\overleftarrow{B},\overrightarrow{B}))\cap(\overleftarrow{A},\overrightarrow{A})=(\overleftarrow{A},\overrightarrow{A})$

$((\overleftarrow{A},\overrightarrow{A})\cap(\overleftarrow{B},\overrightarrow{B}))\cup(\overleftarrow{A},\overrightarrow{A})=(\overleftarrow{A},\overrightarrow{A})$

5) 分配律 (Distribution Law)

$((\overleftarrow{A},\overrightarrow{A})\cup(\overleftarrow{B},\overrightarrow{B}))\cap(\overleftarrow{C},\overrightarrow{C})=((\overleftarrow{A},\overrightarrow{A})\cap(\overleftarrow{C},\overrightarrow{C}))\cup((\overleftarrow{B},\overrightarrow{B})\cap(\overleftarrow{C},\overrightarrow{C}))$

$((\overleftarrow{A},\overrightarrow{A})\cap(\overleftarrow{B},\overrightarrow{B}))\cup(\overleftarrow{C},\overrightarrow{C})=((\overleftarrow{A},\overrightarrow{A})\cup(\overleftarrow{C},\overrightarrow{C}))\cap((\overleftarrow{B},\overrightarrow{B})\cup(\overleftarrow{C},\overrightarrow{C}))$

6) 0-1 律 (Zero-one Law)

$(\overleftarrow{A},\overrightarrow{A})\cup(\overleftarrow{\varnothing},\overrightarrow{\varnothing})=(\overleftarrow{A},\overrightarrow{A})$

$(\overleftarrow{A},\overrightarrow{A})\cap(\overleftarrow{\varnothing},\overrightarrow{\varnothing})=(\overleftarrow{A},\overrightarrow{A})$

$(\overleftarrow{A},\overrightarrow{A})\cup(\overleftarrow{U},\overrightarrow{U})=(\overleftarrow{U},\overrightarrow{U})$

$(\overleftarrow{A},\overrightarrow{A})\cap(\overleftarrow{U},\overrightarrow{U})=(\overleftarrow{A},\overrightarrow{A})$

7) 还原律 (Pull Back Law)

$((\overleftarrow{A},\overrightarrow{A})^{\mathrm{c}})^{\mathrm{c}}=(\overleftarrow{A},\overrightarrow{A})$

8) 对偶律 (Duality Principle)

$((\overleftarrow{A},\overrightarrow{A})\cup(\overleftarrow{B},\overrightarrow{B}))^{\mathrm{c}}=(\overleftarrow{A},\overrightarrow{A})^{\mathrm{c}}\cap(\overleftarrow{B},\overrightarrow{B})^{\mathrm{c}}$

$((\overleftarrow{A},\overrightarrow{A})\cap(\overleftarrow{B},\overrightarrow{B}))^{\mathrm{c}}=(\overleftarrow{A},\overrightarrow{A})^{\mathrm{c}}\cup(\overleftarrow{B},\overrightarrow{B})^{\mathrm{c}}$

2. 一阶动态模糊逻辑的命题演算

定义 1.1.3　一个具有动态模糊性 (Character of Dynamic Fuzzy) 的语句称为 DF 命题 (Dynamic Fuzzy Proposition)。用大写字母 A，B，C，$\cdots$ 表示，对于一个 DF 命题，一般没有绝对的真假，只能问它的 DF 真假度 (Dynamic Fuzzy True or False Degree) 如何。

例如：(1) 她变得越来越难以琢磨了。

(2) 事情正在向好的方向发展。

在这些句子中，“难以琢磨”、“向好的方向发展” 都具有动态模糊性。

定义 1.1.4　度量一个 DF 命题真假度用 DF 数 $(\overleftarrow{a},\overrightarrow{a})\in[0,1]\times[\leftarrow,\rightarrow]$ 来表示，称为该命题的真假度，常用小写字母 $(\overleftarrow{a},\overrightarrow{a}),(\overleftarrow{b},\overrightarrow{b}),(\overleftarrow{c},\overrightarrow{c}),\cdots$ 表示。

定义 1.1.5　一阶动态模糊逻辑函词：在动态模糊谓词演算中个体与个体之间存在一定的关系，称这种关系为动态模糊函词，用符号 $f_1,f_2,f_3,\cdots$ 表示。

一阶动态模糊函词是具有若干个空位的个体函数，在一个动态模糊函词的不同空位处填以不同的个体变元所得的填项可成为此动态模糊函词的命名项，在一个动态模糊函词的所有空位处填上个体所得的项才是一个具体的个体。

例 1.1.1　将 “张三的成绩和张三所在班级的学生成绩一样都在慢慢提升” 形式化。

解　对于本例，就要引入函词 $f(\overleftarrow{x},\overrightarrow{x})$，表示 $(\overleftarrow{x},\overrightarrow{x})$ 的成绩。同时，令 $(\overleftarrow{a},\overrightarrow{a})$ 表示个体 “张三”，$A(\overleftarrow{x},\overrightarrow{x})$ 表示 “$(\overleftarrow{x},\overrightarrow{x})$ 是张三所在班级的学生”，l 表示隶属度，$\overrightarrow{l}$ 表示上升，$\overleftarrow{l}$ 表示降低，于是本例中的命题可以形式化为

$$\forall(\overleftarrow{x},\overrightarrow{x})(A(\overleftarrow{x},\overrightarrow{x})\wedge\overrightarrow{l}(\overleftarrow{a},\overrightarrow{a})\wedge\overrightarrow{l}f(\overleftarrow{x},\overrightarrow{x}))$$

在逻辑系统中，由于命题 (Proposition) 的运算实际上就是真值运算，为方便记，以后常将 DF 命题与其真值等同看待。

定义 1.1.6 一个 DF 命题可以看成在闭区间 $[0,1]\times[\leftarrow,\rightarrow]$ 上取的变量，称为 DF 命题变量。

对于 DF 变量 $(\overleftarrow{x},\overrightarrow{x}),(\overleftarrow{y},\overrightarrow{y})\in[0,1]\times[\leftarrow,\rightarrow]$，规定如下运算：

(注：$(\overleftarrow{x},\overrightarrow{x})=\overleftarrow{x}$ 或 $\overrightarrow{x}$，$\max(\overleftarrow{x},\overrightarrow{x})\triangleq\overrightarrow{x}$，$\min(\overleftarrow{x},\overrightarrow{x})\triangleq\overleftarrow{x}$)

(1) 否定 (Negation)“—”，例如：

$(\overleftarrow{x},\overrightarrow{x})$ 的否定式为 $\overline{(\overleftarrow{x},\overrightarrow{x})}$，且 $\overline{(\overleftarrow{x},\overrightarrow{x})}\triangleq((1-\overleftarrow{x}),(1-\overrightarrow{x}))$

(2) 析取 (Disjunction)“$\vee$”，例如：

$(\overleftarrow{x},\overrightarrow{x})$ 与 $(\overleftarrow{y},\overrightarrow{y})$ 的析取式为 $(\overleftarrow{x},\overrightarrow{x})\vee(\overleftarrow{y},\overrightarrow{y})\triangleq\max((\overleftarrow{x},\overrightarrow{x})(\overleftarrow{y},\overrightarrow{y}))$

(3) 合取 (Conjunction)“$\wedge$”，例如：

$(\overleftarrow{x},\overrightarrow{x})$ 与 $(\overleftarrow{y},\overrightarrow{y})$ 的合取式为 $(\overleftarrow{x},\overrightarrow{x})\wedge(\overleftarrow{y},\overrightarrow{y})\triangleq\min((\overleftarrow{x},\overrightarrow{x}),(\overleftarrow{y},\overrightarrow{y}))$

(4) 条件 (Condition)“$\rightarrow$”，例如：

$(\overleftarrow{x},\overrightarrow{x})\rightarrow(\overleftarrow{y},\overrightarrow{y})\Leftrightarrow\overline{(\overleftarrow{x},\overrightarrow{x})}\vee(\overleftarrow{y},\overrightarrow{y})\triangleq\max(\overline{(\overleftarrow{x},\overrightarrow{x})},(\overleftarrow{y},\overrightarrow{y}))$

(5) 双条件 (Bicondition)“$\leftrightarrow$”，例如：

$$\begin{aligned}&(\overleftarrow{x},\overrightarrow{x})\leftrightarrow(\overleftarrow{y},\overrightarrow{y})\\ \Leftrightarrow\ &((\overleftarrow{x},\overrightarrow{x})\rightarrow(\overleftarrow{y},\overrightarrow{y}))\wedge((\overleftarrow{y},\overrightarrow{y})\rightarrow(\overleftarrow{x},\overrightarrow{x}))\\ \Leftrightarrow\ &(\overline{(\overleftarrow{x},\overrightarrow{x})}\vee(\overleftarrow{y},\overrightarrow{y}))\wedge(\overline{(\overleftarrow{y},\overrightarrow{y})}\vee(\overleftarrow{x},\overrightarrow{x}))\\ \Leftrightarrow\ &\min(\max(\overline{(\overleftarrow{x},\overrightarrow{x})},(\overleftarrow{y},\overrightarrow{y})),\max(\overline{(\overleftarrow{y},\overrightarrow{y})},(\overleftarrow{x},\overrightarrow{x})))\end{aligned}$$

定义 1.1.7 DF 命题运算公式 (Dynamic Fuzzy Calculus Formation) 可定义为：

(1) 单个 DF 命题变元本身是一个合式公式。

(2) 如果 $(\overleftarrow{x},\overrightarrow{x})P$ 是一个合式公式，那么 $\overline{(\overleftarrow{x},\overrightarrow{x})P}$ 也是合式公式。

(3) 如果 $(\overleftarrow{x},\overrightarrow{x})P$ 和 $(\overleftarrow{y},\overrightarrow{y})Q$ 是合式公式，那么 $(\overleftarrow{x},\overrightarrow{x})P\vee(\overleftarrow{y},\overrightarrow{y})Q$，$(\overleftarrow{x},\overrightarrow{x})P\wedge(\overleftarrow{y},\overrightarrow{y})Q$，$(\overleftarrow{x},\overrightarrow{x})P\rightarrow(\overleftarrow{y},\overrightarrow{y})Q$，$(\overleftarrow{x},\overrightarrow{x})P\leftrightarrow(\overleftarrow{y},\overrightarrow{y})Q$ 都是合式公式。

(4) 当且仅当有限次地应用 (1)、(2)、(3) 所得到的命题变元连接词和括号的符号串是合式公式。

DFL 的主要公式有:

1) 幂等律

$(\overleftarrow{x},\overrightarrow{x})A\vee(\overleftarrow{x},\overrightarrow{x})A=(\overleftarrow{x},\overrightarrow{x})A$

$(\overleftarrow{x},\overrightarrow{x})A\wedge(\overleftarrow{x},\overrightarrow{x})A=(\overleftarrow{x},\overrightarrow{x})A$

2) 交换律

$(\overleftarrow{x},\overrightarrow{x})A\vee(\overleftarrow{y},\overrightarrow{y})B=(\overleftarrow{y},\overrightarrow{y})B\vee(\overleftarrow{x},\overrightarrow{x})A$

$(\overleftarrow{x},\overrightarrow{x})A\wedge(\overleftarrow{y},\overrightarrow{y})B=(\overleftarrow{y},\overrightarrow{y})B\wedge(\overleftarrow{x},\overrightarrow{x})A$

3) 结合律

$(\overleftarrow{x},\overrightarrow{x})A\vee((\overleftarrow{y},\overrightarrow{y})B\vee(\overleftarrow{c},\overrightarrow{c})C)=((\overleftarrow{x},\overrightarrow{x})A\vee(\overleftarrow{y},\overrightarrow{y})B)\vee(\overleftarrow{c},\overrightarrow{c})C$

$(\overleftarrow{x},\overrightarrow{x})A\wedge((\overleftarrow{y},\overrightarrow{y})B\wedge(\overleftarrow{c},\overrightarrow{c})C)=((\overleftarrow{x},\overrightarrow{x})A\wedge(\overleftarrow{y},\overrightarrow{y})B)\wedge(\overleftarrow{c},\overrightarrow{c})C$

4) 吸收律

$(\overleftarrow{x},\overrightarrow{x})A\vee((\overleftarrow{y},\overrightarrow{y})B\wedge(\overleftarrow{x},\overrightarrow{x})A)=(\overleftarrow{x},\overrightarrow{x})A$

$(\overleftarrow{x},\overrightarrow{x})A\wedge((\overleftarrow{y},\overrightarrow{y})B\vee(\overleftarrow{x},\overrightarrow{x})A)=(\overleftarrow{x},\overrightarrow{x})A$

5) 德 · 摩根定律 (De Morgan rule)

$\overline{(\overleftarrow{x},\overrightarrow{x})A\wedge(\overleftarrow{y},\overrightarrow{y})B}=\overline{(\overleftarrow{x},\overrightarrow{x})A}\vee\overline{(\overleftarrow{y},\overrightarrow{y})B}$

$\overline{(\overleftarrow{x},\overrightarrow{x})A\vee(\overleftarrow{y},\overrightarrow{y})B}=\overline{(\overleftarrow{x},\overrightarrow{x})A}\wedge\overline{(\overleftarrow{y},\overrightarrow{y})B}$

6) 常数运算律 (Operational Rule of Constant)

$A\vee(\overleftarrow{x},\overrightarrow{x})A=A$

$A\wedge(\overleftarrow{x},\overrightarrow{x})A=(\overleftarrow{x},\overrightarrow{x})A$

3. 一阶动态模糊逻辑 (DFL) 的谓词演算

定义 1.1.8　一阶 DFL 谓词公式递归定义如下所述:

(1) 原子 (一阶谓词符号) 是公式。

(2) 若 G、H 是公式，T 是 DF 真值指派值，$(\overleftarrow{x},\overrightarrow{x})$ 是 DFL 中的自由变量，则 $\overline{G}$、$G\wedge H$、$G\vee H$、$G\rightarrow H$、$G\leftrightarrow H$、$(\overleftarrow{x},\overrightarrow{x})G$、$(\forall(\overleftarrow{x},\overrightarrow{x})G)$ 及 $(\exists(\overleftarrow{x},\overrightarrow{x})G)$ 是公式。

(3) DFL 中所有公式有限次使用 (1) 和 (2) 后产生的符号串是公式。

定义 1.1.9　DFL 中公式 G 的一个解释，由非空域和如下规则组成:

(1) 对于 G 中每个变量符号指定 U 中一个 DF 元素。

(2) 对 G 中每个 n 元函数符号指定映射 $U\xrightarrow{T}D$。

(3) 对 G 中每个 n 元谓词符号指定映射 $D\xrightarrow{T}B$。

其中，B 是 DF 布尔量，根据这些定义，下面列出一些能反映 DF 谓词系统 (Dynamic Fuzzy Predicate Logic System) 的性质。

性质 1

$$\begin{aligned}\overline{(\overleftarrow{T},\overrightarrow{T})\forall(\overleftarrow{x},\overrightarrow{x})G}&=(\overleftarrow{1}-\overleftarrow{T},\overrightarrow{1}-\overrightarrow{T})\overline{\forall(\overleftarrow{x},\overrightarrow{x})G}\\&=((\overleftarrow{1}-\overleftarrow{T}),(\overrightarrow{1}-\overrightarrow{T}))\exists(\overleftarrow{x},\overrightarrow{x})\overline{G}\end{aligned}$$

性质 2

$$\overline{(\overleftarrow{T},\overrightarrow{T})G}=(\overleftarrow{1}-\overleftarrow{T},\overrightarrow{1}-\overrightarrow{T})G$$

性质 3

$$\begin{aligned}((\overleftarrow{T},\overrightarrow{T})\forall(\overleftarrow{x},\overrightarrow{x}))G&=(\overleftarrow{T},\overrightarrow{T})(\forall(\overleftarrow{x},\overrightarrow{x})G)\\&=(\overleftarrow{T},\overrightarrow{T})\leftrightarrow(\forall(\overleftarrow{x},\overrightarrow{x})G)\\((\overleftarrow{T},\overrightarrow{T})\exists(\overleftarrow{x},\overrightarrow{x})G)&=(\overleftarrow{T},\overrightarrow{T})(\exists(\overleftarrow{x},\overrightarrow{x})G)\\&=(\overleftarrow{T},\overrightarrow{T})\leftrightarrow(\exists(\overleftarrow{x},\overrightarrow{x})G)\end{aligned}$$

性质 4 设 H 中不含自由变量，则:

(1) $\forall(\overleftarrow{x},\overrightarrow{x})G(\overleftarrow{x},\overrightarrow{x})\vee H=\forall(\overleftarrow{x},\overrightarrow{x})(G(\overleftarrow{x},\overrightarrow{x})\vee H)$

(2) $\exists(\overleftarrow{x},\overrightarrow{x})G(\overleftarrow{x},\overrightarrow{x})\vee H=\exists(\overleftarrow{x},\overrightarrow{x})(G(\overleftarrow{x},\overrightarrow{x})\vee H)$

(3) $\forall(\overleftarrow{x},\overrightarrow{x})G(\overleftarrow{x},\overrightarrow{x})\wedge H=\forall(\overleftarrow{x},\overrightarrow{x})(G(\overleftarrow{x},\overrightarrow{x})\wedge H)$

(4) $\exists(\overleftarrow{x},\overrightarrow{x})G(\overleftarrow{x},\overrightarrow{x})\wedge H=\exists(\overleftarrow{x},\overrightarrow{x})(G(\overleftarrow{x},\overrightarrow{x})\wedge H)$

性质 5

(1) $\forall(\overleftarrow{x},\overrightarrow{x})G(\overleftarrow{x},\overrightarrow{x})\wedge\forall(\overleftarrow{x},\overrightarrow{x})H(\overleftarrow{x},\overrightarrow{x})=\forall(\overleftarrow{x},\overrightarrow{x})(G(\overleftarrow{x},\overrightarrow{x})\wedge H(\overleftarrow{x},\overrightarrow{x}))$

(2) $\forall(\overleftarrow{x},\overrightarrow{x})G(\overleftarrow{x},\overrightarrow{x})\vee\forall(\overleftarrow{x},\overrightarrow{x})H(\overleftarrow{x},\overrightarrow{x})=\forall(\overleftarrow{x},\overrightarrow{x})(G(\overleftarrow{x},\overrightarrow{x})\vee H(\overleftarrow{x},\overrightarrow{x}))$

(3) $\forall(\overleftarrow{x},\overrightarrow{x})G(\overleftarrow{x},\overrightarrow{x})\vee\forall(\overleftarrow{y},\overrightarrow{y})H(\overleftarrow{y},\overrightarrow{y})=\exists(\overleftarrow{x},\overrightarrow{x})\forall(\overleftarrow{y},\overrightarrow{y})(G(\overleftarrow{x},\overrightarrow{x})\vee H(\overleftarrow{y},\overrightarrow{y}))$

(4) $\forall(\overleftarrow{x},\overrightarrow{x})G(\overleftarrow{x},\overrightarrow{x})\wedge\exists(\overleftarrow{y},\overrightarrow{y})H(\overleftarrow{y},\overrightarrow{y})=\forall(\overleftarrow{x},\overrightarrow{x})\exists(\overleftarrow{y},\overrightarrow{y})(G(\overleftarrow{x},\overrightarrow{x})\wedge H(\overleftarrow{y},\overrightarrow{y}))$

1.2 谱分析方法

谱是研究逻辑真值结构的一种有效方法。在数理逻辑方面，对谱的研究也在逐步展开，在多值逻辑中更受人们关注[31,32]。本节将谱引入动态模糊逻辑系统。

1.2.1 DF 命题逻辑谱分析方法

命题公式中，度量一个 DF 命题真假度用 DF 数 $(\overleftarrow{a},\overrightarrow{a})\in[0,1]\times[\leftarrow,\rightarrow]$ 来表示。在逻辑系统中，由于命题的运算实际上就是真值的运算，为方便记，将 DF 命题与其真值等同看待。结合泛函分析中谱理论的思想，则有如下定义。

定义 1.2.1 映射 $\mu:\sigma\rightarrow[(\overleftarrow{0},\overrightarrow{0}),(\overleftarrow{1},\overrightarrow{1})]$ 称为 DF 测度，若

(1) $\mu(\overleftarrow{\varnothing},\overrightarrow{\varnothing})=(\overleftarrow{0},\overrightarrow{0})$，$\mu(\overleftarrow{X},\overrightarrow{X})=(\overleftarrow{1},\overrightarrow{1})$；

(2) $(\overleftarrow{A},\overrightarrow{A})\subset(\overleftarrow{B},\overrightarrow{B})\Rightarrow\mu(\overleftarrow{A},\overrightarrow{A})\leqslant\mu(\overleftarrow{B},\overrightarrow{B})$；

(3) $(\overleftarrow{A_n},\overrightarrow{A_n})\uparrow(\downarrow)(\overleftarrow{A},\overrightarrow{A})\Rightarrow\mu(\overleftarrow{A_n},\overrightarrow{A_n})\uparrow(\downarrow)\mu(\overleftarrow{A},\overrightarrow{A})$，

$((\overleftarrow{X},\overrightarrow{X}),\sigma,\mu)$ 称为 DF 测度空间。

对于 DF 命题，每个命题的真值，映射到二维坐标系中，坐标值是限制在 $[(\overleftarrow{0},\overrightarrow{0}),(\overleftarrow{1},\overrightarrow{1})]$ 范围内的一系列坐标点，这样 DF 命题的语句值和所要表达的语义将更丰富。至此，考虑对于每个命题公式，找到它的一个谱结构，这些谱值就是坐标在 $[(\overleftarrow{0},\overrightarrow{0}),(\overleftarrow{1},\overrightarrow{1})]$ 范围内的点或者连续的曲线。

定义 1.2.2 在 DF 测度空间内，$P_1,P_2,\cdots,P_n$ 为 DF 命题，在使用连接词 ¬、∧、∨、→ 和 ↔ 后，构成的公式集合 $\mathcal{A}$，对于任意公式 A_i 的真值如果满足 $r=\sup\{(\overleftarrow{a_i},\overrightarrow{a_i})\},(i=1,2,\cdots,n)$，则称 r 为 DF 命题的谱半径。

定理 1.2.1 在 DF 命题逻辑中，$P_1,P_2,\cdots,P_n$ 为 DF 命题，则使用连接词 ¬、∧、∨、→ 和 ↔ 后，构成的公式集合 A，A 的真值范围为 $[(\overleftarrow{0},\overrightarrow{0}),r]$，其中 r 为 DF 命题的谱半径。

定义 1.2.3 若 $P_1,P_2,\cdots,P_n$ 为 DF 命题，其对应真值为 $(\overleftarrow{a_1},\overrightarrow{a_1}),(\overleftarrow{a_2},\overrightarrow{a_2}),\cdots,(\overleftarrow{a_n},\overrightarrow{a_n})$，则其对应的谱结构 $\vartheta_1=(\overleftarrow{a_1},\overrightarrow{a_1}),\vartheta_2=(\overleftarrow{a_2},\overrightarrow{a_2}),\cdots,\vartheta_n=(\overleftarrow{a_n},\overrightarrow{a_n})$。

从命题逻辑的谱结构定义中可以发现，谱结构相当于函数论中的常元函数，不论个体常元是什么，真值都是不变的。

定义 1.2.4 若 $\vartheta_1,\vartheta_2,\cdots,\vartheta_n$ 分别是 DF 命题 $P_1,P_2,\cdots,P_n$ 的谱结构，则 $\dfrac{\vartheta_i}{\vartheta_{i-1}}$ 为 P_i 与 P_{i-1} 的谱相关系数。

1.2.2 DF 谓词逻辑的谱分析方法

在谓词逻辑中，对于谓词符号 $H_1,H_2,\cdots,H_n$，按照定义 1.1.8 那样使用连接词 ¬、∧、∨、→ 及 ↔ 后，形成谓词逻辑的公式 G。对于每个谓词符号 G_i 和 H_i，其真值的取值范围是

$[(\overleftarrow{0},\overrightarrow{0}),(\overleftarrow{1},\overrightarrow{1})]$，因此谓词公式 G 中的元素真值的取值范围也是 $[(\overleftarrow{0},\overrightarrow{0}),(\overleftarrow{1},\overrightarrow{1})]$。参照命题逻辑谱分析的方法，下面讨论谓词逻辑谱分析方法。

在逻辑公式中，每一个谓词符号可以看成一个映射，将个体变元映射到 $[(\overleftarrow{0},\overrightarrow{0}),(\overleftarrow{1},\overrightarrow{1})]$ 区间上，也就可以看成一个取值在 $[(\overleftarrow{0},\overrightarrow{0}),(\overleftarrow{1},\overrightarrow{1})]$ 上的函数。这样谓词逻辑公式中的每个谓词符号的真值对应到二维坐标中，这些值是在 $[(\overleftarrow{0},\overrightarrow{0}),(\overleftarrow{1},\overrightarrow{1})]$ 区间的离散点。而这些离散点决定了最终谓词公式的真值。这里试图寻找一个结构可以用谓词符号的真值表示出谓词公式最终的真值。这个结构被定义为谱结构。

定义 1.2.5 符号 $\Re$ 表示取真值运算，$\Re(X)$ 表示 X 的真值。X 可以指代 DF 命题，也可以表示 DFL 谓词公式。

一般 DF 命题与其真值等同看待，所以上述 $\Re(X)$ 在不特别说明的情况下，X 一般指代 DFL 谓词公式。

定义 1.2.6 谓词逻辑中谓词符号 $H_1,H_2,\cdots,H_n$，用连接词 $\neg$、$\wedge$、$\vee$、$\rightarrow$ 及 $\leftrightarrow$ 后，形成谓词公式 G，如果 $\Re(G)\triangleq\Re(\vartheta(H_1,H_2,\cdots,H_n))$，则称 ϑ 结构为谓词逻辑的谱结构。

通过上式的定义，可以直观地看出，谱结构就是一个可以表示已知逻辑真值与最终逻辑真值之间关系的形式系统。

定义 1.2.7 在 DF 测度空间内，谓词逻辑中谓词符号 $H_1,H_2,\cdots,H_n$，用连接词 $\neg$、$\wedge$、$\vee$、$\rightarrow$ 及 $\leftrightarrow$ 后，形成谓词公式 G，如果满足 $r=\sup\{\Re(\overleftarrow{H_i},\overrightarrow{H_i})\},(i=1,2,\cdots,n)$，则称 r 为谓词逻辑谱半径。

定理 1.2.2 在 DF 谓词逻辑中，$H_1,H_2,\cdots,H_n$ 为 DF 谓词符号，则使用连接词 $\neg$、$\wedge$、$\vee$、$\rightarrow$ 及 $\leftrightarrow$ 后构成的公式集合 G，G 的真值范围为 $[(\overleftarrow{0},\overrightarrow{0}),r]$，其中 r 为 DF 谓词逻辑谱半径。

定义 1.2.8 若 $H_1(\overleftarrow{x_1},\overrightarrow{x_1}),H_2(\overleftarrow{x_2},\overrightarrow{x_2}),\cdots,H_n(\overleftarrow{x_n},\overrightarrow{x_n})$ 为谓词逻辑中的符号，对于每个 $(\overleftarrow{x_i},\overrightarrow{x_i}),(1\leqslant i\leqslant n)$，有论域 U 上的映射 $f_i:(\overleftarrow{U},\overrightarrow{U})\rightarrow[0,1]\times[\leftarrow,\rightarrow]$，使得对于原来的谓词符号有 $H_i(\overleftarrow{x_i},\overrightarrow{x_i})=f_i(\overleftarrow{x_i},\overrightarrow{x_i})$，则称映射 f 为谓词符号的谱结构。

使用逻辑符号谱结构的方法，对一阶 DFL 中的谓词公式进行解释。

(1) $\forall(\overleftarrow{x},\overrightarrow{x})G(\overleftarrow{x},\overrightarrow{x})\wedge H(\overleftarrow{x},\overrightarrow{x})=f_1(\overleftarrow{x},\overrightarrow{x})\cap f_2(\overleftarrow{x},\overrightarrow{x})=\min(f_1(\overleftarrow{x},\overrightarrow{x}),f_2(\overleftarrow{x},\overrightarrow{x}))$

其中，$f_1(\overleftarrow{x},\overrightarrow{x})$ 和 $f_2(\overleftarrow{x},\overrightarrow{x})$ 分别是 $G(\overleftarrow{x},\overrightarrow{x})$ 和 $H(\overleftarrow{x},\overrightarrow{x})$ 的谱结构。通过转化为谱结构，可以看出该问题转化为求两个映射的最小值问题。

(2) $\forall(\overleftarrow{x},\overrightarrow{x})G(\overleftarrow{x},\overrightarrow{x})\vee H(\overleftarrow{x},\overrightarrow{x})=f_1(\overleftarrow{x},\overrightarrow{x})\cup f_2(\overleftarrow{x},\overrightarrow{x})=\max(f_1(\overleftarrow{x},\overrightarrow{x}),f_2(\overleftarrow{x},\overrightarrow{x}))$

其中，$f_1(\overleftarrow{x},\overrightarrow{x})$ 和 $f_2(\overleftarrow{x},\overrightarrow{x})$ 分别是 $G(\overleftarrow{x},\overrightarrow{x})$ 和 $H(\overleftarrow{x},\overrightarrow{x})$ 的谱结构。通过转化为谱结构，可以看出问题转化为求两个映射的最大值问题。

1.3 二阶动态模糊逻辑系统

1.3.1 二阶逻辑简介

在数理逻辑中，二阶逻辑[33] 是命题逻辑或一阶逻辑的扩展，它包含在谓词位置上 (而不是像一阶逻辑那样只能在项的位置上) 的变量和约束它们的量词。